**ПрактическАЯ РАБОТА№ 5**

**Тема: Монотонность. Экстремумы. Выпуклость – вогнутость. Асимптоты.**

*Цели:*

* повторить правила нахождения промежутков монотонности и экстремумов функции с помощью производной
* научиться решать примеры на нахождение промежутков монотонности и экстремумов функций
* изучить правило нахождения промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба с помощью второй производной
* научиться решать примеры на нахождение промежутков выпуклости-вогнутости функции и точек перегиба.
* научиться находить асимптоты графика функции

*Оснащение занятия*: конспект лекций.

**Критерии оценок**

оценка «5» ставится за верное выполнение всех заданий работы

оценка «4» ставится за выполнение задания 1 и верное решение любых шести примеров из задания 2.

оценка «3» ставится за выполнение задания 1 и верное решение любых четырех примеров из задания 2.

**Порядок выполнения работы**

*Задание 1.*

- Ознакомиться с лекциями № 6,7

- Пользуясь лекциями, ответить на вопросы и ответы записать в тетрадь:

1.Какая функция называется возрастающей (убывающей)?

2. Каким образом монотонность связана с производной?

3. Выпишите в тетрадь правило для отыскания промежутков монотонности.

4.Что такое точки экстремума и экстремумы функции?

5. Как с помощью производной находят экстремумы функции? Записать в тетрадь правило отыскания экстремумов функции.

6.Какая кривая называется выпуклой (вогнутой) на промежутке?

7. Как с помощью производной можно найти промежутки выпуклости – вогнутости функции?

8. Какая точка называется точкой перегиба функции?

9. Выпишите в тетрадь правило для отыскания промежутков выпуклости – вогнутости функции и точек перегиба.

10.Какие виды асимптот вы знаете?

11. Как находятся разные виды асимптот?

12. Выписать в тетрадь рассмотренные в лекциях примеры по нахождению промежутков выпуклости, вогнутости функции, точек перегиба и асимптот.

*Задание 2.*

Решить примеры для самостоятельного решения

**Лекция 6.**

**Тема «Промежутки монотонности и экстремумы функции»**

Функция называется ***возрастающей (убывающей)*** в некотором промежутке, если в этом промежутке каждому большему значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции. Как возрастающие, так и убывающие функции называются ***монотонными.*** Если функция не является монотонной, то область её определения можно разбить на конечное число промежутков монотонности (которые иногда чередуются с промежутками постоянства функции).

Монотонность функции *y = f(x)* характеризуется знаком её первой производной *f '(x)*, а именно, ***если в некотором промежуткеf '(x)***

***f '(x), то функция возрастает (убывает) в этом промежутке.*** Следовательно, отыскание промежутков монотонности функции *y = f(x)*сводится к нахождению промежутков знакопостоянства её первой производной*f '(x).*

Отсюда получаем **правило для нахождения промежутков монотонности функции*y = f(x).***

1. Найти нули и точки разрыва *f '(x).*

2. Определить знак f '(x) в промежутках, на которые полученные в п. 1 точки делят область определения функции*f(x)*; промежутки, в которых *f '(x )*, являются промежутками возрастания функции, а промежутки, в которых

*f '(x)*. При этом если на двух соседних промежутках, граничная точка которых является нулем производной *f '(x),* знак *f '(x)* одинаков, то они составляют единый промежуток монотонности.

**Пример.**

1. Найти промежутки монотонности функции *y =*

Решение. Данная функция определена на всей числовой оси. Дифференцируя, получим: *y' =*4- - 4х + 1 = 4х(( =

(. Точек разрыва производная *y'* не имеет, а в нуль она обращается в трех точках: х = -1, х = , х = 1. Этими точками область определения разбивается на четыре промежутка (-

(1; +, в каждом из которых*y'* сохраняет постоянный знак.

Определим знаки производной в этих промежутках, используя метод интервалов. Тогда получим, что в промежутках (-выполняется неравенство *y',* а в промежутках и (1; + - неравенство *y'.* Следовательно, в промежутках (- функция убывает, а в промежутках и (1; + - возрастает.

Точка х = х0 называется ***точкой максимума (минимума)*** функции

*y = f(x)*, если существует такая окрестность точки х0, что для всех х(х х0) из этой окрестности выполняется неравенство *f(x)f(x0)* (соответственно*f(x)f(x0)*

Точки максимума и минимума функции называются ***точками её экстремума***, а значение функции в точке максимума (минимума) – ***максимумом (минимумом)*** или ***экстремумом*** функции.

Точками экстремума могут служить только критические точки I рода,

т. е. точки, принадлежащие области определения функции, в которых первая производная *f '(x)* обращается в нуль или терпит разрыв.

Точками экстремума являются лишь те из критических точек, при переходе через которые первая производная*f '(x)* меняет знак, а именно, ***если при переходе через критическую точку х = х0 в положительном направленииf '(x) меняет знак с плюса на минус (с минуса на плюс), то***

***х = х0 есть точка максимума (минимума).***

Отсюда получаем **правило отыскания экстремумов функции *y = f(x).***

1. Найти нули и точки разрыва *f '(x).*

2. Определить знак*f '(x)* в промежутках, на которые полученные в п. 1 точки делят область определения функции*f(x).*

3. Из этих точек выделить те, в которых функция*f(x)* определена и по разные стороны от каждой из которых производная *f '(x)* имеет разные знаки – это и есть экстремальные точки. При этом экстремальная точка х = х0 является точкой максимума, если при движении по оси*Ох* в положительном направлении она отделяет промежуток, в котором *f '(x) ,* от п*f '(x)*, и точкой минимума в противном случае.

Заметим, что точки, в которых производная обращается в нуль, иногда проще исследовать на экстремум, выяснив знак второй производной *f ''(x0)*: ***точках = х0, в которой f ''(x0) = 0, а f ''(x)существует и отлична от нуля, является экстремальной,*** а именно ***точкой максимума, если f ''(x0) 0, и точкой минимума, если f ''(x0) 0.***

**Пример.**

1. Найти экстремумы функции y = 6х4 – 8х3 – 3х2 + 6х

Решение. Здесь D(y) = R. Дифференцируя данную функцию, находим

y' = 24х3 – 24х2 – 6х + 6 = 6(4х3 – 4х2 – х + 1) = 6[4x2(x – 1) – (x – 1)] =

6(4x2 – 1)(x – 1) = 6(2x – 1)(2x + 1)(x – 1).

Производная обращается в нуль при х = , х = , х = 1. Эти три точки разбивают всю числовую ось на четыре промежутка (-,(, , (, (1, +), внутри которых y' сохраняет определенный знак. Найдем знак производной в каждом из указанных промежутков: на (-,имеем y'; на (, имеемy'; на ((1, +) имеем y'

Отсюда следует, что точки х = , х = , х = 1 являются экстремальными, так как при переходе через каждую из них производная меняет знак. При этом в точках х = х = 1 происходит смена знаков с минуса на плюс, т. е. это – точки минимума; при переходе через точку х = знак производной меняется с плюса на минус, значит, это – точка максимума.

Экстремумы функции найдем, вычислив её значения в экстремальных точках: ymin = y( = - , ymax = y( = ymin = y(1 = 1.

**Примеры для самостоятельного решения.**

Найдите промежутки монотонности следующих функций:

1. у = х4 - 32х + 40

2. у = lnx -

Исследовать функцию на экстремумы:

3. у(х) = 3х4 – 4х3

4.у(х) =