

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №6»
г. Курчатова Курской области

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Составитель: учитель информатики

Матвейчук Марина Вячеславовна

2015

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Общие сведения о системах счисления	3
Перевод чисел из двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной в десятичную систему счисления	7
Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную	8
Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную.	10
Задания по теме: «Перевод чисел в системах счисления».	12
Самостоятельные работы	14
Контрольные работы	20
Приложение	24

ТЕОРИТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел. Знаки, с помощью которых записываются числа, называются **цифрами**, а их совокупность — **алфавитом системы счисления**.

Системы счисления делятся на две большие группы

НЕПОЗИЦИОННЫЕ

- *В непозиционных системах счисления количественное значение цифры не зависит от её позиции в числе.*

ПОЗИЦИОННЫЕ

- *В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от её позиции в числе.*

Примером непозиционной системы счисления является римская система.

Римские цифры — цифры, использовавшиеся древними римлянами в своей непозиционной системе счисления.

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. При этом, если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются (принцип сложения), если же меньшая стоит перед большей, то меньшая вычитается из большей (принцип вычитания). Последнее правило применяется только во избежание четырёхкратного повторения одной и той же цифры. Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.

При этом некоторые из цифр (I, X, C, M) могут повторяться, но не более трёх раз подряд; таким образом, с их помощью можно записать любое целое число не более 3999 (МММСМХСІХ). При записи чисел в римской системе счисления меньшая цифра может стоять справа от большей; в этом случае она прибавляется к ней.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Например, число 283 по-римски записывается как CCLXXXIII, то есть $100+100+50+30+3=283$. Здесь цифра, изображающая сотню, повторена два раза, а цифры, изображающие соответственно десяток и единицу, повторены по три раза.

Пример: число 1988. Одна тысяча M, девять сотен CM, восемь десятков LXXX, восемь единиц VIII. Запишем их вместе: MCMLXXXVIII.

Единицы		Десятки		Сотни		Тысячи	
I	1	X	10	C	100	M	1000
II	2	XX	20	CC	200	MM	2000
III	3	XXX	30	CCC	300	MMM	3000
IV	4	XL	40	CD	400		
V	5	L	50	D	500		
VI	6	LX	60	DC	600		
VII	7	LXX	70	DCC	700		
VIII	8	LXXX	80	DCCC	800		
IX	9	XC	90	CM	900		

Позиционные системы счисления — это системы счисления, в которых значение цифры напрямую зависит от её положения в числе.

Например, число 01 обозначает единицу, 10 — десять.

Позиционные системы счисления позволяют легко производить арифметические расчёты.

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
10-ая	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
2-ая	2	0 1
8-ая	8	0 1 2 3 4 5 6 7
16-ая	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Представление чисел с помощью арабских цифр — самая распространённая позиционная система счисления, она называется «десятичной системой

счисления». Десятичной системой она называется потому, что использует десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

При наладке аппаратных средств или создании программы часто возникает необходимость заглянуть внутрь памяти компьютера, чтобы оценить ее текущее состояние. Но там все заполнено длинными последовательностями нулей и единиц- двоичными числами. Эти последовательности очень неудобны для восприятия. В связи с этим двоичные числа стали разбивать на группы по три или четыре разряда. Из трех нулей и единиц можно составить 8 различных двоичных чисел, а их четырех – 16.

Трехразрядное число, соответствующее цифре восьмеричного числа, называется двоичной триадой.

Восьмеричный алфавит	Двоичное число (триада)
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Для кодирования 4 бит необходимо 16 знаков, для чего используется 10 цифр десятичной системы и 6 букв латинского алфавита: A, B, C, D, E, F.

Четырехразрядное двоичное число, соответствующее цифре шестнадцатеричного числа, называется двоичной тетрадой.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Шестнадцатеричный алфавит	Двоичное число (тетрада)
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ

ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

Перевод чисел из 2-ой, 8-ой, 16-ой в 10-ую систему счисления

1. Для перевода **двоичного числа в десятичное** необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 2, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_2 = A_n \cdot 2^{n-1} + A_{n-1} \cdot 2^{n-2} + A_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 2^1 + A_1 \cdot 2^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки:

п (степень)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Пример. Число 11101000_2 перевести в десятичную систему счисления.

$$11101000_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 232_{10}$$

2. Для перевода **восьмеричного числа в десятичное** необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 8, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_8 = A_n \cdot 8^{n-1} + A_{n-1} \cdot 8^{n-2} + A_{n-2} \cdot 8^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 8^1 + A_1 \cdot 8^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

п (степень)	0	1	2	3	4	5	6
----------------	---	---	---	---	---	---	---

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144
-------	---	---	----	-----	------	-------	--------

Пример . Число 75013_8 перевести в десятичную систему счисления.

