

Под редакцией
Ф.Ф. Лысенко,
С.О. Иванова

ОГЭ

МАТЕМАТИКА

ПОДГОТОВКА К **ОГЭ-2017**



2017

ПО НОВОЙ
ДЕМОВЕРСИИ



40 тренировочных
вариантов

Учебно-методический комплекс «Математика. Подготовка к ОГЭ»

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. О. Иванова

МАТЕМАТИКА

ПОДГОТОВКА К ОГЭ–2017

40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года

9–й класс

Учебно-методическое пособие



ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2016

ББК 22.14

М 34

Рецензенты: *А. П. Уваровский* — кандидат педагогических наук,
заслуженный учитель России
С. В. Дерезин — кандидат физико-математических наук

Авторский коллектив:

*Коннова Е. Г., Кривенко В. М., Нужа Г. Л., Ольховая Л. С.,
Резникова Н. М., Фридман Е. М., Ханин Д. И.*

А 45 Математика. 9-й класс. Подготовка к ОГЭ-2017. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года : учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. О. Иванова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2016. — 384 с. — (ОГЭ).

ISBN 978-5-9966-0867-6

Новое учебно-методическое пособие издательства «Легион» предназначено для подготовки к ОГЭ по математике в 2017 году. Книга содержит:

- **40 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по проекту (от 19.08.2016) спецификации ОГЭ-2017 по математике;
- **сборник, содержащий около 700 задач;**
- краткий теоретический справочник.

Книга будет полезна выпускникам 9-х классов, а также учителям, осуществляющим подготовку к ОГЭ. Выполняя предлагаемые в книге тесты, можно сдать ОГЭ по математике с высоким результатом.

Ко всем тестам и задачам даны **ответы**. Кроме того, для 10 вариантов приведены решения к заданиям части 2 (к заданиям с развёрнутым ответом).

Пособие является частью учебно-методического комплекса **«Математика. Подготовка к ОГЭ»**.

ББК 22.14

ISBN 978-5-9966-0867-6

© ООО «Легион», 2016

Оглавление

От авторов	6
Учебно-тренировочные тесты	13
Глава I. Учебно-тренировочные тесты	13
Вариант № 1	13
Вариант № 2	19
Вариант № 3	25
Вариант № 4	31
Вариант № 5	37
Вариант № 6	43
Вариант № 7	48
Вариант № 8	53
Вариант № 9	58
Вариант № 10	63
Вариант № 11	68
Вариант № 12	73
Вариант № 13	78
Вариант № 14	83
Вариант № 15	88
Вариант № 16	93
Вариант № 17	98
Вариант № 18	104
Вариант № 19	110
Вариант № 20	116
Вариант № 21	122
Вариант № 22	128
Вариант № 23	134
Вариант № 24	139
Вариант № 25	144
Вариант № 26	149
Вариант № 27	154

Вариант № 28	159
Вариант № 29	164
Вариант № 30	169
Вариант № 31	174
Вариант № 32	179
Вариант № 33	184
Вариант № 34	189
Вариант № 35	194
Вариант № 36	199
Вариант № 37	204
Вариант № 38	210
Вариант № 39	216
Вариант № 40	221

Решения избранных вариантов тестов 226

Глава II. Сборник задач 264

§ 1. Базовый уровень (часть 1)	264
1.1. Проценты	264
§ 2. Повышенный уровень (часть 2)	266
2.1. Преобразования алгебраических выражений	266
2.2. Уравнения и системы уравнений	271
2.2.1. Уравнения	271
2.2.2. Системы уравнений	273
2.3. Неравенства и системы неравенств	276
2.4. Последовательности и прогрессии	281
2.4.1. Арифметическая прогрессия	281
2.4.2. Геометрическая прогрессия	284
2.5. Функции и графики	288
2.5.1. Графики функций	288
2.5.2. Область определения функции	293
2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции	293
2.6. Текстовые задачи	294
2.7. Задания с параметром	308
2.8. Геометрия	315
2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник	315
2.8.2. Треугольник	316
2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб	319
2.8.4. Трапеция	320

2.8.5. п-угольники	321
2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая	322

Краткий теоретический справочник324

§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа	324
§ 2. Отношения. Пропорции	325
§ 3. Проценты	325
§ 4. Действия с дробями	326
§ 5. Алгебраические выражения	327
§ 6. Степень с целым показателем	328
§ 7. Многочлены. Преобразование выражений	328
§ 8. Алгебраические дроби	329
§ 9. Квадратные корни	329
§ 10. Линейные и квадратные уравнения	330
§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными	332
§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств ...	332
§ 13. Решение квадратных неравенств. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств	333
§ 14. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии	334
§ 15. Исследование функции и построение графика	335
§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений	340
§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля	340
§ 18. Задания, содержащие параметр	342
§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории ве- роятностей	345
§ 20. Геометрия	348

Ответы к тестам363

Ответы к сборнику задач368

От авторов

Пособие содержит необходимый материал для подготовки к ОГЭ по математике:

- 40 новых авторских учебно-тренировочных тестов, составленных по проекту (от 19.08.2016) спецификации ОГЭ-2017;
- задачник, включающий около 700 задач, иллюстрирующих основные идеи экзаменационных работ;
- краткий справочник по элементарной математике, содержащий теоретический материал, достаточный для решения всех заданий данного пособия.

Ко всем тестам и задачам даны ответы. Кроме того, для 10 вариантов приведены решения к заданиям части 2 (к заданиям с развёрнутым ответом).

Варианты тестов расположены по принципу парного подобия: каждый нечётный вариант подобен следующему за ним чётному. Такое расположение тестов позволяет, например, рассмотреть нечётный вариант в классе, а подобный ему чётный оставить учащимся для самостоятельного решения. В вариантах №№1–20 указанный принцип усилен: здесь соседние пары вариантов (1–2 и 3–4, 5–6 и 7–8 и т.д.) также похожи, что должно облегчить подготовку к экзамену на раннем этапе. Например, вариант № 1 является оригинальным, вариант № 2 — парный к варианту № 1, вариант № 3 похож на вариант № 1, вариант № 4 — парный к варианту № 3.

Книги издательства «Легион» для подготовки к ОГЭ по математике:

Пособие	Задания по темам	Варианты ОГЭ	Теория	Решения	Уровень сложности*
Математика. ОГЭ-2017. 9 класс. Тематический тренинг	+++		++	+	БПВ
Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2017. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года		+++	++	+	БПВ
Математика. Базовый уровень ОГЭ-2017. 9 класс. Экспресс-подготовка	++		++	++	Б
Математика. 9 класс. ОГЭ-2017. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика	+++				Б
Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи	++		++	++	ПВ
Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом	++		++	++	ПВ

*Б — базовый, П — повышенный, В — высокий уровень сложности

Перечислим и кратко охарактеризуем книги, входящие в комплекс «Математика. Подготовка к ОГЭ», выпускаемый издательством «Легион»:

- Математика. ОГЭ-2017. 9 класс. Тематический тренинг.
Пособие включает 27 тематических параграфов по всему материалу, традиционно включаемому в ОГЭ. Каждый параграф содержит краткие теоретические сведения, вариант-образец, задания которого приводятся с подробными пояснениями и решениями, и 6 тематических вариантов для самостоятельной работы.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2017. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года.
Данное пособие.

- Математика. Базовый уровень ОГЭ-2017. 9 класс. Экспресс-подготовка.
Пособие посвящено решению задач базового уровня сложности всех модулей ОГЭ. Содержит написанные доступным языком теоретические сведения, большое количество разобранных задач, варианты для самостоятельного решения.
- Математика. 9 класс. ОГЭ-2017. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика.
Сборник тренировочных тестовых заданий для формирования устойчивых навыков решения задач базового уровня первой части экзамена. Содержит задания для тематического и обобщающего повторения и тренировочные варианты к каждому параграфу.
- Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи.
Книга посвящена подготовке к одному из сложных заданий экзамена, традиционно включаемому во вторую часть модуля «Алгебра» экзаменационной работы.
- Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом.
Книга предназначена для подготовки к планиметрическим задачам с развёрнутым ответом, неизменно присутствующим в экзаменационной работе для девятиклассников. Содержит краткую теорию, рекомендации по оцениванию решения, задачи, подобные предлагаемым на ОГЭ, и их подробные решения.

Методика работы с комплексом «Математика. Подготовка к ОГЭ»

Подготовку к ОГЭ следует начинать с пособий «Математика. ОГЭ-2017. 9 класс. Тематический тренинг» и «Математика. 9 класс. ОГЭ-2017. Тренажёр для подготовки к экзамену. Алгебра, геометрия, реальная математика». Оба эти пособия могут использоваться в течение всего учебного года, а способ организации процесса обучения зависит от преподавателя. Например, используя тренажёр, учащиеся могут выполнить на уроке большое число заданий базового уровня сложности по определённой теме или по различным темам. Книгу «Математика. ОГЭ-2017. 9 класс. Тематический тренинг» можно использовать для домашних работ, для организации диагностики и контроля (самоконтроля), в том числе и при изучении методов решения задач повышенного уровня сложности.

При работе с недостаточно подготовленными обучающимися следует также обратиться к пособию «Математика. Базовый уровень ОГЭ-2017. 9 класс. Экспресс-подготовка». В нём в доступной форме изложены необходимая теория и методы решения задач базового уровня ОГЭ. Разбор предлагаемого материала можно проводить как в классе, так и оставлять школьникам для самостоятельного изучения при организации повторения (в том числе повторения материала, пройденного в предыдущие годы).

Сборник тестов «Математика. 9 класс. Подготовка к ОГЭ-2017. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года» следует использовать после освоения большей части материала из рассмотренных выше пособий. Предлагаемые в нём тренировочные варианты в формате ОГЭ могут использоваться для разбора варианта в классе и оставления парного варианта школьникам в качестве домашней работы, а могут — и для проведения репетиции экзамена или для организации диагностики и контроля.

К последним двум пособиям комплекса — «Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА. Задания с параметром: теория, методика, упражнения и задачи» и «Геометрия. 9 класс. Задачи ОГЭ с развёрнутым ответом» — следует переходить после окончания основного курса подготовки, соответственно, освоения алгебры и геометрии на базовом уровне. Работу с данными книгами можно организовать в классах с подготовленными учащимися либо рекомендовать эти пособия для самостоятельной подготовки наиболее успевающим.

Обсудить пособия, оставить свои замечания и предложения, задать вопросы можно на официальном форуме издательства <http://f.legionr.ru>.

Замечания и пожелания можно направлять по адресу legionrus@legionrus.com.

Справочные материалы по математике*

Алгебра

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;
если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + dn - 1.$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n) , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

* Выдаются вместе с текстом экзаменационной работы.

Геометрия

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$;

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$;

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне: $S = ah$.
- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основанием a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R : $S = \pi R^2$.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к некоторым заданиям части 1 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задания части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа. При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

Вариант № 1

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,02 \cdot 20 \cdot 20\,000$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 1), соответствует числу $\sqrt{15}$. Какая это точка?

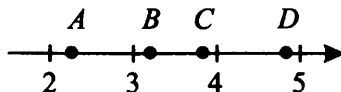


Рис. 1.

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{54}{(3\sqrt{3})^2}$.

1) 1

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{5}{3}$

4) 2

Ответ:

4. Решите уравнение $5x + 8 = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 2) и формулами, которые их задают.

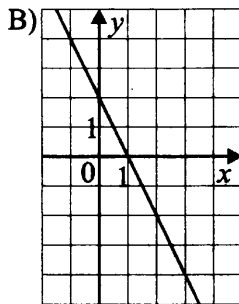
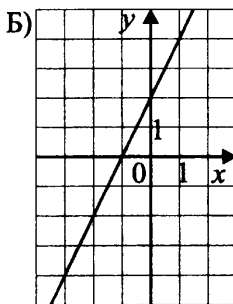
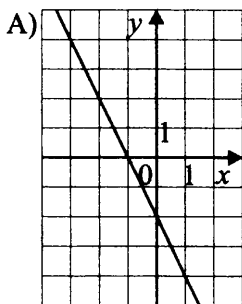


Рис. 2.

1) $y = -2x + 2$

2) $y = 2x - 2$

3) $y = 2x + 2$

4) $y = -2x - 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность (c_n) задана условиями: $c_1 = -5$, $c_{n+1} = c_n - 2$. Найдите c_5 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(a + 4)^2 + 2a(3a - 4)$ при $a = \sqrt{3}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $7x - 3(x - 8) \leq -5$.

1) $(-\infty; -7,25]$

2) $(-\infty; -4,75]$

3) $[-7,25; +\infty)$

4) $[-4,75; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 42 и 14 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне (см. рис. 3)?

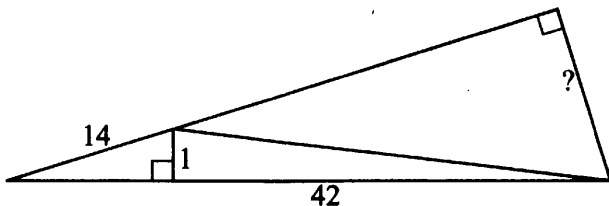


Рис. 3.

Ответ: _____

10. Радиус окружности равен 25, а расстояние от центра окружности до хорды равно 15 (см. рис. 4). Найдите длину хорды.

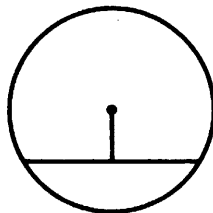


Рис. 4.

Ответ: _____

11. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 144° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см (см. рис. 5). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

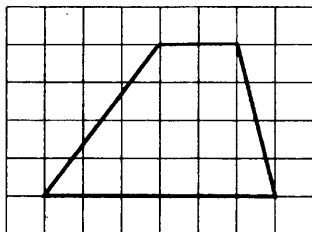


Рис. 5.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы, заключённые между ними, равны, то треугольники подобны.
- 2) Сумма углов треугольника равна 360° .
- 3) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из его вершины к основанию, является его медианой.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Расстояние от Меркурия до Солнца равно 57,90 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $579 \cdot 10^5$ км | 2) $0,579 \cdot 10^8$ км |
| 3) $5,79 \cdot 10^7$ км | 4) $57,9 \cdot 10^6$ км |

Ответ:

15. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 6 изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 300 км/ч.

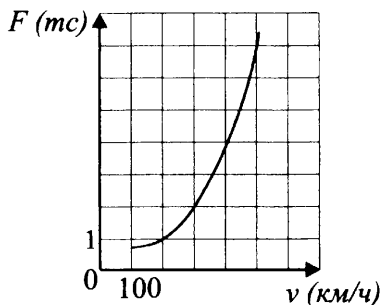


Рис. 6.

Ответ: _____

16. Вес ящика с яблоками, завезённого в магазин, равен 24 кг. Вес ящика с бананами составляет 75% веса ящика с яблоками. Сколько килограммов весит ящик с бананами?

Ответ: _____

17. Длина земельного участка прямоугольной формы равна 320 м, ширина участка равна 250 м. Найдите площадь этого участка в гектарах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав населения республики N (см. рис. 7). Определите по диаграмме, население какого возраста составляет более 50% от всего населения республики.

