В давние времена, научившись считать и выполнять арифметические действия, люди с удивление обнаружили, что числа имеют самостоятельную жизнь, удивительную и таинственную. Складывая различные числа, располагая их друг за другом  или одно под другим, они иногда получали одинаковую сумму. Наконец, разделив числа линиями так, чтобы каждое оказалось в отдельной клетке, увидели квадрат, любое из чисел которого принимало участие в двух суммах, а те, что расположены вдоль диагоналей – даже в трех, и все суммы равны между собой! Недаром древние китайцы, индусы, а вслед за ними и арабы приписывали таким конструкциям таинственные и магические свойства. *(слайд 1)*

Магические квадраты появились на Древнем Востоке еще до нашей эры. Одна из сохранившихся легенд повествует о том, что когда император Ю из династии Шан (2000 г до н.э.) стоял на берегу Ло, притоке Желтой реки, вдруг появилась большая рыба (в других вариантах – огромная черепаха), у которой на спине был рисунок из двух мистических символов – черных и белых кружочков *(слайд 2)*, который был осознан затем как изображение магического квадрата порядка 3. *(слайд 3)*

Первое специальное упоминание о таком квадрате найдено около 1 века до н.э. Вплоть до 10 века н.э. магические квадраты были воплощены в амулетах, заклинаниях. Они  использовались в качестве талисманов по всей Индии. Их рисовали на кувшинах удачи, медицинских кружках. До сих пор они используются у некоторых восточных народов как талисман. Их можно встретить на палубах больших пассажирских судов как площадку для игры.

Итак, под магическими будем понимать квадраты, в которых суммы чисел, стоящих в любом столбце или в любой строке, а также по диагоналям, одинаковы.

До сих пор вы использовали магические квадраты чаще всего для устного счета. При этом несколько чисел, в том числе и центральное, уже расставлены по клеткам квадрата. Требуется расставить остальные числа так, чтобы в любом направлении получилась определенная сумма.

**Задача 1.** Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Часть из них расставлена по клеткам Требуется расставить остальные числа, чтобы в сумме получалось 15. *(слайд 4)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   | 1 |   |
|   | 5 |   |
| 4 |   |   |

Находим необходимое число, вычитая из 15 сумму двух известных чисел, стоящих в одной строке, диагонали или столбце. Получаем следующий квадрат. *(слайд 5)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

Оказывается, все другие магические квадраты, составленные из этих же чисел, можно получить из данного симметрией относительно строки, столбца или диагонали, поэтому во всех квадратах числа расставлены по одним и тем же правилам. *(слайд 6)*

Можно заметить ряд закономерностей, облегчающих заполнение клеток квадрата или дающих возможность решить задачу при меньшем числе данных в условии.

Например, в условиях задач, подобных предыдущей, не обязательно указывать, какая сумма должна получиться в любом направлении.

**Задача 2.**  Найдите способ, как сосчитать сумму по строчкам, столбцам и диагоналям из предыдущей задачи.

Можно рассуждать следующим образом: сумма чисел в каждой строке одинакова, таких строк 3, значит сумма чисел в каждой строке в три раза меньше суммы всех чисел. Следовательно, в нашем примере, сумма в каждой строке равна 15 (45 : 3). Но это число можно найти и другими способами: сложить три центральных числа 4, 5 и 6 или умножить центральное число 5 на 3.

**Задача 3.** Даны числа: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Требуется вписать их в клетки квадрата так, чтобы в любом направлении в сумме получилось одно и то же число. Часть чисел уже вписана в квадрат. *(слайд 7)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   |   | 9 |
|   | 6 |   |
|   |   | 5 |

Найдем вначале сумму чисел, которая будет получаться в строках и столбцах. Самый простой способ – умножить число 6 на 3, получим, что сумма равна 18.