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

3. Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 16, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_{16} = A_n \cdot 16^{n-1} + A_{n-1} \cdot 16^{n-2} + A_{n-2} \cdot 16^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 16^1 + A_1 \cdot 16^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16:

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
16^n	1	16	256	4096	65536	1048576	16777216

Пример . Число $FDA1_{16}$ перевести в десятичную систему счисления.

$$FDA1_{16} = 15 \cdot 16^3 + 13 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 64929_{10}$$

4. Перевод чисел из 10-ой системы счисления в 2-ую, 8-ую, 16-ую.

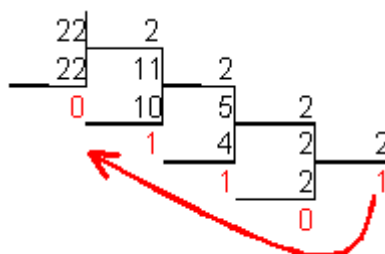
Правила перевода целой части.

1. Последовательно делить данное число и получаемые при делении целые частные на основание новой системы счисления (2,8,16), выражая промежуточный результат цифрами исходной системы, до тех пор, пока частное не станет меньше делителя.
2. Полученные остатки привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
3. Записать число в новой системе счисления, начиная с последнего остатка.

Правила перевода дробной части числа.

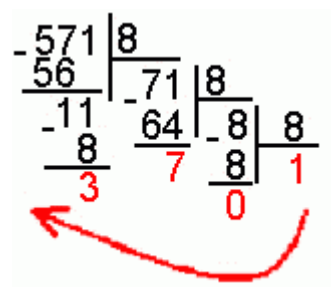
- Для перевода из десятичной системы счисления в 2-ую, 8-ую, 16-ую системы счисления числа, содержащего целую и дробную части, необходимо:

- Пример.** Число 22_{10} перевести в двоичную систему счисления.



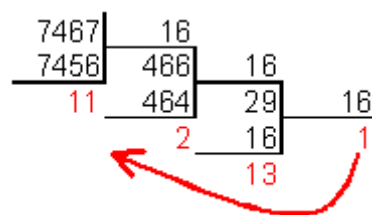
$$22_{10} = 10110_2$$

- Пример.** Число 571_{10} перевести в восьмеричную систему счисления.



$$571_{10} = 1073_8$$

Пример. Число 7467_{10} перевести в шестнадцатеричную систему счисления.



$$7467_{10} = 1D2B_{16}$$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную.

5. Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой.

Пример. Число 1001011_2 перевести в восьмеричную систему счисления.

$$001\ 001\ 011_2 = 113_8$$

6. Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую тетраду нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей восьмеричной цифрой.

Пример. Число 1011100011_2 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$0010\ 1110\ 0011_2 = 2E3_{16}$$

Перевод чисел из восьмеричной и шестнадцатеричной системы счисления в двоичную.

7. Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

Пример. Число 531_8 перевести в двоичную систему счисления.

$$531_8 = 101011001_2$$

8. Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной тетрадой.

Пример. Число $EE8_{16}$ перевести в двоичную систему счисления.

$$EE8_{16} = 111011101000_2$$

9. При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Пример 1. Число FEA_{16} перевести в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{aligned} FEA_{16} &= 111111101010_2 \\ 111 \ 111 \ 101 \ 010_2 &= 7752_8 \end{aligned}$$

Пример 2. Число 6635_8 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{aligned} 6635_8 &= 110110011101_2 \\ 1101 \ 1001 \ 1101_2 &= D9D_{16} \end{aligned}$$

ПРАКТИКА

Задания по теме: «Перевод чисел в системах счисления».

1. Переведите числа :

а) из 10-ой в 2-ую систему счисления

139,55 и 203,15

б) из 10-ой в 8-ую и 16-ую системы счисления

185,93

2. Переведите в 8-ую и 16-ую системы счисления двоичные числа :

1000000000111110000111

0,100000000011

11101000,11010010

3. Заполните таблицу, в каждой строке которой одно и то же целое число должно быть записано в различных системах счисления.

двоичная	восьмеричная	десятичная	шестнадцатеричная
101010			
	127		
		269	
			9 В

4. Заполните таблицу, в каждой строке которой одно и то же дробное число должно быть записано в различных системах счисления.