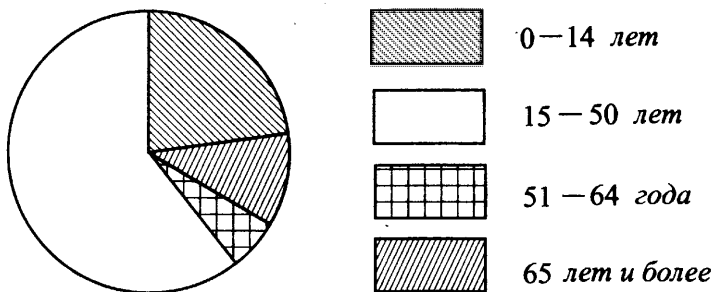


Рис. 7.

- 1) 0 — 14 лет 2) 15 — 50 лет 3) 51 — 64 года 4) 65 и более

Ответ: ☐

19. На экзамене по математике 35 билетов, Андрей выучил 14 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____

20. Расстояние s (в метрах) до места удара молнии можно приближённо вычислить по формуле $s = 330t$, где t — количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 5$. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{50^{n+3}}{5^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

22. Смешали некоторое количество 13%-ного раствора некоторого вещества с таким же количеством 43%-ного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x+3)(x^2+9x+14)}{x+2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты $AC = 12$ и $BC = 8$. Найдите медиану BM этого треугольника.

25. Основания LM и KN трапеции $KLMN$ равны соответственно 12 и 27, $LN = 18$. Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

26. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла DAB и пересекает диагональ BD в точке K . Найдите BC , если известно, что $AK = 9$, $KC = 3$ и около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

Вариант № 2

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,04 \cdot 40 \cdot 40\,000$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 8), соответствует числу $\sqrt{23}$. Какая это точка?

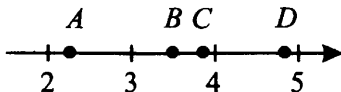


Рис. 8.

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{90}{(6\sqrt{2})^2}$.

1) 5

2) 1,25

3) $\frac{1}{2}$

4) $\frac{3}{4}$

Ответ:

4. Решите уравнение $2x - 17 = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 9) и формулами, которые их задают.

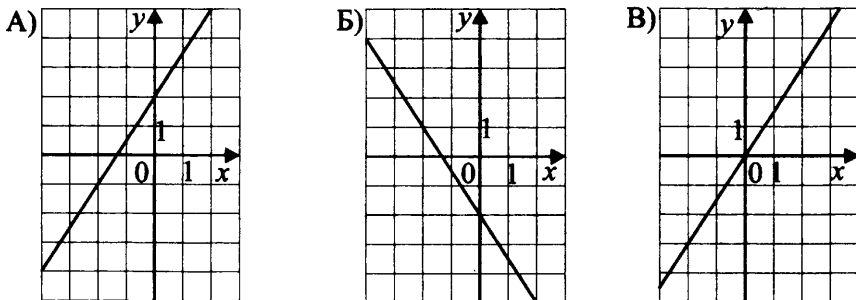


Рис. 9.

1) $y = 1,5x$

2) $y = -1,5x - 2$

3) $y = 1,5x + 2$

4) $y = -1,5x$

Ответ:

A	Б	В

6. Последовательность (a_n) задана условиями: $a_1 = -4$, $a_{n+1} = a_n - 3$. Найдите a_6 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(c + 3)^2 + 2c(5c - 3)$ при $c = \sqrt{5}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $5x - (x - 1) \leq -2$.

1) $(-\infty; -0,75]$

2) $(-\infty; -1,3]$

3) $[-0,75; +\infty)$

4) $[-1,3; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 18 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне (см. рис. 10)?

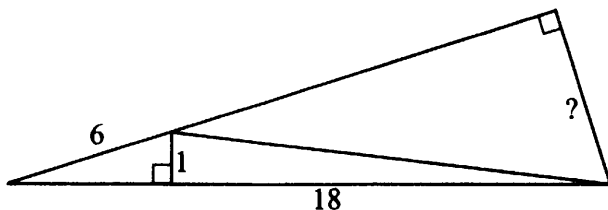


Рис. 10.

Ответ: _____

10. Радиус окружности равен 41, а расстояние от центра окружности до хорды равно 9 (см. рис. 11). Найдите длину хорды.

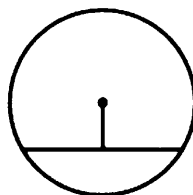


Рис. 11.

Ответ: _____

11. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 138° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см (см. рис. 12). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

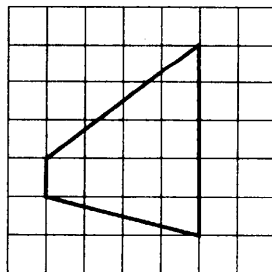


Рис. 12.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В остроугольном треугольнике все углы острые.
- 2) Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна 360° .

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Расстояние от Марса до Солнца равно 228 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $228 \cdot 10^6$ км | 2) $2,28 \cdot 10^8$ км |
| 3) $22,8 \cdot 10^7$ км | 4) $0,228 \cdot 10^9$ км |

Ответ:

15. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 13 изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч.

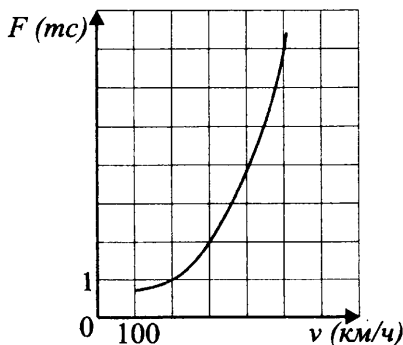


Рис. 13.

Ответ: _____

16. Средний рост саженца, завезённого из питомника в магазин, равен 125 см. Рост саженца сливы составляет 140% среднего роста саженца. Сколько сантиметров рост саженца сливы?

Ответ: _____

17. Ширина земельного участка прямоугольной формы составляет 620 м, длина участка равна 750 м. Найдите площадь этого участка в гектарах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав населения республики N (см. рис. 14). Определите по диаграмме, население какого возраста составляет более 50% от всего населения республики.

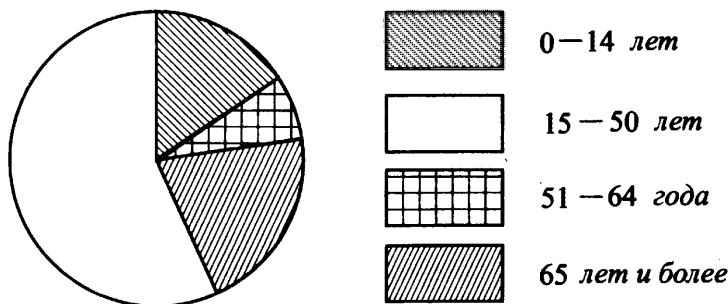


Рис. 14.

- 1) 0 — 14 лет 2) 15 — 50 лет 3) 51 — 64 года 4) 65 и более

Ответ: ☐

19. На экзамене по философии 25 билетов, Наталья выучила 14 из них. Найдите вероятность того, что ей попадётся выученный билет.

Ответ: _____

20. Расстояние s (в метрах) до места удара молнии можно приближённо вычислить по формуле $s = 330t$, где t — количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 3$. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{48^{n+5}}{4^{2n+9} \cdot 3^{n+4}}$.

22. Смешали некоторое количество 17%-ного раствора некоторого вещества с таким же количеством 35%-ного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x-7)(x^2-10x+9)}{x-9}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты $AC = 10$ и $BC = 12$. Найдите медиану BM этого треугольника.

25. Основания AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 12 и 75, $AC = 30$. Докажите, что треугольники ABC и ACD подобны.

26. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла DAB и пересекает диагональ BD в точке K . Найдите BC , если известно, что $AK = 24$, $KC = 3$ и около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

Вариант № 3

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $300 \cdot 3000 \cdot 0,003$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 15), соответствует числу $\sqrt{19}$. Какая это точка?

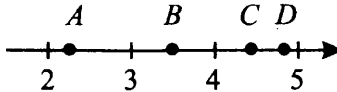


Рис. 15.

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ: ☐

3. Найдите значение выражения $\frac{56}{(4\sqrt{7})^2}$.

1) 2,5

2) 2

3) $\frac{1}{2}$

4) 4

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $-6x - 17 = 1$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 16) и формулами, которые их задают.

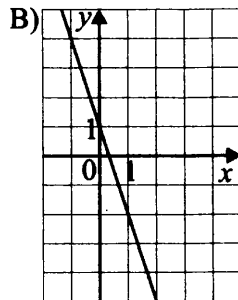
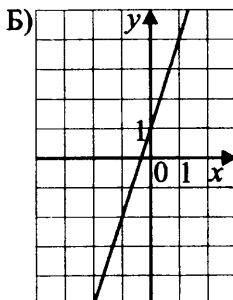
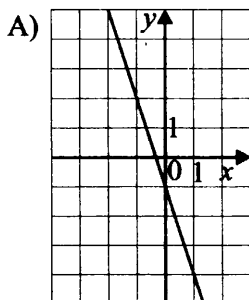


Рис. 16.

1) $y = 3x + 1$

2) $y = -3x + 1$

3) $y = 3x - 1$

4) $y = -3x - 1$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность (a_n) задана условиями: $a_1 = 7$, $a_{n+1} = a_n - 2$. Найдите a_7 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(a + b)^2 + 2a(5a - b)$ при $a = 2$, $b = \sqrt{3}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $8x - 2(x - 3) \leq -15$.

1) $(-\infty; -1,5]$

2) $[-1,5; +\infty)$

3) $(-\infty; -3,5]$

4) $[-3,5; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 16 и 4 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне (см. рис. 17)?

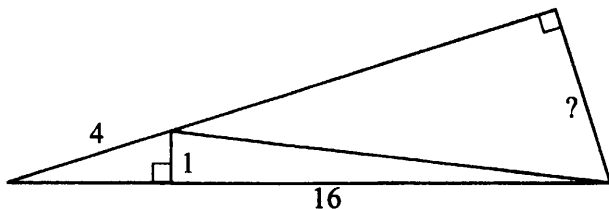


Рис. 17.

Ответ: _____

10. Расстояние от центра окружности до хорды длиной 16 равно 6 (см. рис. 18). Найдите радиус окружности.

Ответ: _____

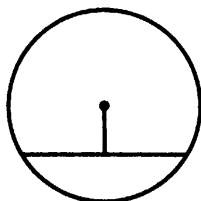


Рис. 18.

11. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 222° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см (см. рис. 19). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____

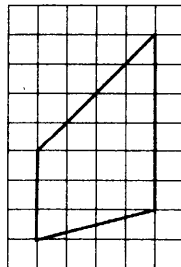


Рис. 19.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
- 2) Через заданную точку плоскости можно провести единственную прямую.
- 3) Две прямые на плоскости, перпендикулярные третьей прямой, параллельны друг другу.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Расстояние от Венеры до Солнца равно 108,2 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1) $0,1082 \cdot 10^9$ км | 2) $108,2 \cdot 10^6$ км |
| 3) $1,082 \cdot 10^7$ км | 4) $1,082 \cdot 10^8$ км |

Ответ:

15. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 20 изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.

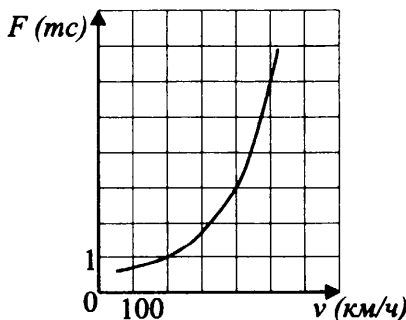


Рис. 20.

Ответ: _____

16. Бюджет отдела на закупку товаров составляет 28 тысяч рублей. Расходы на закупку канцелярских товаров составляют 7% бюджета. Сколько рублей потрачено на закупку канцелярских товаров?

Ответ: _____

17. Площадь земельного участка прямоугольной формы равна 7 га, ширина участка равна 250 м. Найдите длину этого участка в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав населения республики N (см. рис. 21). Определите, население какого возраста составляет менее 10% от всего населения республики.

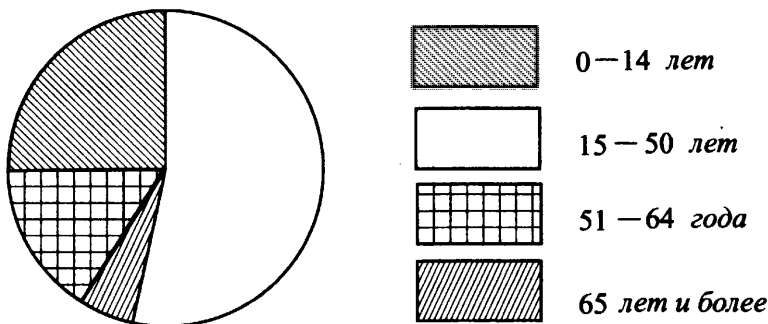


Рис. 21.

- 1) 0 — 14 лет 2) 15 — 50 лет 3) 51 — 64 года 4) 65 и более

Ответ:

19. На экзамене по истории 30 билетов, Николай не выучил 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____

20. Расстояние s (в метрах) до места удара молнии можно приближённо вычислить по формуле $s = 330t$, где t — количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 9$. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{(2x)^3 \cdot x^{-10}}{x^{-11} \cdot 16x^4}$.

22. Смешали некоторое количество 19%-ного раствора некоторого вещества с таким же количеством 79%-ного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 9x + 20)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 + 3x - 4}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B известны катеты $BC = 7$ и $AB = 48$. Найдите медиану CM этого треугольника.

25. В параллелограмме $PKMN$ точка C — середина стороны PK . Известно, что $CM = CN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26. Диагонали трапеции равны 8 и 15. Найдите площадь этой трапеции, если её средняя линия равна 8,5.

Вариант № 4

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $500 \cdot 5000 \cdot 0,005$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (рис. 22), соответствует числу $\sqrt{21}$. Какая это точка?

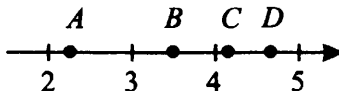


Рис. 22.

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{18}{(3\sqrt{5})^2}$.

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{2}{3}$

3) 0,4

4) 1

Ответ:

4. Решите уравнение $-7x + 14 = 49$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 23) и формулами, которые их задают.

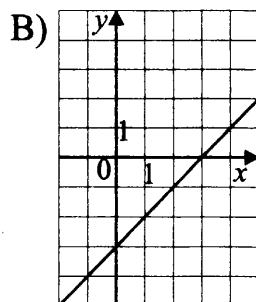
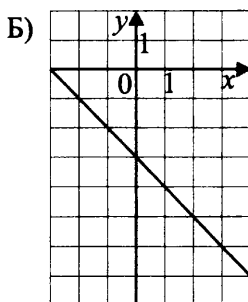
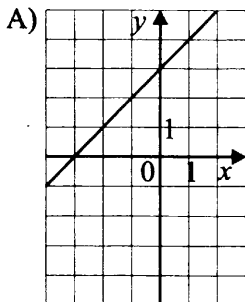


Рис. 23.

1) $y = x - 3$

2) $y = -x + 3$

3) $y = -x - 3$

4) $y = x + 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность (c_n) задана условиями: $c_1 = 8$, $c_{n+1} = c_n - 5$. Найдите c_5 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(c + b)^2 + 2c(3c - b)$ при $c = 3$, $b = \sqrt{5}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $9x - 4(x - 11) \leq -2$.

1) $[-9, 2; +\infty)$

2) $[-8, 4; +\infty)$

3) $(-\infty; -8, 4]$

4) $(-\infty; -9, 2]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. У треугольника со сторонами 20 и 4 проведены высоты к этим сторонам (см. рис. 24). Высота, проведённая к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

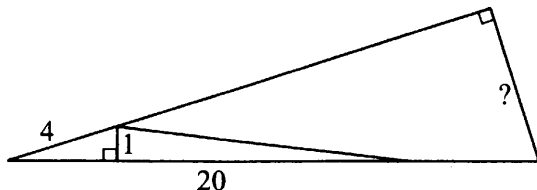


Рис. 24.