Получаем следующий квадрат: *(слайд 8)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 2 | 9 |
| 8 | 6 | 4 |
| 3 | 10 | 5 |

**Задача 4.** Даны числа 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. Два их них вписаны в клетки квадрата. Впишите остальные так, чтобы в любом направлении получилось в сумме одно и то же число. *(слайд 9)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   |   |   |
|   | 9 |   |
| 8 |   |   |

Найдем сумму: 9 × 3 = 27. Заполняем квадрат: *(слайд 10)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6 | 11 | 10 |
| 13 | 9 | 5 |
| 8 | 7 | 12 |

Посмотрим на все три заполненных квадрата и попробуем найти еще ряд закономерностей, которые помогут заполнить квадрат еще с меньшим чисел, вписанных в квадрат. *(слайд 11)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 2 | 9 |
| 8 | 6 | 4 |
| 3 | 10 | 5 |

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6 | 11 | 10 |
| 13 | 9 | 5 |
| 8 | 7 | 12 |

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

Посмотрите, какое число стоит в центре квадрата? Как оно расположено в ряду данных чисел? *(слайд 12*) (В центре квадрата всегда записывается число, стоящее на пятом месте нашей последовательности, т. е. одинаково удаленное с левого и правого ее краев.)

Можно заметить еще ряд особенностей: в квадрате по разные стороны от центрального числа стоят числа, одинаково удаленные от левого и правого краев последовательности. Покажем пары соответствующих чисел  на примере заполнения квадрата числами от 1 до 9: *(слайд 13)*



Зная это, можно заполнить квадрат, почти не считая.

Посмотрите, как расположены в квадрате числа, стоящие рядом с центральным, а также числа, записанные от них через одно число. Они соединены линиями сверху. (Они расположены по диагоналям квадрата.) А где расположены остальные числа, которые соединены линиями снизу? (Они расположены по вертикали и по горизонтали.)

Давайте проверим, выполняются ли такие закономерности в других квадратах. (слайд 14)

(Да, такие закономерности выполняются.)

Итак, давайте подведем итог. Какие свойства магических квадратов мы выяснили?

1) Чтобы найти сумму чисел в каждом столбце или строке, можно центральное число умножить на 3.

2) В центре квадрата стоит число, записанное в ряду пятым.

3) В квадрате по разные стороны от центрального числа стоят числа, одинаково удаленные от левого и правого краев последовательности.

4) Числа, стоящие рядом с центральным и через одно от него, расположены по диагоналям квадрата. Числа, стоящие с краю и через одно от него, расположены в квадрате по вертикали и по горизонтали.

**Задача 5.** Даны числа: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Впишите их в клетки квадрата так, чтобы в  любом направлении получилось одно и то же число. *(слайд 15)*

(Найдем, какая сумма должна получаться в каждом направлении. Для этого умножим центральное число 7 на 3. В результате получим 21. В центр квадрата поставим число 7, по одной диагонали числа 6 и 8, по другой – 4 и 10. Осталось расставить недостающие числа: сумма записанных в первой строке чисел равна 10, до 21 недостает 11, значит, в пустой клетке верхней строки запишем число 11 (первое справа). Тогда в нижней строке запишем число 3 (первое слева). В левый столбик запишем число 5 (21 – (6 + 10)), тогда в правом столбике останется записать число 9. Таким образом, мы расставили все 9 чисел в клетки магического квадрата, при этом ни одно число по условию задачи в квадрате не было поставлено.)

Задача имеет несколько решений, но все квадраты получаются из других симметрией относительно средних линий или диагонали. *(слайд 16)*

**Задача 6.** Даны числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18. Впишите их в клетки квадрата так, чтобы в любом направлении получилось в сумме одно и то же число.

Один из вариантов решения на слайде.*(слайд 17)*

**Задача 7.** Сравните условие задач 1 и 6 и подумайте, как можно было решить задачу, зная решение задачи 1.

(Числа из задачи 6 в два раза больше соответствующих чисел задачи 1. Поэтому можно каждое число квадрата из задачи 1 просто удвоить и получить искомый квадрат.)

Существуют различные способы построения магических квадратов. Рассмотрим метод террас, который придумали древние китайцы. Следуя этому методу надо «естественный» числовой квадрат повернуть относительно центра на половину прямого угла *(слайд 19)* и отделить квадратной рамкой таблицу 3´3. *(слайд 20)*Числами, записанными вне рамки, и образующими выступы («террасы»), заполняем пустые клетки у противоположной стороны таблицы.*(слайд 21)*



Аналогично можно построить любой квадрат нечетного порядка. Заполним клетки магического квадрата 5´5 числами от 1 до 25. *(слайды 22, 23, 24)*



Для построения магического квадрата 4´4 наиболее простым и доступным является следующий метод: в «естественном» квадрате меняются местами дополнительные числа на главных диагоналях, а остальные остаются без изменения. *(слайды 25, 26)*



**Подведение итогов занятия**