двоичная	восьмеричная	десятичная	шестнадцатеричная
0,101			
	0,6		
		0,125	
			0,4

5. Заполните таблицу, в каждой строке которой одно и то же произвольное число должно быть записано в различных системах счисления.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

двоичная	восьмеричная	десятичная	шестнадцатеричная
111101,1			
	233,5		
		46,5625	
			59,B

Домашнее задание

- Переведите в десятичную систему двоичные числа:
А) 1000011110101
Б) 1010010111011
- Переведите в двоичную систему десятичные числа:
А) 456
Б) 24
В) 4095
- Переведите в восьмеричную систему двоичные числа:
А) 11 101 110 101 001 101 001 100 110 101
Б) 110 110 110 000 110 001 011 010 101
В) 111 011 101 010 011
- Переведите в двоичную систему восьмеричные числа:
А) 54321
Б) 777
В) 1010001
- Переведите в шестнадцатеричную систему двоичные числа:
А) 1 1101 1101 0100 1101 0011 0011
Б) 1101 1011 0110 0010 1101 0101

6. Переведите в двоичную систему шестнадцатеричные числа:

- А) 1AB
- Б) A1B
- В) E2E4
- Г) E7E5

Самостоятельная работа

1 вариант

7. Переведите в десятичную систему двоичные числа:

- А) 1110101
- Б) 101001,01

8. Переведите в 2, 8 и 16 –ую систему десятичные числа:

- А) 56 Б) 224 В) 1025

9. Переведите в восьмеричную систему двоичные числа:

- А) 1100011110 001101010100111100
- Б) 111100010001111001011011011
- В) 10000100011011

10. Переведите в двоичную систему восьмеричные числа:

- А) 42561 Б) 735 В) 1011

11. Переведите в шестнадцатеричную систему двоичные числа:

- А) 1100110100111100110101101
- Б) 11110011010111000110100101010

12. Переведите в двоичную систему шестнадцатеричные числа:

- А) 1AF Б) A5B В) CE2D Г) 23C

7. Вычислить сумму чисел $101_2 + 101_8 + 101_{10} + 101_{16}$

Представить результат в 2, 8, 10, 16 –ой системе счисления

Самостоятельная работа

2 вариант

1. Переведите в десятичную систему двоичные числа:

А) 1001100

Б) 11101,101

2. Переведите в 2, 8 и 16 –ую систему десятичные числа:

А) 72 Б) 338 В) 1840

3. Переведите в восьмеричную систему двоичные числа:

А) 10011100101000111010100010101

Б) 11000011010111100000110

В) 111100110001001

4. Переведите в двоичную систему восьмеричные числа:

А) 24512 Б) 431 В) 1110

5. Переведите в шестнадцатеричную систему двоичные числа:

А) 10001000101100010111001001010

Б) 1000100101110001000100011101101

6. Переведите в двоичную систему шестнадцатеричные числа:

А) 6F2 Б) AC1 В) B2A Г) 12E

7. Вычислить сумму чисел $110_2 + 110_8 + 110_{10} + 110_{16}$

Представить результат в 2, 8, 10, 16 –ой системе счисления

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ В СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

1 ВАРИАНТ

1.Выполните арифметические операции над числами, представленными в восьмеричной системе счисления:

$$164+336=$$

$$257+425=$$

$$361+157=$$

$$636+363=$$

$$212-65=$$

$$400-235=$$

$$710-564=$$

$$501-254=$$

2.Выполните арифметические операции над числами, представленными в шестнадцатеричной системе счисления:

$$A13+62B=$$

$$BA9+359=$$

$$FOC+2EA=$$

$$BAC-1BE=$$

$$D13-116=$$

$$B05-369=$$

3.Выполните арифметические операции над числами, представленными в двоичной системе счисления:

$$101010+11110=$$

$$10111+1011=$$

$$100001-1011=$$

$$10101-1111=$$

$$1011*101=$$

$$101*111=$$

$$11001/101=$$

$$11110/110=$$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ В СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

2 ВАРИАНТ

1.Выполните арифметические операции над числами, представленными в восьмеричной системе счисления:

$$535+164=$$

$$207+365=$$

$$445+666=$$

$$724+264=$$

$$500-361=$$

$$310-177=$$

$$201-55=$$

$$614-425=$$

2.Выполните арифметические операции над числами, представленными в шестнадцатеричной системе счисления:

$$B64+44A=$$

$$A0B+175=$$

$$CAF+3AE=$$

$$E0D-B3E=$$

$$B13-557=$$

DAC-19E=

3.Выполните арифметические операции над числами, представленными в двоичной системе счисления:

$111011 + 10111 =$

$10101 + 10111 =$

$10000 - 1101 =$

$10100 - 1001 =$

$111 * 1011 =$

$101 * 101 =$

$11011 / 1001 =$

$101000 / 101 =$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ 1

1. Перевести в двоичную систему счисления числа
45 137 212
2. Выполнить сл. операции над двоичными числами

$$10111+101=$$

$$110011+1110=$$

$$1111\times 11=$$

$$100011-110=$$

$$1011\times 101=$$

$$1011111:101=$$

$$101100-101=$$

3. Даны числа 1) 18 и 6
 2) 32 и 16

перевести их в двоичную систему счисления и выполнить операции сложения, умножения, деления, вычитания.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ 2