Ответ: _____

10. Расстояние от центра окружности до хорды длиной 14 равно 24 (см. рис. 25). Найдите радиус окружности.

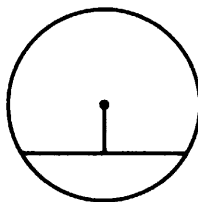


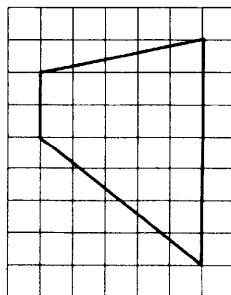
Рис. 25.

Ответ: _____

11. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 244° . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см (см. рис. 26). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____

Рис. 26.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов ромба равна 360° .
- 2) Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) Высота равнобедренного треугольника, проведённая из его вершины к основанию, является его биссектрисой.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Расстояние от Сатурна до Солнца равно 1427 млн км. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $142,7 \cdot 10^7$ км | 2) $0,1427 \cdot 10^{10}$ км |
| 3) $1,427 \cdot 10^9$ км | 4) $1,427 \cdot 10^8$ км |

Ответ:

15. Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке 27 изображена эта зависимость для некоторого самолёта.

На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 500 км/ч.

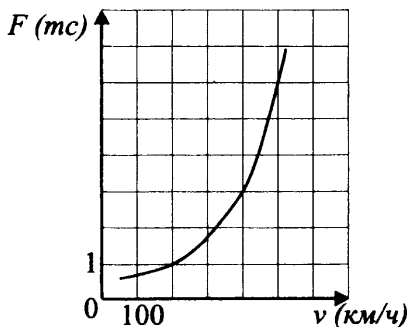


Рис. 27.

Ответ: _____

16. Бюджет семьи составляет 28 тысяч рублей. Расходы на коммунальные услуги составляют 24% бюджета. Сколько рублей потрачено на оплату коммунальных услуг?

Ответ: _____

17. Площадь земельного участка прямоугольной формы равна 5 га, ширина участка равна 125 м. Найдите длину этого участка в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав населения республики N (см. рис. 28). Определите, население какого возраста составляет менее 8% от всего населения республики.

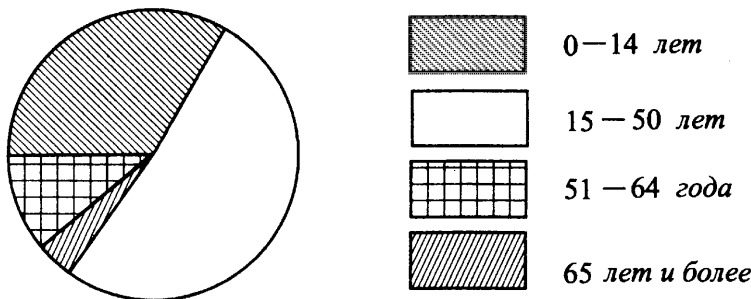


Рис. 28.

- 1) 0 — 14 лет 2) 15 — 50 лет 3) 51 — 64 года 4) 65 и более

Ответ: ☐

19. На экзамене по литературе 25 билетов, Вероника не выучила 15 из них. Найдите вероятность того, что ей попадётся выученный билет.

Ответ: _____

20. Расстояние s (в метрах) до места удара молнии можно приближённо вычислить по формуле $s = 330t$, где t — количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 6$. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Сократите дробь $\frac{(3x)^4 \cdot x^{-7}}{x^{-8} \cdot 27x^5}$.

22. Смешали некоторое количество 1%-ного раствора некоторого вещества с таким же количеством 23%-ного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 10x + 21)}{x^2 - 5x + 6}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты $BC = 14$ и $AC = 24$. Найдите медиану AM этого треугольника.

25. В ромбе $ABCR$ точка S — середина стороны CR . Известно, что $SA = SB$. Докажите, что данный ромб — квадрат.

26. Диагонали трапеции равны 10 и 24. Найдите площадь этой трапеции, если её средняя линия равна 13.

Вариант № 5

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{5,7 \cdot 2,7}{8,1}$.

Ответ: _____

2. О числах a и b известно, что $a > b$. Среди перечисленных ниже неравенств выберите верные.

1) $a - b > -5$

2) $b - a > 3$

3) $b - a < 2$

Варианты ответа

1) 1 и 3

2) 2 и 3

3) 1 и 2

4) 1, 2 и 3

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{80}$; $5\sqrt{3}$; 5,5.

1) $5\sqrt{3}$; $\sqrt{80}$; 5,5

2) $\sqrt{80}$; 5,5; $5\sqrt{3}$

3) 5,5; $5\sqrt{3}$; $\sqrt{80}$

4) 5,5; $\sqrt{80}$; $5\sqrt{3}$

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $x^2 - x - 30 = 0$.

Ответ: _____

5. На рисунке 29 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

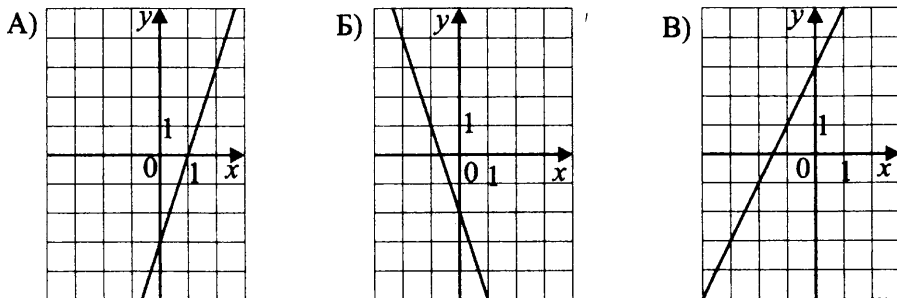


Рис. 29.

1) $k > 0, b < 0$

2) $k < 0, b > 0$

3) $k < 0, b < 0$

4) $k > 0, b > 0$

Ответ:

A	Б	В

6. Последовательность задана условиями $b_1 = 8, b_{n+1} = -\frac{2}{b_n}$. Найдите b_6 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $a(7a + 4) - (a + 2)^2$ при $a = \sqrt{11}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $6 - x \geq 2x + 3$.

1) $(-\infty; -1]$

2) $(-\infty; 1]$

3) $[1; +\infty)$

4) $[1; -\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота (см. рис. 30). Известно, что $AC = 15$ и $BC = BM$. Найдите AH .

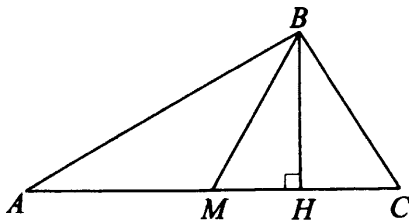


Рис. 30.

Ответ: _____

10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 8$, $AC = 15$ (см. рис. 31). Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

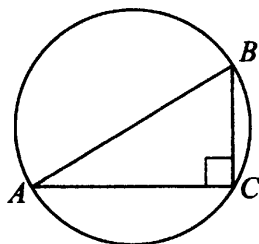


Рис. 31.

Ответ: _____

11. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 35° и 44° . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см изображён угол (см. рис. 32). Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____

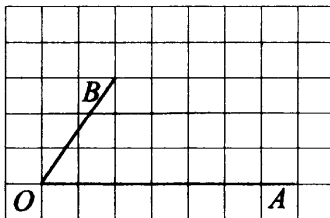


Рис. 32.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол.
- 2) Один из углов треугольника всегда не превышает 60° .
- 3) Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты мальчиков одного из классов по прыжкам с места в длину. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 140 см.

Номер участника	I	II	III	IV
Результат в сантиметрах	135	173	124	143

Укажите номера участников, получивших зачёт.

- 1) только I 2) только II 3) I и III 4) II и IV

Ответ:

15. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортёрной ленте. При проектировании транспортёра необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортёра. На рисунке 33 изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортёра к горизонту при расчётной нагрузке.

На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортёрной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 200 кгс? Ответ дайте в градусах.

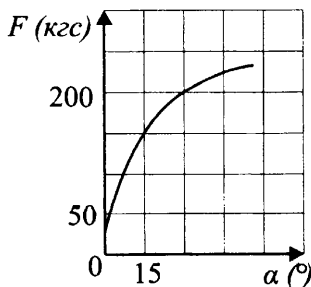


Рис. 33.

Ответ: _____

16. Площадь поля составляет 82 гектара. Она распределена между посевами пшеницы и кукурузы в отношении 15 : 26. Сколько гектаров занимает кукуруза?

Ответ: _____

17. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 1500 м. Затем повернул на юг и прошёл 800 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны религиозные составы 4 городов: K , L , M и N (см. рис. 34). Определите по диаграмме, в каком городе доля католиков наибольшая.

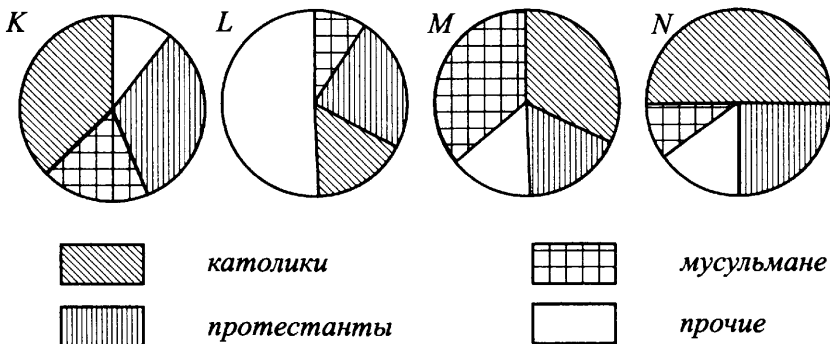


Рис. 34.

1) K

2) L

3) M

4) N

Ответ:

19. В фирме доставки в данный момент свободно 35 машин: 18 жёлтых, 10 зелёных и 7 красных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет красная машина.

Ответ: _____

20. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 63$ см, $n = 1100$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{4}{x^2} + \frac{3}{x} - 1 = 0$.

22. Первые 3 часа автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующий час — со скоростью 80 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = 3 - \frac{x+4}{x^2+4x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, а отрезки AD и BC пересекаются в точке M . Найдите AB , если $CD = 23$, $AM = 16$, $MD = 92$.

25. Биссектрисы углов K и N параллелограмма $KLMN$ пересекаются в точке A стороны LM . Докажите, что A — середина LM .

26. Центр O окружности, описанной около выпуклого четырёхугольника $ABCD$, является серединой стороны AD , а его углы B и C соответственно равны 103° и 137° . Найдите AD , если $BC = 7$.

Вариант № 6

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{6,6 \cdot 3,2}{9,6}$.

Ответ: _____

2. О числах a и b известно, что $a < b$. Среди перечисленных ниже неравенств выберите верные.

1) $b - a > -2$

2) $a - b < 1$

3) $a - b > 4$

Варианты ответа

1) 2 и 3

2) 1 и 3

3) 1 и 2

4) 1, 2 и 3

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{50}$; $4\sqrt{3}$; 6,5.

1) 6,5; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{50}$ 2) $4\sqrt{3}$; 6,5; $\sqrt{50}$ 3) $\sqrt{50}$; $4\sqrt{3}$; 6,5 4) 6,5; $\sqrt{50}$; $4\sqrt{3}$

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Ответ: _____

5. На рисунке 35 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

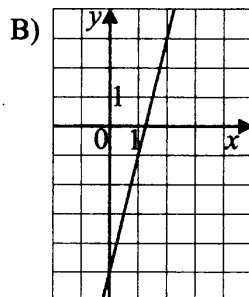
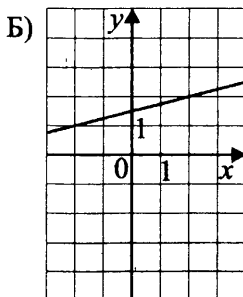
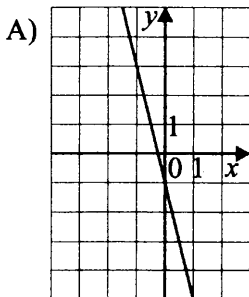


Рис. 35.

1) $k > 0, b < 0$

2) $k > 0, b > 0$

3) $k < 0, b < 0$

4) $k < 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность задана условиями $b_1 = 6$, $b_{n+1} = -\frac{3}{b_n}$. Найдите b_6 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $b(5b + 8) - (b + 4)^2$ при $b = \sqrt{7}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $8 - x \geq 3x + 4$.

1) $(-\infty; -4]$ 2) $[-4; +\infty)$ 3) $(-\infty; 1]$ 4) $[1; +\infty)$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота (см. рис. 36). Известно, что $AC = 17$ и $BC = BM$. Найдите AH .

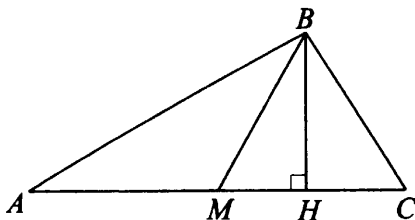


Рис. 36.

Ответ: _____

10. В треугольнике MPK угол M равен 90° , $MP = 14$, $MK = 48$ (см. рис. 37). Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Ответ: _____

11. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 33° и 43° . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

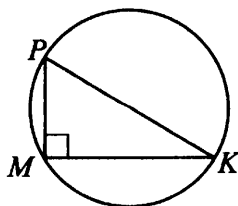


Рис. 37.

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см изображён угол (см. рис. 38). Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____

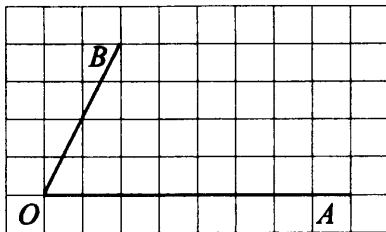


Рис. 38.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
- 2) Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла.
- 3) Медиана треугольника делит пополам угол, из которого проведена.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты девочек одного из классов по прыжкам с места в длину. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 130 см.

Номер участника	I	II	III	IV
Результат в сантиметрах	135	123	142	112

Укажите номера участников, получивших зачёт.

- 1) только I 2) только III 3) I и III 4) II и IV

Ответ:

15. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортёрной ленте. При проектировании транспортёра необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортёра. На рисунке 39 изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортёра к горизонту при расчётной нагрузке.

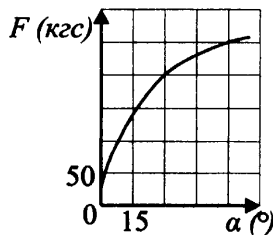


Рис. 39.

На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортёрной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 250 кгс? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

16. На школьном конкурсе «Выпускник года» на первое место претендовали два кандидата. Голосовало 153 человека. Голоса между кандидатами распределились в отношении 13 : 4. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: _____

17. Мальчик прошёл от дома по направлению на запад 1200 м. Затем повернул на север и прошёл 500 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны религиозные составы 4 городов: K , L , M и N (см. рис. 40). Определите по диаграмме, в каком городе доля протестантов наибольшая.

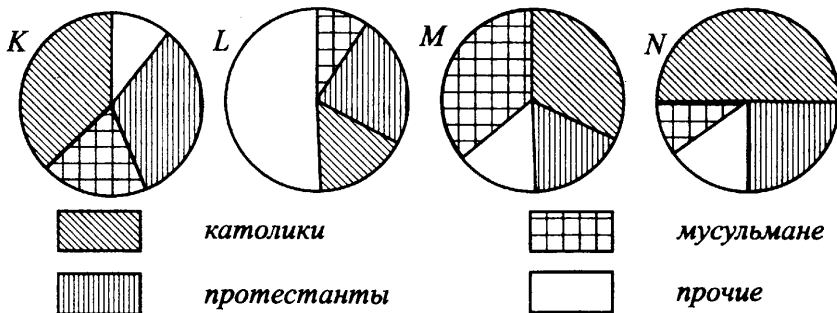


Рис. 40.

1) K

2) L

3) M

4) N

Ответ:

19. В фирме такси в данный момент свободно 18 машин: 9 чёрных, 5 жёлтых и 4 красных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет чёрная машина.

Ответ: _____

20. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 65$ см, $n = 1300$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{5}{x^2} - \frac{7}{x} + 2 = 0$.

22. Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 65 км/ч, а последний час — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = -2 - \frac{(x-5)}{x^2-5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, а отрезки AD и BC пересекаются в точке M . Найдите AB , если $CD = 51$, $AM = 68$, $MD = 34$.

25. Биссектрисы углов C и N прямоугольника $CBMN$ пересекаются в точке A стороны BM . Докажите, что A — середина BM .

26. Центр O окружности, описанной около выпуклого четырёхугольника $ABCD$, является серединой стороны AD , а его углы B и C соответственно равны 115° и 125° . Найдите AD , если $BC = 8$.

Вариант № 7

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{42}{0,5 \cdot 2,1}$.

Ответ: _____

2. О числах a и c известно, что $a < c$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a - 4 < c - 4$ 2) $a + 7 < c + 7$ 3) $\frac{a}{5} < \frac{c}{5}$ 4) $-\frac{a}{7} < -\frac{c}{7}$

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{60}$; $4\sqrt{3}$; $6,4$.

1) $4\sqrt{3}$; $\sqrt{60}$; $6,4$ 2) $6,4$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{60}$ 3) $4\sqrt{3}$; $6,4$; $\sqrt{60}$ 4) $6,4$; $\sqrt{60}$; $4\sqrt{3}$

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $x^2 + 4x = 12$.

Ответ: _____

5. На рисунке 41 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

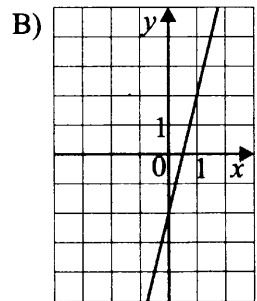
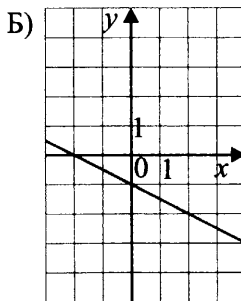
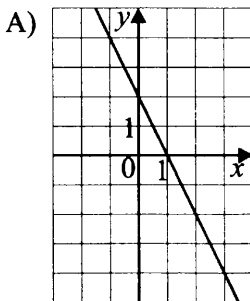


Рис. 41.

1) $k > 0, b < 0$

2) $k > 0, b > 0$

3) $k < 0, b < 0$

4) $k < 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность задана условиями $a_1 = 5$, $a_{n+1} = \frac{2}{a_n}$. Найдите a_6 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $x(3x+2y)-(x+y)^2$ при $x = \sqrt{7}$, $y = \sqrt{10}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $4 - x \geq 3x + 2$.

1) $(-\infty; 2]$ 2) $[2; +\infty)$ 3) $[0,5; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0,5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота (см. рис. 42). Известно, что $AC = 19$ и $BC = BM$. Найдите AH .

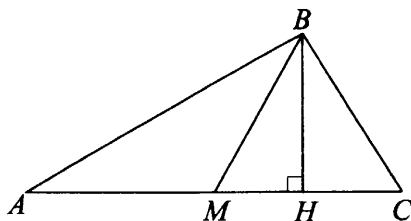


Рис. 42.

Ответ: _____

10. В треугольнике ABC угол B равен 90° , $BC = 7$, $BA = 7\sqrt{3}$ (см. рис. 43). Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.

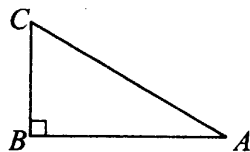


Рис. 43.

Ответ: _____

11. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 31° и 73° . Найдите меньший угол параллелограмма (см. рис. 44). Ответ дайте в градусах.

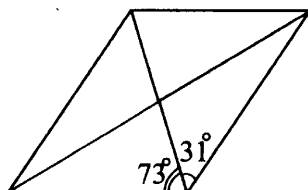


Рис. 44.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см изображён угол (см. рис. 45). Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____

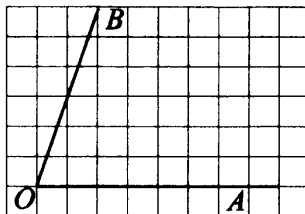


Рис. 45.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.
- 2) Треугольник со сторонами 11, 12, 40 существует.
- 3) В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты мальчиков одного из классов по прыжкам в длину. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 201 см.

Номер участника	I	II	III	IV
Результат в сантиметрах	200	207	199	210

Укажите номера участников, получивших зачёт.

- 1) только I 2) только IV 3) II и IV 4) I и III

Ответ:

15. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортёрной ленте. При проектировании транспортёра необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортёра. На рисунке 46 изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортёра к горизонту при расчётной нагрузке.

На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортёрной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 300 кгс? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

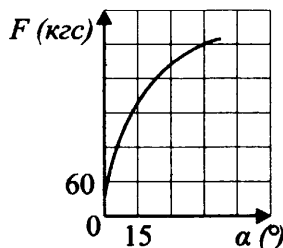


Рис. 46.

16. Акции банка распределены между государством и частными лицами в отношении 26 : 24. Общая прибыль банка после выплаты налогов за год составила 35 млн рублей. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Ответ: _____

17. Девочка прошла от школы по направлению на восток 400 м. Затем повернула на север и прошла 90 м. На каком расстоянии (в метрах) от школы оказалась девочка?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны религиозные составы 4 городов: K , L , M и N (см. рис. 47). Определите по диаграмме, в каком городе доля мусульман наибольшая.

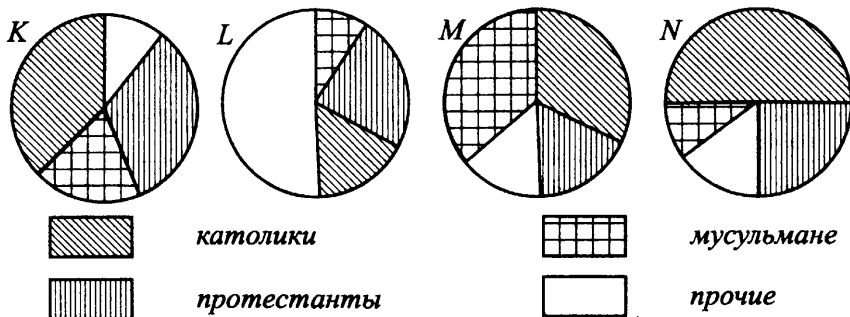


Рис. 47.

1) K

2) L

3) M

4) N

Ответ: ☐

19. В магазин привезли 60 кувшинов: 48 с изображением белого цветка на зелёном фоне, остальные — с изображением белого цветка на голубом фоне. Продавец выставляет на витрину случайно выбранный кувшин. Найдите вероятность того, что это будет кувшин с изображением белого цветка на голубом фоне.

Ответ: _____

20. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Сколько шагов прошёл человек, если $l = 64$ см, $s = 0,96$ км?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 4} + \frac{3}{x + 2} + 1 = 0$.

22. Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 150 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 140 км — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = 4 + \frac{2x + 10}{x^2 + 5x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MB , если $AB = 15$, $DC = 75$, $BD = 72$.

25. Биссектриса угла D параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке E так, что $CE : BE = 2 : 3$. Докажите, что периметр параллелограмма $ABCD$ равен $7AB$.

26. Биссектриса угла A треугольника ABC делит высоту, опущенную из вершины B на прямую AC в отношении $13:12$, считая от вершины B .

Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 15$.

Вариант № 8

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{63}{0,2 \cdot 2,1}$.

Ответ: _____

2. О числах a и c известно, что $a > c$. Какое из следующих неравенств неверно?

- 1) $a - 3 > c - 3$ 2) $c + 4 > a + 4$ 3) $\frac{c}{6} < \frac{a}{6}$ 4) $-\frac{c}{4} > -\frac{a}{4}$

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{48}$; $2\sqrt{5}$; $4,8$.

- 1) $\sqrt{48}$; $2\sqrt{5}$; $4,8$ 2) $2\sqrt{5}$; $\sqrt{48}$; $4,8$ 3) $\sqrt{48}$; $4,8$; $2\sqrt{5}$ 4) $2\sqrt{5}$; $4,8$; $\sqrt{48}$

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $x^2 = 2x + 8$.

Ответ: _____

5. На рисунке 48 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

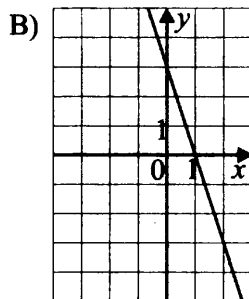
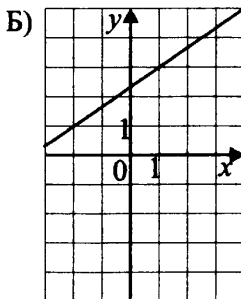
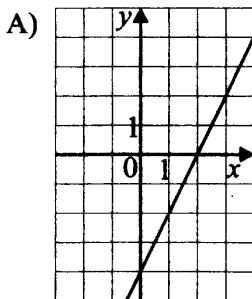


Рис. 48.

- 1) $k > 0, b < 0$
3) $k < 0, b < 0$

- 2) $k < 0, b > 0$
4) $k > 0, b > 0$

Ответ:

А	Б	В
☐	☐	☐

6. Последовательность задана условиями $c_1 = -4$, $c_{n+1} = \frac{1}{c_n}$. Найдите c_6 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $a(7a+6b) - (a+3b)^2$ при $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{3}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $10 - x \geq x + 2$.

1) $(-\infty; 4]$ 2) $(-\infty; 0,25]$ 3) $[4; +\infty)$ 4) $[0,25; +\infty)$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC BM — медиана и BH — высота (см. рис. 49). Известно, что $AC = 21$ и $BC = BM$. Найдите AH .

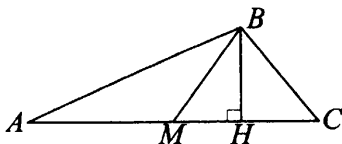


Рис. 49.

Ответ: _____

10. В треугольнике CDE угол C равен 90° , $CD = 12$, $CE = 6\sqrt{5}$. Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника (см. рис. 50).

Ответ: _____

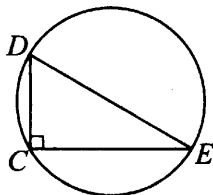


Рис. 50.

11. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 35° и 82° (см. рис. 51). Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

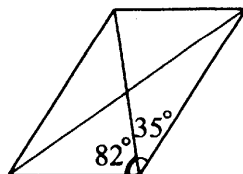
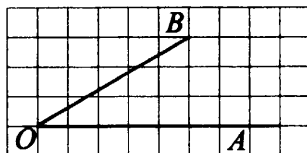


Рис. 51.

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см изображён угол (см. рис. 52). Найдите тангенс этого угла.



Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

Рис. 52.

- 1) В треугольнике против большего угла лежит бо́льшая сторона.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.
- 3) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты девочек одного из классов по прыжкам с места в длину. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 152 см.

Номер участника	I	II	III	IV
Результат в сантиметрах	151	150	152	153

Укажите номера участников, получивших зачёт.

- 1) только III 2) только IV 3) I и II 4) III и IV

Ответ:

15. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке 53 изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчётной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъёма в градусах, на оси ординат — сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 175 кгс? Ответ дайте в градусах.

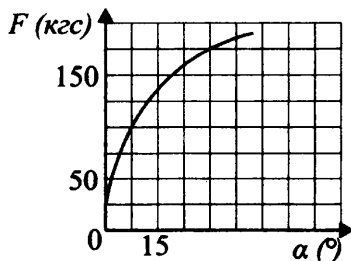


Рис. 53.

Ответ: _____

16. Акции предприятия распределены между банком и частными лицами в отношении 21 : 14. Общая прибыль предприятия после выплаты налогов за год составила 2450 тыс. рублей. Какая сумма (в рублях) из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Ответ: _____

17. Девочка прошла от школы по направлению на север 150 м. Затем повернула на запад и прошла 80 м. На каком расстоянии (в метрах) от школы оказалась девочка?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны религиозные составы 4 городов: *K*, *L*, *M* и *N* (см. рис. 54). Определите по диаграмме, в каком городе доля «прочие» наибольшая.

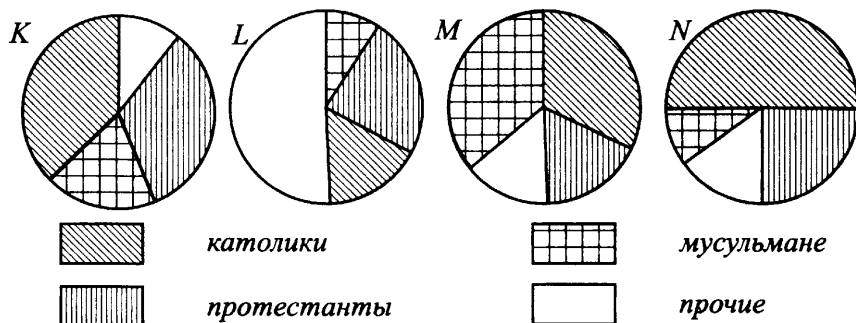


Рис. 54.

1) *K*

2) *L*

3) *M*

4) *N*

Ответ:

19. В магазин привезли 45 кружек: 27 с изображением белого голубя на голубом фоне, остальные — с изображением белого голубя на сером фоне. Продавец выставляет на витрину случайно выбранную кружку. Найдите вероятность того, что это будет кружка с изображением белого голубя на сером фоне.

Ответ: _____

20. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Сколько шагов прошёл человек, если $l = 70$ см, $s = 1,47$ км?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $2 - \frac{12}{x^2 - 9} - \frac{2}{x + 3} = 0$.

22. Первые 90 км автомобиль ехал со скоростью 45 км/ч, следующие 320 км — со скоростью 80 км/ч, а последние 150 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = -3 + \frac{4x + 4}{x^2 + x}$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MB , если $AB = 56$, $DC = 42$, $BD = 21$.

25. Биссектриса угла K параллелограмма $KLMN$ пересекает сторону LM в точке A так, что $LA : AM = 1 : 2$. Докажите, что периметр параллелограмма $KLMN$ равен $8LK$.

26. Биссектриса угла A треугольника ABC делит высоту, опущенную из вершины B на прямую AC в отношении $13 : 5$, считая от вершины B .

Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 10$.

Вариант № 9

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3}$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой изображены числа a и b (см. рис. 55). Какое из следующих неравенств неверно?

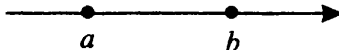


Рис. 55.

- 1) $b - 1 > a - 1$ 2) $-b < -a$ 3) $\frac{b}{4} < \frac{a}{4}$ 4) $b + 2 > a + 1$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{3^4 \cdot 3^2 \cdot 7^4}$.