1. Перевести в двоичную систему счисления числа
57 112 196
2. Выполнить сл. операции над двоичными числами

$$10101+11=$$

$$10100-111=$$

$$110001+1001=$$

$$1101 \times 111 =$$

$$100011 : 111 =$$

$$1010 \times 101 =$$

$$100001 - 101 =$$

3. Даны числа 1) 21 и 7
 2) 44 и 22

перевести их в двоичную систему счисления и выполнить операции сложения, умножения, деления, вычитания.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ» ВАРИАНТ 1

1. Переведите числа в 2,8,16-ую системы счисления
 161 и 224
2. Переведите числа в десятичную систему счисления
 11011,11₂
 7512,35₈
 FAD,E8₁₆
3. Даны 2 числа, переведите их в двоичную систему счисления и выполните с ними операции « +, -, *, : »
 48 и 16
 63 и 21
4. Запишите в римской системе счисления числа
 444
 1986
5. Вычислите
 (1010100₂ + 20₈) * 100₂ / 32₁₆

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ» ВАРИАНТ 2

1. Переведите числа в 2,8,16-ую системы счисления

173 и 258

2. Переведите числа в десятичную систему счисления

10011,1₂

5327,65₈

ABC,D8₁₆

3. Даны 2 числа, переведите их в двоичную систему счисления и выполните с ними операции « +, -, *, : »

100 и 25

13 и 52

4. Запишите в римской системе счисления числа

967

1698

5. Вычислите

(84₁₆+100110₂) / 144₈ * 110₂

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ» ВАРИАНТ 1

1. Переведите числа в 2,8,16-ую системы счисления 161 и 224	$AF3_{16}-97_{16}$ $DAF_{16}-E4_{16}$
2. Переведите числа в десятичную систему счисления 11011,11 ₂ 1100 ₂ 7512,35 ₈ 136 ₈ FAD,E8 ₁₆ 8E5 ₁₆	$BOA_{16}+9C7_{16}$ $C87_{16}+5D7_{16}$
3. Даны 2 числа, переведите их в двоичную систему счисления и выполните с ними операции « +, -, *, : » 48 и 16 63 и 21	5. Выпишите целые числа, принадлежащие промежутку $[11001;11100]_2$ $[31;36]_8$ $[22;29]_{16}$
4. Выполните арифметические операции 364 ₈ +237 ₈ 681 ₈ +135 ₈ 713 ₈ -264 ₈ 524 ₈ -135 ₈	6. Найдите среднее арифметическое чисел 110111 ₂ 100111 ₂ 1101 ₂ 101010 ₂
	7. Вычислите $(1010100_2+20_8)*100_2/32_{16}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ» ВАРИАНТ 2

1. Переведите числа в 2,8,16-ую системы счисления
 173 и 258
2. Переведите числа в десятичную систему счисления
 10011_2
 110101_2
 5327_8
 216_8
 $ABC, D8_{16}$
 $E57_{16}$
3. Даны 2 числа, переведите их в двоичную систему счисления и выполните с ними операции «+», «-», «*», «:»
 100 и 25
 13 и 52
4. Выполните арифметические операции
 $431_8 + 555_8$
 $764_8 + 118_8$
 $615_8 - 137_8$
 $333_8 - 165_8$

$$1EA_{16} - 6B_{16}$$

$$FAD_{16} - 9E_{16}$$

$$BDA_{16} + 99_{16}$$

$$DA9_{16} + 701_{16}$$

5. Выпишите целые числа, принадлежащие промежутку

$$[110001; 111000]_2$$

$$[24; 27]_8$$

$$[42; 46]_{16}$$

6. Найдите среднее арифметическое чисел
 100111_2

$$11011_2$$

$$110000_2$$

$$111101_2$$

7. Вычислите

$$(84_{16} + 100110_2) / 144_8 * 110_2$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦА ТРИАД И ТЕТРАД

Двоичная (Основание 2)	Восьмеричная (основание 8)		Десятичная (основание 10)	Шестнадцатеричная (основание 16)	
		триады			тетрады
0	0	000	0	0	0000
1	1	001	1	1	0001
	2	010	2	2	0010
	3	011	3	3	0011
	4	100	4	4	0100
	5	101	5	5	0101
	6	110	6	6	0110
	7	111	7	7	0111
			8	8	1000
			9	9	1001
				A	1010
				B	1011
				C	1100
				D	1101
				E	1110
				F	1111

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 8

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 16

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

п (степень)	0	1	2	3	4	5	6
16^n	1	16	256	4096	65536	1048576	16777216