- 1) 525 2) 1323 3) 1047 4) 940

Ответ:

4. Решите уравнение $-6(3 - x) = 2x + 8$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 56) и формулами, которые их задают.

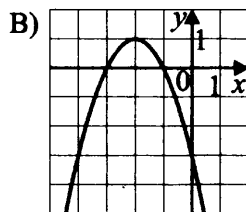
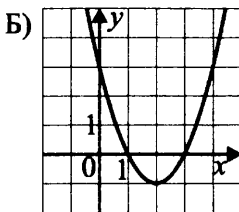
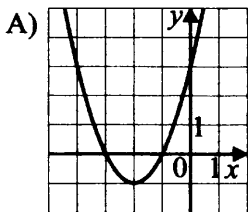


Рис. 56.

1) $y = -x^2 - 4x - 3$

2) $y = x^2 - 4x + 3$

3) $y = x^2 + 4x + 3$

4) $y = -x^2 + 4x - 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: $\dots; 14; x; -12; -25; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{7}{a} - \frac{7}{8a}$ при $a = 0,7$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $2x - 3 \leq 8x + 9$.

1) $[-2; +\infty)$ 2) $(-0,5; +\infty)$ 3) $(-\infty; -2]$ 4) $(-\infty; -0,5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{7}{8}$, $AC = 14$. Найдите AB (см. рис. 57).

Ответ: _____

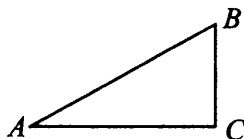


Рис. 57.

10. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 58). Угол ACB равен 43° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

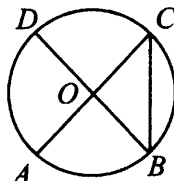


Рис. 58.

11. Сумма двух углов параллелограмма равна 246° . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 181. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AECB$ (см. рис. 59).

Ответ: _____

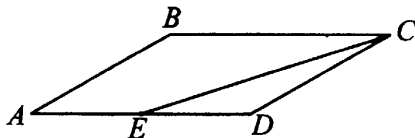


Рис. 59.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) Биссектрисы треугольника пересекаются в центре его вписанной окружности.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Численность населения Вьетнама составляет $9,1 \cdot 10^7$ млн человек, а Индии — $1,27 \cdot 10^9$ млн человек. Во сколько раз численность населения Индии больше численности населения Вьетнама?

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1) примерно в 1,4 раза | 2) примерно в 14 раз |
| 3) примерно в 5,6 раза | 4) примерно в 10 раз |

Ответ:

15. На рисунке 60 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

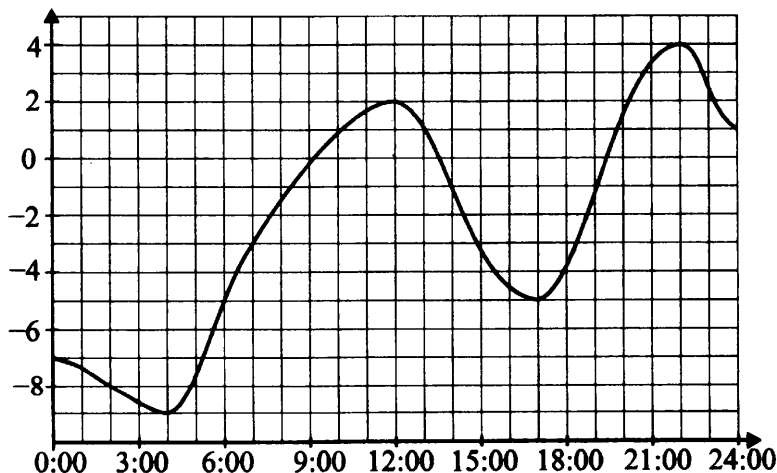


Рис. 60.

Ответ: _____

16. Банк начисляет на вклад 12% годовых. Гражданин К. положил на вклад 200 000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____

17. Колесо игрушечного велосипеда имеет 12 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города S (см. рис. 61). Определите по диаграмме, какая из религиозных групп является самой малочисленной.

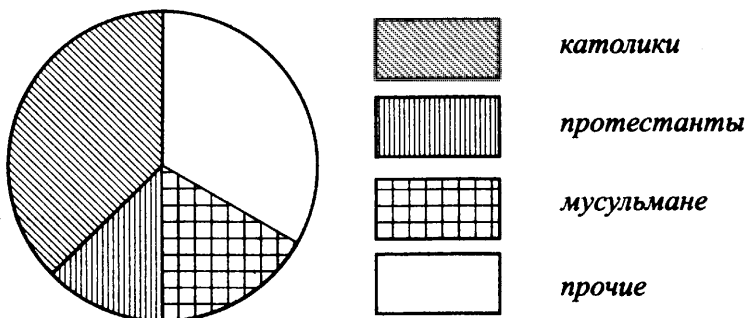


Рис. 61.

1) католики 2) протестанты 3) мусульмане 4) прочие

Ответ: ☐

19. В среднем на 200 холодильников, поступивших в продажу, приходится тридцать со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине холодильник окажется со скрытыми дефектами.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в значение по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градуса Фаренгейта. Какое значение температуры по шкале Фаренгейта соответствует 95° по шкале Цельсия?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$.
22. Два велосипедиста одновременно отправляются в 100-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.
23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x, & \text{при } x \geq -2 \\ x + 2, & \text{при } x < -2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катет $AC = 8$ и гипотенуза $AB = 10$. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.
25. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $PKMN$ проведена прямая, пересекающая стороны PK и MN в точках X и Y соответственно. Докажите, что $PX = MY$.
26. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите острые углы этого треугольника в градусах, если его площадь равна 36.

Вариант № 10

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $75 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 5 \cdot \frac{1}{5}$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой изображены числа a и b (см. рис. 62). Какое из следующих неравенств неверно?

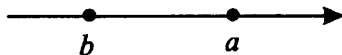


Рис. 62.

- 1) $a - 2 > b - 2$ 2) $-b > -a$ 3) $\frac{a}{7} < \frac{b}{7}$ 4) $a + 4 > b + 2$

Ответ: ☐

3. Найдите значение выражения $\sqrt{4^4 \cdot 2^2 \cdot 5^4}$.

- 1) 600 2) 400 3) 800 4) 1000

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $8(5 - x) = x + 4$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 63) и формулами, которые их задают.

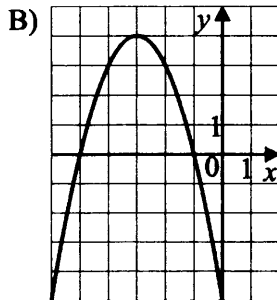
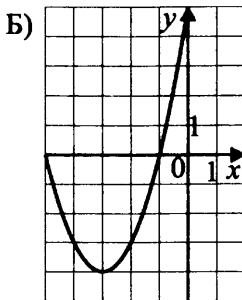
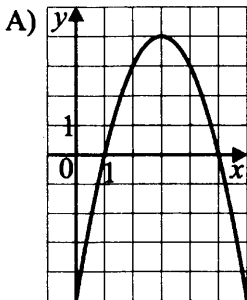


Рис. 63.

- 1) $y = x^2 + 6x + 5$ 2) $y = -x^2 - 6x - 5$
 3) $y = x^2 - 6x + 5$ 4) $y = -x^2 + 6x - 5$

Ответ:

А	Б	В
☐	☐	☐

6. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: $\dots; 22; 12; p; -8; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой p .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{11}{b} - \frac{11}{5b}$ при $b = 1,1$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство: $4x - 2 \leq 7x + 4$.

1) $(-\infty; -0,5]$ 2) $(-\infty; -2]$ 3) $[-0,5; +\infty)$ 4) $[-2; +\infty)$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{3}{8}$, $AC = 6$. Найдите AB .

Ответ: _____

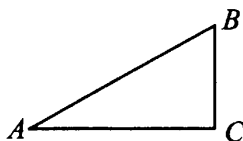


Рис. 64.

10. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 65). Угол ACB равен 35° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

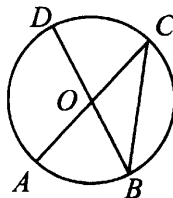


Рис. 65.

11. Сумма двух углов параллелограмма равна 168° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 179. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AECB$.

Ответ: _____

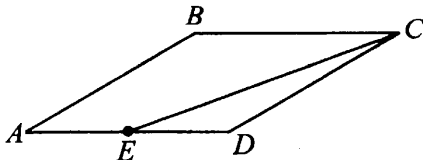


Рис. 66.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180° .

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Численность населения Эфиопии составляет $9,3 \cdot 10^7$ млн человек, а Индии — $1,27 \cdot 10^9$ млн человек. Во сколько раз численность населения Индии больше численности населения Эфиопии?

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) примерно в 2,6 раза | 2) примерно в 5,4 раза |
| 3) примерно в 14 раз | 4) примерно в 20 раз |

Ответ:

15. На рисунке 67 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

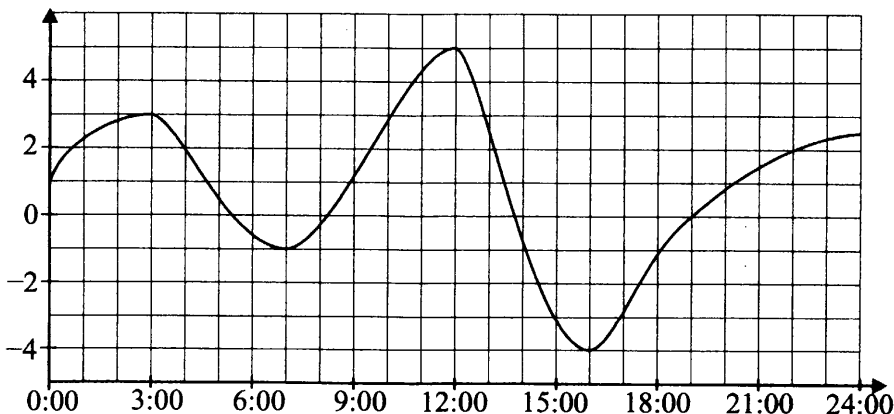


Рис. 67.

Ответ: _____

16. На счёт в банке, доход по которому составляет 8,5% годовых, положили 70 000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций со счётом проводиться не будет?

Ответ: _____

17. Колесо тележки имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города N (см. рис. 68). Определите по диаграмме, какая из религиозных групп является самой малочисленной.

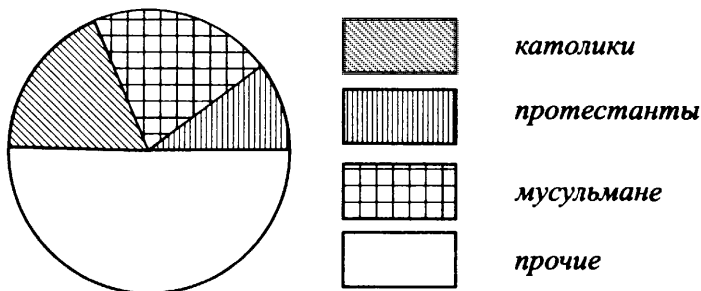


Рис. 68.

1) католики 2) протестанты 3) мусульмане 4) прочие

Ответ:

19. В среднем на 200 пар обуви, поступивших в продажу, приходится двенадцать со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в магазине пара обуви окажется со скрытыми дефектами.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ($T^{\circ}C$) в шкалу Фаренгейта ($T^{\circ}F$), пользуются формулой $F = 1,8C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует 85° по шкале Цельсия?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x(x^2 + 16x + 64) = 9(x + 8)$.
22. Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 2 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.
23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x, & \text{при } x > 1 \\ 2x + 3, & \text{при } x \leq 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катет $AC = 12$ и гипотенуза $AB = 13$. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.
25. В ромбе $ABCD$ через точку O пересечения диагоналей проведена прямая, пересекающая стороны AD и BC в точках E и F соответственно. Докажите, что $AE = CF$.
26. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 6. Найдите острые углы этого треугольника в градусах, если его площадь равна 9.

Вариант № 11

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 12 \cdot \frac{1}{5}$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой изображены числа a и c (см. рис. 69). Какое из следующих неравенств верно?

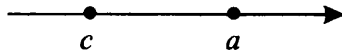


Рис. 69.

1) $a + 2 > c + 2$

2) $-c > -a$

3) $\frac{a}{5} < \frac{c}{5}$

Варианты ответа

1) 1 и 3

2) 2 и 3

3) 1 и 2

4) 1, 2 и 3

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{64 \cdot 80 \cdot 10}$.

1) 160

2) $160\sqrt{6}$

3) $160\sqrt{3}$

4) $160\sqrt{2}$

Ответ:

4. Решите уравнение $8 + 3(5 - 2x) = 5x + 12$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 70) и формулами, которые их задают.

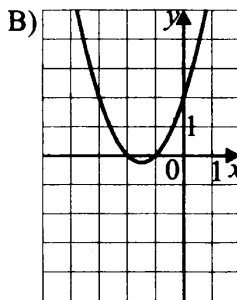
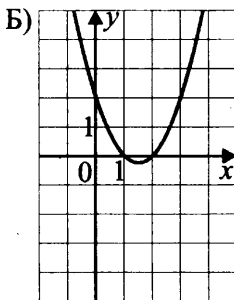
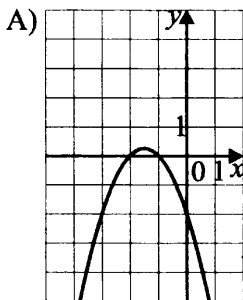


Рис. 70.

1) $y = x^2 - 3x + 2$

2) $y = -x^2 - 3x - 2$

3) $y = -x^2 + 3x - 2$

4) $y = x^2 + 3x + 2$

Ответ:

А	Б	В

6. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: $\dots; 15; y; -11; -24; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой y .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{1}{b} - \frac{b+3a}{3ab}$ при $a = \frac{1}{3}$, $b = \sqrt{13}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $3x - 5 \leq 5x + 3$.

1) $(-\infty; -0,25]$ 2) $(-\infty; -4]$ 3) $[-0,25; +\infty)$ 4) $[-4; +\infty)$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 7$, $\sin A = 0,7$. Найдите AB (см. рис. 71).

Ответ: _____

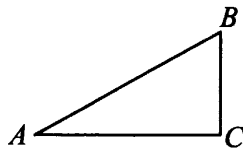


Рис. 71.

10. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 72). Угол AOD равен 108° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

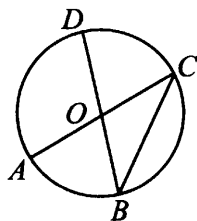


Рис. 72.

11. Сумма двух углов ромба равна 146° . Найдите больший угол ромба. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 191. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AECB$ (см. рис. 73).

Ответ: _____

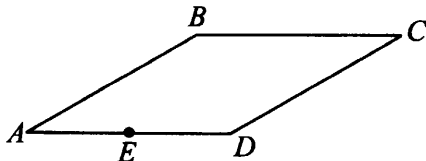


Рис. 73.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.
- 2) Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.
- 3) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны друг другу.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Площадь территории Польши составляет $3,13 \cdot 10^5$ км², а России — $1,7 \cdot 10^7$ км². Во сколько раз площадь территории России больше площади территории Польши?

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) примерно в 1,2 раза | 2) примерно в 12 раз |
| 3) примерно в 2,6 раза | 4) примерно в 54 раза |

Ответ:

15. На рисунке 74 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

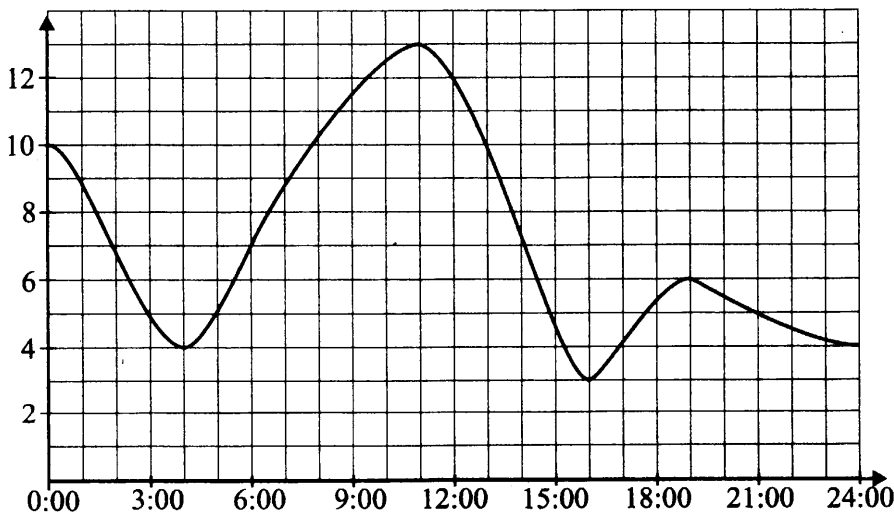


Рис. 74.

Ответ: _____

16. Плата за услуги связи составляет 180 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 30%. Сколько рублей придётся платить в месяц за услуги связи в следующем году?

Ответ: _____

17. В колесе угол между соседними спицами равен 45° . Сколько спиц в колесе?

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города M (см. рис. 75). Определите по диаграмме, какая из религиозных групп является самой большой.

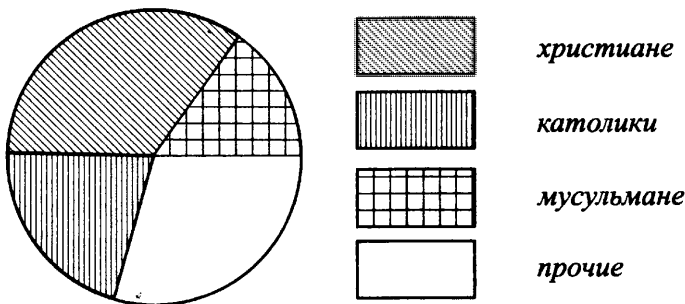


Рис. 75.

1) христиане 2) католики 3) мусульмане 4) прочие

Ответ: ☐

19. В среднем на 300 пылесосов, поступивших в продажу, приходится шесть неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине пылесос окажется исправным.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует температуре 98° по шкале Цельсия?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $4x(16 - 8x + x^2) = 7(4 - x)$.

22. Два автомобиля отправляются в 540-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 12 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1,5 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} 4x - x^2, & \text{при } x \geq -1 \\ -x + 8, & \text{при } x < -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты $AC = 16$, $CB = 12$. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.

25. В параллелограмме $ABCD$ вершины A и C соединили отрезками с точками P и M — серединами сторон BC и AD соответственно. Докажите, что $AP = CM$.

26. Через вершины A и C треугольника ABC проходит окружность, пересекающая сторону AB в точке D и касающаяся стороны BC . Найдите AD , если $AC = 8$, $BC = 6$, $DC = 4,8$.

Вариант № 12

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3}$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой изображены числа a и c (см. рис. 76). Какие из следующих неравенств верны?

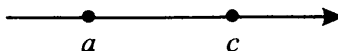


Рис. 76.

1) $c + 3 > a + 3$

2) $-a > -c$

3) $\frac{c}{3} < \frac{a}{3}$

Варианты ответа

1) 1 и 2

2) 1 и 3

3) 2 и 3

4) 1, 2 и 3

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\sqrt{56 \cdot 21 \cdot 14}$.

1) $28\sqrt{6}$

2) $21\sqrt{28}$

3) $28\sqrt{21}$

4) $56\sqrt{2}$

Ответ:

4. Решите уравнение $3 - 4(5 + 3x) = 2x - 3$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 77) и формулами, которые их задают.

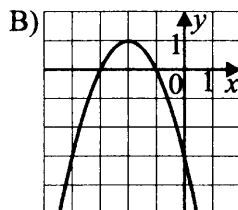
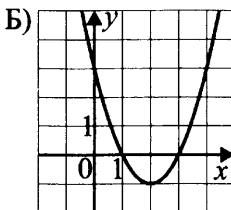
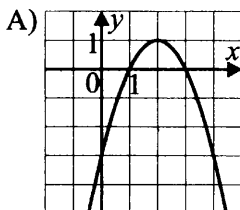


Рис. 77.

1) $y = x^2 + 4x + 3$

2) $y = x^2 - 4x + 3$

3) $y = -x^2 - 4x - 3$

4) $y = -x^2 + 4x - 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии: $\dots; 7; -13; t; -53; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой t .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{1}{c} - \frac{c+5a}{5ac}$ при $a = \frac{1}{5}$, $c = \sqrt{10}$.

8. Решите неравенство $5x - 8 \leq 9x + 12$.

- 1) $[-5; +\infty)$ 2) $[-0,2; +\infty)$ 3) $(-\infty; -0,2]$ 4) $(-\infty; -5]$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 2$, $\sin A = 0,4$. Найдите AB (см. рис. 78).

Ответ: _____

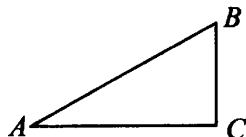


Рис. 78.

10. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 79). Угол AOD равен 104° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

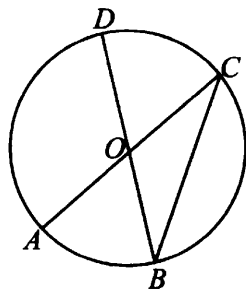


Рис. 79.

11. Сумма двух углов ромба равна 142° . Найдите меньший угол ромба. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 193. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AECB$ (см. рис. 80).

Ответ: _____

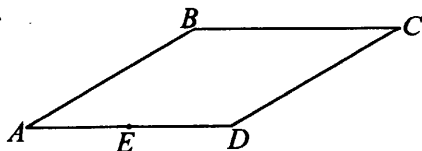


Рис. 80.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
- 2) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
- 3) Один из двух смежных углов всегда острый, а другой тупой.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Площадь территории Индии составляет $3,29 \cdot 10^6 \text{ км}^2$, а Норвегии — $3,2 \cdot 10^5 \text{ км}^2$. Во сколько раз площадь территории Индии больше площади территории Норвегии?

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) примерно в 2 раза | 2) примерно в 100 раз |
| 3) примерно в 5,6 раза | 4) примерно в 10 раз |

Ответ:

15. На рисунке 81 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

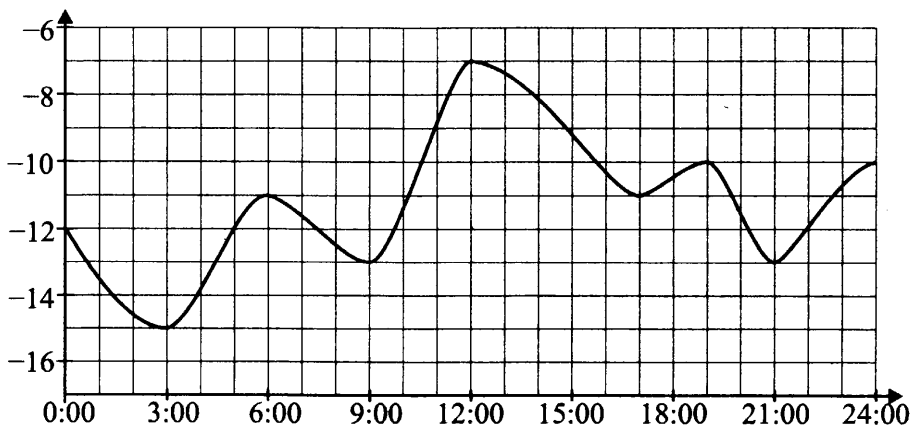


Рис. 81.

Ответ: _____

16. Плата за отопление составляет 2380 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 5%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за отопление в следующем году?

Ответ: _____

17. В колесе угол между соседними спицами равен 24° . Сколько спиц в колесе?

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города P (см. рис. 82). Определите по диаграмме, какая из религиозных групп является самой большой.

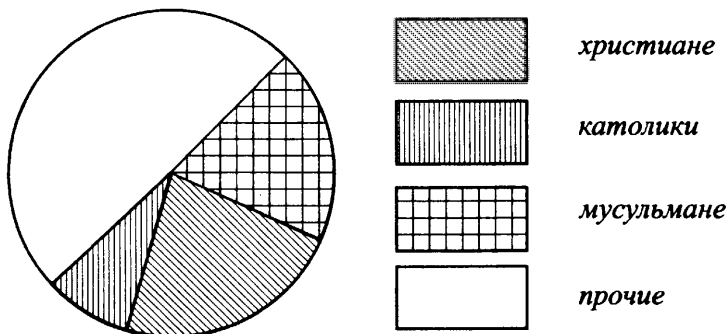


Рис. 82.

1) христиане

2) католики

3) мусульмане

4) прочие

Ответ: ☐

19. В среднем на 120 аккумуляторов, поступивших в продажу, приходится шесть неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине аккумулятор окажется исправным.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Фаренгейта соответствует температуре 75° по шкале Цельсия?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $8x(4 - 4x + x^2) = 3,5(2 - x)$.

22. Два автомобиля отправляются в 1200-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x - x^2, & \text{при } x > -2 \\ -x - 11, & \text{при } x \leq -2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты $AC = 24$ и $BC = 7$. Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.

25. В ромбе $ABCD$ на сторонах DC и BC отметили точки K и P соответственно так, что $BP = KD$. Докажите, что $AP = AK$.

26. Через вершины A и C треугольника ABC проходит окружность, пересекающая сторону AB в точке D и касающаяся стороны BC . Найдите AD , если $AC = 18$, $BC = 18$, $DC = 6\sqrt{3}$.

Вариант № 13

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $2,6 \cdot 3,5 + 0,49$.

Ответ: _____

2. О числах m , n , p и k известно, что $m > n$, $n < p$, $k = p$. Сравните числа k и m .

- 1) $k < m$ 2) $k = m$ 3) $k > m$ 4) сравнить невозможно

Ответ: ☐

3. Какое из чисел $\sqrt{1600}$, $\sqrt{160}$, $\sqrt{0,16}$ является числом иррациональным?

- 1) $\sqrt{1600}$ 2) $\sqrt{0,16}$ 3) $\sqrt{160}$ 4) все эти числа

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $5x^2 + 4x = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 83) и формулами, которые их задают.

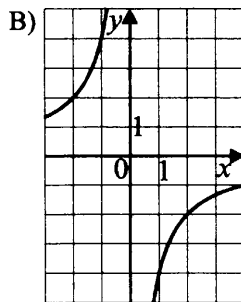
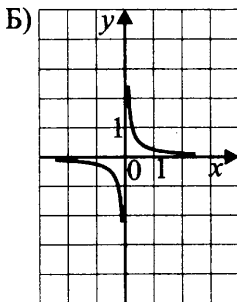
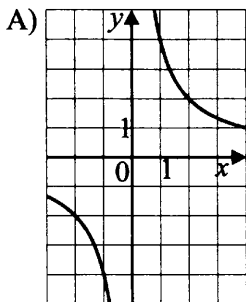


Рис. 83.

- 1) $y = \frac{1}{4x}$ 2) $y = -\frac{4}{x}$ 3) $y = -\frac{1}{4x}$ 4) $y = \frac{4}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: 28; 21; 14; ... Найдите первый отрицательный член этой прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{1}{a-b}$ при $a = \frac{1}{7}$, $b = \frac{1}{9}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство: $x^2 - 16 < 0$.

1) решений нет 2) $(-4; 4)$ 3) $(-\infty; -4) \cup (4; \infty)$ 4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $AB = BC = 35$, $AC = 56$. Найдите длину медианы BM (см. рис. 84).

Ответ: _____

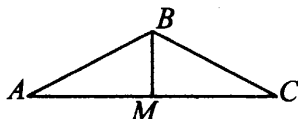


Рис. 84.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 108° , угол CAD равен 36° (см. рис. 85). Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

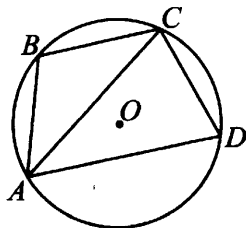


Рис. 85.

11. Основания равнобедренной трапеции равны 18 и 8, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

12. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 59. Найдите площадь четырёхугольника $ABMN$ (см. рис. 86).

Ответ: _____

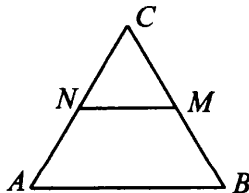


Рис. 86.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным.
- 2) Всякий равносторонний треугольник является остроугольным.
- 3) Всякий равносторонний треугольник является равнобедренным.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Делегация работников образования выезжает из Ростова-на-Дону на научно-практическую конференцию в Москву, начало конференции в 10:00. В таблице представлено расписание авиарейсов из Ростова-на-Дону в Москву (аэропорт Внуково).

Номер рейса	Отправление	Прибытие
UT498	06 : 35	08 : 30
SU5307	07 : 35	09 : 25
UN2182	05 : 45	07 : 20
UT492	08 : 10	10 : 05

Путь от аэропорта до места проведения конференции составляет полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) рейса, который подходит для делегации.

- 1) UT498 2) SU5307 3) UN2182 4) UT492

Ответ:

15. На рисунке 87 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура не превышала -6°C ?

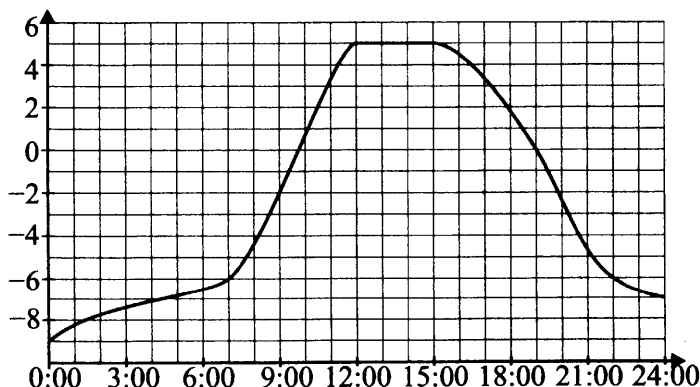


Рис. 87.

Ответ: _____

16. Из объявления сайта, проводящего олимпиады для школьников: «Стоимость участия в олимпиаде для одного школьника — 160 рублей. Группам от школ предоставляются скидки: от 5 до 15 человек — 5%; более 15 человек — 10%». Сколько рублей должна заплатить школа за группу из 12 школьников?

Ответ: _____

17. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 шагов от столба, на котором горит фонарь (см. рис. 88). Тень человека равна шести шагам. На какой высоте (в метрах) расположен фонарь?

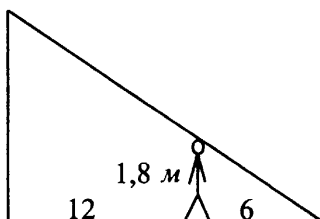


Рис. 88.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав города Вален (см. рис. 89). Определите по диаграмме, жители какого возраста составляют более 50% от всего населения.

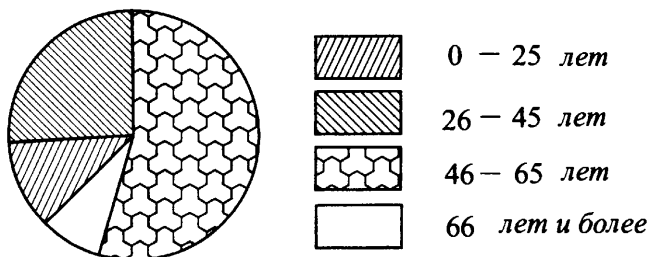


Рис. 89.

1) 0 — 25 лет 2) 26 — 45 лет 3) 46 — 65 лет 4) 66 лет и более

Ответ: ☐

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует температуре 167° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(x + 4)^3 = 25(x + 4)$.

22. Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 6%. Сколько требуется килограммов свежих фруктов для приготовления 8 кг высушенных?

23. Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = 2x^2 + 2$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AC , если $AH = 8$, $AB = 10$.

25. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и AD .

26. В равнобедренную трапецию, периметр которой P равен 32, а площадь S равна $32\sqrt{3}$, можно вписать окружность. Найдите расстояние от меньшего основания трапеции до точки пересечения продолжений боковых сторон этой трапеции.

Вариант № 14

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $3,4 \cdot 5,5 + 0,41$.

Ответ: _____

2. О числах a , b , c и d известно, что $a > b$, $c > d$, $a = c$. Сравните числа b и c .

- 1) $b < c$ 2) $b > c$ 3) $b = c$ 4) сравнить невозможно

Ответ: ☐

3. Какое из чисел $\sqrt{900}$, $\sqrt{9000}$, $\sqrt{0,09}$ является числом иррациональным?

- 1) $\sqrt{9000}$ 2) $\sqrt{900}$ 3) $\sqrt{0,09}$ 4) Все эти числа

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $2x^2 - 7x = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 90) и формулами, которые их задают.

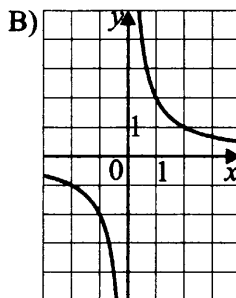
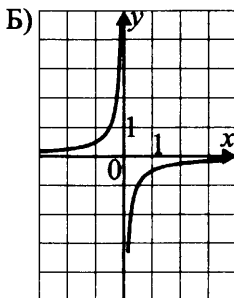
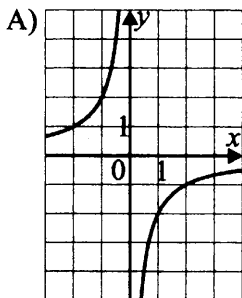


Рис. 90.

1) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = \frac{1}{2x}$

3) $y = \frac{2}{x}$

4) $y = -\frac{1}{2x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: 18; 13; 8; ... Найдите первый отрицательный член этой прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{c} - \frac{c}{a}\right) \cdot \frac{1}{a-c}$ при $a = \frac{1}{17}$, $c = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $x^2 - 9 > 0$.

1) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-3; 3)$ 4) решений нет

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC

$AB = BC = 40$, $AC = 64$. Найдите длину медианы BM (см. рис. 91).

Ответ: _____

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 114° , угол CAD равен 32° (см. рис. 92). Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 3, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

12. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон AC и BC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 61. Найдите площадь четырёхугольника $ABNM$ (см. рис. 93).

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все высоты равностороннего треугольника равны.
- 2) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360° .
- 3) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

Ответ: _____

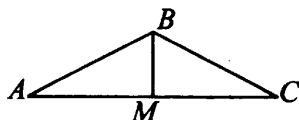


Рис. 91.

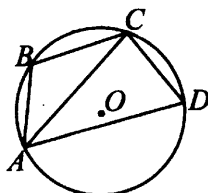


Рис. 92.

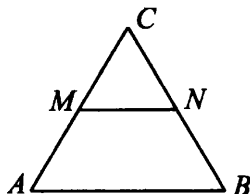


Рис. 93.

Модуль «Реальная математика»

14. Делегация работников образования выезжает из Ростова-на-Дону на научно-практическую конференцию в Москву, начало конференции в 10:00. В таблице представлено расписание авиарейсов из Ростова-на-Дону в Москву (аэропорт Домодедово).

Номер рейса	Отправление	Прибытие
U6148	07 : 05	08 : 55
S71160	06 : 50	08 : 40
SU1157	23 : 40	01 : 37
S71056	08 : 10	10 : 05

Путь от аэропорта до места проведения конференции составляет 45 минут. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) рейса, который подходит для делегации.

1) U6148

2) S71160

3) SU1157

4) S71056

Ответ: _____

15. На рисунке 94 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура не превышала -6°C ?

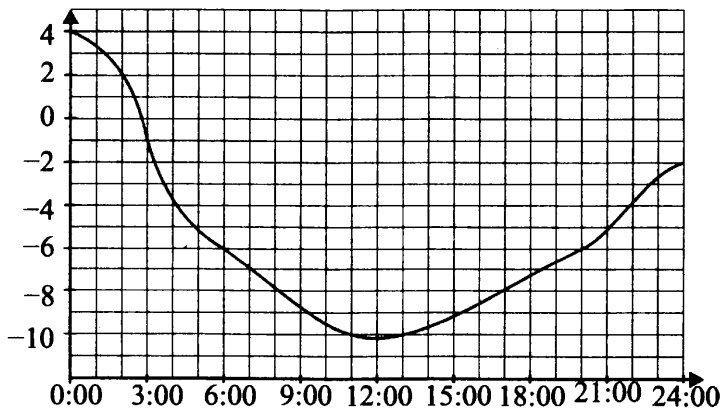


Рис. 94.

Ответ: _____

16. Из объявления сайта, проводящего олимпиады для школьников: «Стоимость участия в олимпиаде для одного школьника — 180 рублей. Группам от школ предоставляются скидки: от 5 до 15 человек — 5%; более 15 человек — 10%». Сколько рублей должна заплатить школа за группу из 18 школьников?

Ответ: _____

17. Человек ростом 1,6 м стоит на расстоянии 10 шагов от столба, на котором горит фонарь (см. рис. 95). Тень человека равна пяти шагам. На какой высоте (в метрах) расположен фонарь?

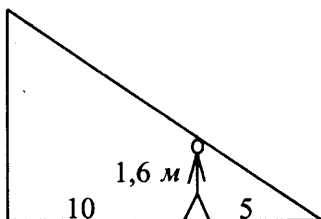


Рис. 95.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан возрастной состав города Нижнеосенск (см. рис. 96). Определите по диаграмме, жители какого возраста составляют более 50% от всего населения.

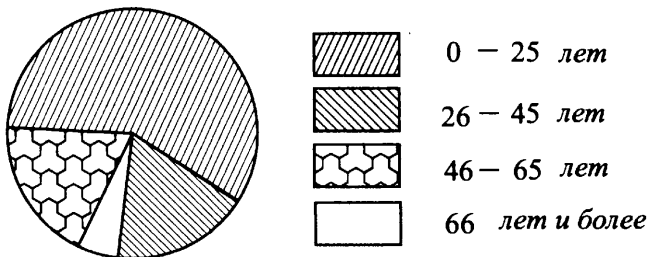


Рис. 96.

- 1) 0 — 25 лет 2) 26 — 45 лет 3) 46 — 65 лет 4) 66 лет и более

Ответ: ☐

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно два раза.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует температуре $208,4^\circ$ по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(x - 7)^3 = 36(x - 7)$.

22. Свежие фрукты содержат 90% воды, а высушенные — 8%. Сколько требуется килограммов свежих фруктов для приготовления 20 кг высушенных?

23. Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = 2kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AC , если $AH = 4$, $AB = 5$.

25. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ с основанием BC пересекаются в точке P . Докажите, что точка P равноудалена от прямых AB , BC и AD .

26. В равнобедренную трапецию, периметр которой P равен 40, а площадь S равна $50\sqrt{3}$, можно вписать окружность. Найдите расстояние от меньшего основания трапеции до точки пересечения продолжений боковых сторон этой трапеции.

Вариант № 15

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-5,43 + 4,6 \cdot 2,5$.

Ответ: _____

2. О числах m , n , p и k известно, что $m > n$, $p > k$, $k = m$. Сравните числа p и m .

1) $p < m$ 2) $p = m$ 3) $p > m$ 4) сравнить невозможно

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{25}}$ 2) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 3) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{17}$ 4) $\sqrt{45} - 2\sqrt{5}$

Ответ:

4. Решите уравнение $-\frac{4}{11}x^2 + 11 = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 97) и формулами, которые их задают.

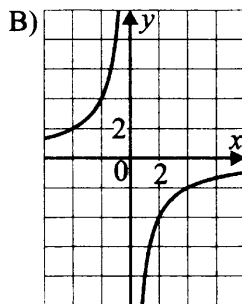
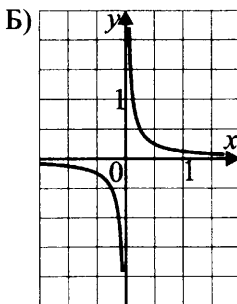
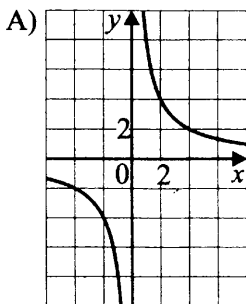


Рис. 97.

1) $y = \frac{1}{8x}$ 2) $y = -\frac{8}{x}$ 3) $y = \frac{8}{x}$ 4) $y = -\frac{1}{8x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: $-52; -40; -28; \dots$. Найдите первый положительный член этой прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : (a + b)$ при $a = \frac{1}{6}$, $b = \frac{1}{9}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $x^2 - 4 < 0$.

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ 3) $(-2; 2)$ 4) решений нет

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $AB = BC = 34$, $AC = 60$. Найдите длину медианы BM (см. рис. 98).

Ответ: _____

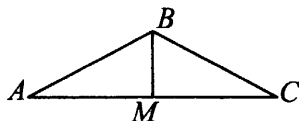


Рис. 98.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 99). Угол ABC равен 116° , угол CAD равен 41° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

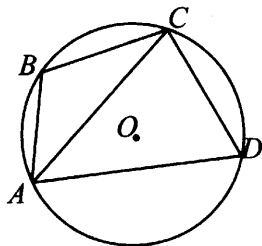


Рис. 99.

11. Основания равнобедренной трапеции равны 26 и 10, а её боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

12. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 63. Найдите площадь четырёхугольника $ABMN$ (см. рис. 100).

Ответ: _____

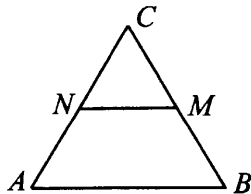


Рис. 100.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.

2) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Учёный Иван Васильевич выезжает из Ростова-на-Дону на научно-практическую конференцию в Адлер, начало конференции в 10 : 00. В таблице представлено расписание движения поездов из Ростова-на-Дону в Адлер.

Номер поезда	Отправление	Прибытие
087	22 : 40	09 : 57
083	23 : 00	10 : 17
642	20 : 55	08 : 42
638	17 : 27	08 : 19

Путь от вокзала до места проведения конференции составляет 30 минут. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) из поездов, который подходит для учёного.

1) 087

2) 083

3) 642

4) 638

 Ответ:

15. На рисунке 101 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура превышала -6°C ?

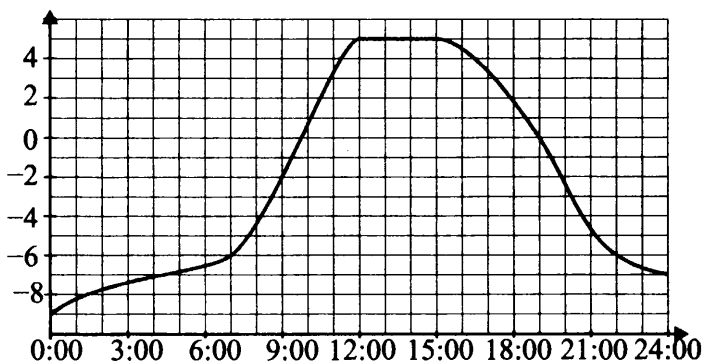


Рис. 101.

Ответ: _____

16. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 218 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 5 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____

17. Тополь высотой 3,6 м растёт на расстоянии 10 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 6,6 м. Найдите длину тени тополя в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некоторых продуктах (см. рис. 102). Определите по диаграмме, в каком продукте доля жиров превышает 25%.

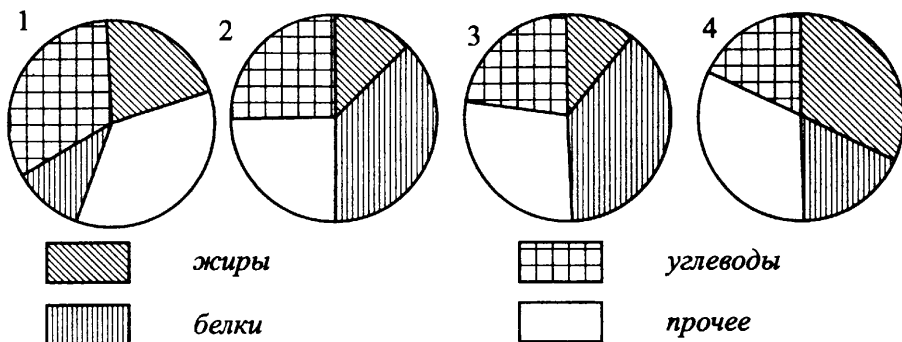


Рис. 102.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ: ☐

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет решка, а второй и третий раз — орёл.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует температуре 203° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^3 + x^2 = 4x + 4$.
22. Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные — 5%. Сколько килограммов сухих фруктов получится из 760 кг свежих фруктов?
23. Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = 2kx$ имеет с графиком функции $y = -x^2 - 9$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите BC , если $BH = 9$, $AH = 12$.
25. Сторона KL параллелограмма $KLMN$ вдвое больше стороны KN . Точка P — середина стороны KL . Докажите, что MP — биссектриса угла NML .
26. Из точки F , лежащей вне окружности, проведена касательная, касающаяся окружности в точке E , и секущая, пересекающая окружность в двух точках P и Q . Расстояния от точек P и Q до касательной равны соответственно 2 и 5. Найдите расстояние от точки E до прямой FQ .

Вариант № 16

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-4,36 + 2,7 \cdot 4,5$.

Ответ: _____

2. О числах a , b , c и d известно, что $a > c$, $b = c$, $d < a$. Сравните числа b и d .

- 1) $b = d$ 2) $b < d$ 3) $b > d$ 4) сравнить невозможно

Ответ:

3. Значение какого из выражений является рациональным числом?

- 1) $\sqrt{48} - 8\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}}$ 4) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{25}{3}x^2 - 3 = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 103) и формулами, которые их задают.

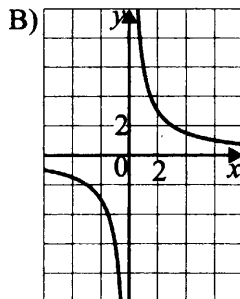
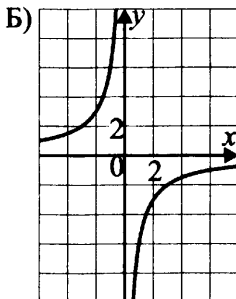
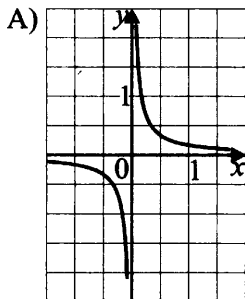


Рис. 103.

- 1) $y = \frac{6}{x}$ 2) $y = \frac{1}{6x}$ 3) $y = -\frac{6}{x}$ 4) $y = -\frac{1}{6x}$

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия: $-37; -26; -15; \dots$ Найдите первый положительный член этой прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\left(\frac{a}{c} - \frac{c}{a}\right) : (a + c)$ при $a = \frac{1}{3}$, $c = \frac{1}{11}$.

Ответ: _____

8. Решите неравенство $x^2 - 64 > 0$.

1) $(-8; 8)$

2) $(-\infty; -8) \cup (8; +\infty)$

3) решений нет

4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC $AB = BC = 26$, $AC = 48$ (см. рис. 104). Найдите длину медианы BM .

Ответ: _____

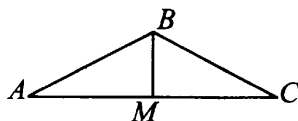


Рис. 104.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 105). Угол ABC равен 104° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

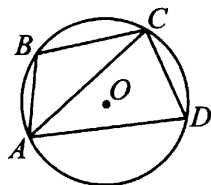


Рис. 105.

11. Основания равнобедренной трапеции равны 20 и 8, а её боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

12. В треугольнике ABC отмечены середины N и M сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 65. Найдите площадь четырёхугольника $ABNM$ (см. рис. 106).

Ответ: _____

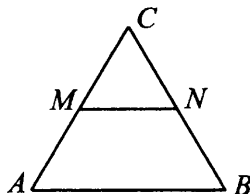


Рис. 106.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.

3) Все равнобедренные треугольники подобны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Учёный Сергей Леонидович выезжает из Ростова-на-Дону на научно-практическую конференцию в Москву, начало конференции в 10:00. В таблице представлено расписание движения поездов из Ростова-на-Дону в Москву.

Номер поезда	Отправление	Прибытие
061	11 : 55	05 : 23
202	12 : 30	05 : 55
033	12 : 50	08 : 28
019	14 : 15	07 : 35

Путь от вокзала до места проведения конференции составляет 1 час 30 минут. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) из поездов, который подходит для учёного.

- 1) 061 2) 202 3) 033 4) 019

Ответ:

15. На рисунке 107 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов температура превышала -6°C ?

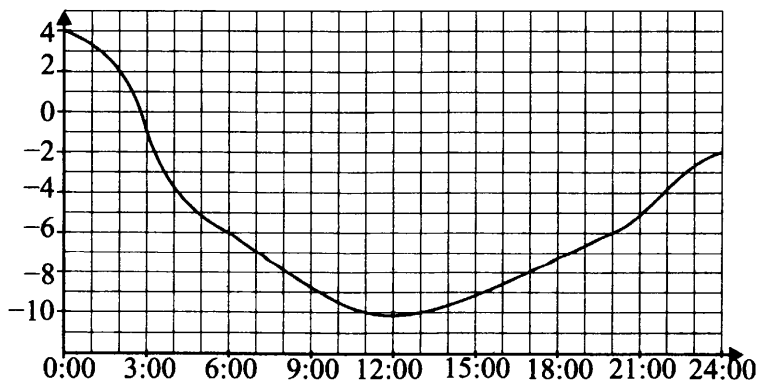


Рис. 107.

Ответ: _____

16. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 180 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 12 взрослых и 8 школьников?

Ответ: _____

17. Кипарис высотой 7,2 м растёт на расстоянии 7 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 11,4 м. Найдите длину тени кипариса в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некоторых продуктах (см. рис. 108). Определите по диаграмме, в каком продукте доля углеводов превышает 25%.

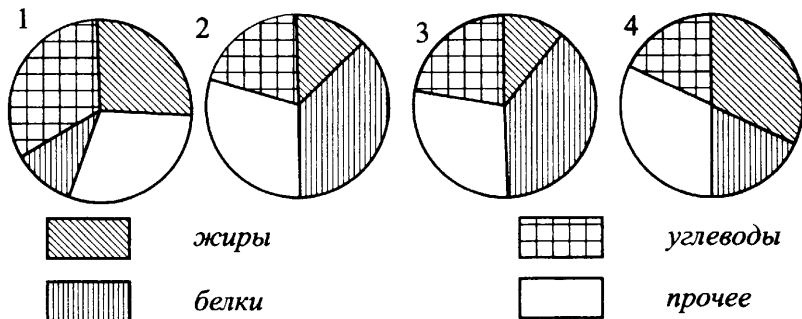


Рис. 108.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ: ☐

19. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет орёл, а второй и третий раз — решка.

Ответ: _____

20. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия (T_C) в температуру по шкале Фаренгейта (T_F), используют формулу $T_F = 1,8T_C + 32$, где T_C — температура, выраженная в градусах Цельсия, T_F — температура, выраженная в градусах Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует температуре 140° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^3 - x^2 = 49x - 49$.

22. Свежие фрукты содержат 85% воды, а высушенные — 7%. Сколько килограммов сухих фруктов получится из 62 кг свежих фруктов?

23. Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = -3x^2 - 3$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите BC , если $BH = 9$, $AH = 40$.

25. В трапеции $ABCD$ основание AB и боковая сторона BC равны. Докажите, что диагональ AC лежит на биссектрисе угла DCB .

26. Из точки F , лежащей вне окружности, проведена касательная, касающаяся окружности в точке E и секущая, пересекающая окружность в двух точках P и Q . Расстояния от точек P и Q до касательной равны соответственно 3 и 5. Найдите расстояние от точки E до прямой FQ .

Вариант № 17

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{7}{12} + \frac{5}{6}\right) : \frac{17}{24}$.

Ответ: _____

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $-x + y > z$?

1) $-x > -y + z$

2) $-x - z > -y$

3) $x - y + z < 0$

4) $-x + y - z < 0$

Ответ: ☐

3. Представьте выражение $\frac{(a^{-4})^{-2}}{a^{-2}}$ в виде степени с основанием a .

1) a^5

2) a^{-4}

3) a^{10}

4) a^8

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $(2x - 11)(-5x - 7) = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 109).

A) $y = \frac{5x}{2}$

Б) $y = \frac{5}{x}$

В) $y = x^2 - 2x + 2$

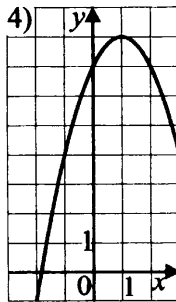
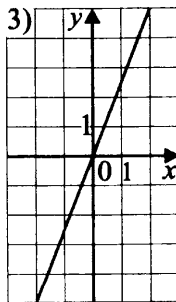
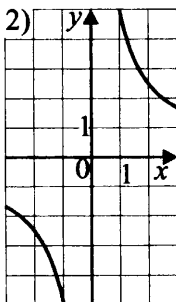
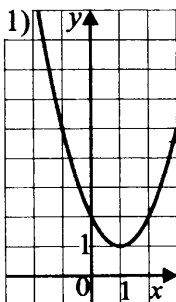


Рис. 109.

Ответ:

А	Б	В

6. b_n — геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен 3, $b_1 = \frac{3}{5}$. Найдите сумму первых 7 её членов.

Ответ:

7. Найдите значение выражения $\frac{x}{xy - y^2} : \frac{x}{x^2 - y^2}$ при $x = 0,3$, $y = -0,2$.

Ответ:

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x > 3, \\ 5 - x > 0? \end{cases}$



4) система не имеет решений

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Площадь прямоугольного треугольника равна $200\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу (см. рис. 110).

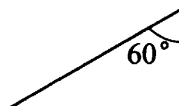


Рис. 110.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 111). Угол ABD равен 68° , угол CAD равен 36° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

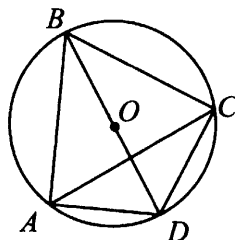


Рис. 111.

11. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 16 и 18.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 8. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь треугольника AED (см. рис. 112).

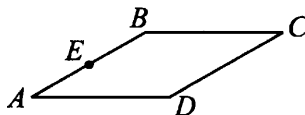


Рис. 112.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
- 2) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90° .
- 3) Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то это квадрат.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице указаны результаты олимпиад по математике и информатике среди учащихся десятих классов.

Номер ученика	Балл по математике	Балл по информатике
2012	47	73
2014	97	82
2015	69	87
2016	70	89
2018	32	75
2019	42	81
2020	65	72
2022	63	68
2023	34	65
2024	64	66
2025	59	91
2026	42	78

Похвальные грамоты дают тем ученикам, у которых суммарный балл по двум олимпиадам больше 135 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 80 баллов. Сколько человек, набравших меньше 80 баллов по информатике, получают похвальные грамоты?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 8

Ответ: _____

15. На рисунке 113 показано, как изменялась температура воздуха с 4 апреля по 5 апреля. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры 5 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

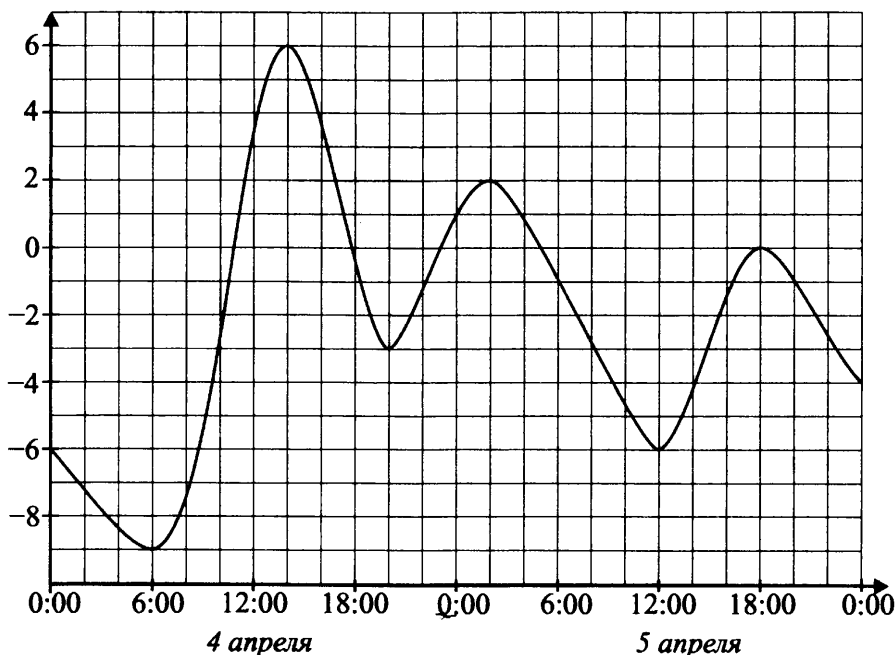


Рис. 113.

Ответ: _____

16. Обувной магазин проводит акцию: «Любая пара сапог по цене 1300 рублей. При покупке двух пар сапог скидка на вторую пару 70%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух пар сапог?

Ответ: _____

17. Два туриста, расставшись на турбазе, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, один из них со скоростью 6 км/ч, другой — 8 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 1 час 30 минут?

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 114). Определите, содержание каких веществ преобладает. (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)

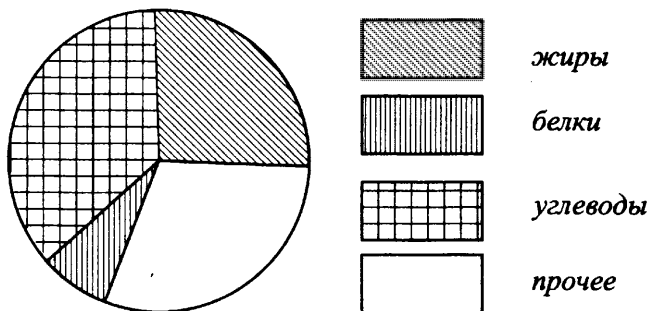


Рис. 114.

1) жиры

2) белки

3) углеводы

4) прочее

 Ответ:

19. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка. Вероятность того, что это вопрос на тему «Описанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Ромб», равна 0,15. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

20. Площадь параллелограмма можно вычислить по формуле $S = ab \sin \alpha$, где a и b — длины сторон параллелограмма, а α — угол между этими сторонами. Пользуясь этой формулой, найдите длину стороны b , если $a = 16$, $\sin \alpha = \frac{5}{6}$, $S = 20$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(x + 3)^4 - 24(x + 3)^2 - 25 = 0$.

22. Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 90 деталей, на 3 часа раньше, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 13, & \text{при } x \geq 1 \\ 8x, & \text{при } x < 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите MC , если $AK : KB = 2 : 5$, $BM = 20$.

25. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.

26. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 10, а меньшее основание BC равно 3. Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что биссектриса угла CDA делит боковую сторону в отношении 9:7, считая от большего основания.

Вариант № 18

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{14} + \frac{4}{7}\right) : \frac{13}{28}$.

Ответ: _____

2. Какое из ниже указанных неравенств не следует из неравенства $-z + x > y$?

1) $-z > -x + y$

2) $-z - y > -x$

3) $-z + x - y < 0$

4) $z - x + y < 0$

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{(a^{-5})^{-3}}{a^{-3}}$ в виде степени с основанием a .

1) a^{18}

2) a^{-5}

3) a^{15}

4) a^{-12}

Ответ:

4. Решите уравнение $(-3x + 15)(-4x - 17) = 0$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 115).

A) $y = -\frac{4}{x}$

Б) $y = -x^2 + 2x + 1$

В) $y = -2x$

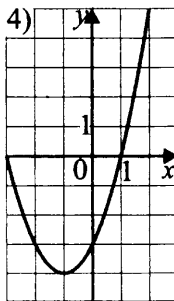
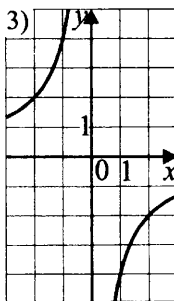
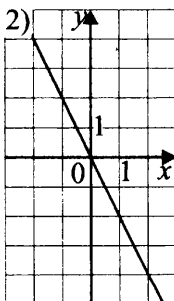
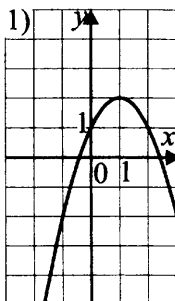


Рис. 115.

Ответ:

А	Б	В

6. b_n — геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен 2, $b_1 = \frac{2}{3}$. Найдите сумму первых 6 её членов.

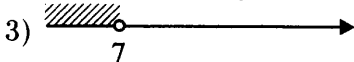
Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{y}{yz - z^2} : \frac{y}{y^2 - z^2}$ при $y = 0,5$, $z = -0,4$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x > 7, \\ 10 - x > 0? \end{cases}$$



4) система не имеет решений

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Площадь прямоугольного треугольника равна $32\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 60° . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу (см. рис. 116).

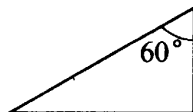


Рис. 116.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 117). Угол ABD равен 73° , угол CAD равен 38° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

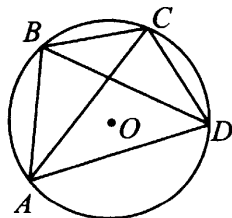


Рис. 117.

11. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 6 и 12.

Ответ: _____

12. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 10. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь треугольника AED (см. рис. 118).

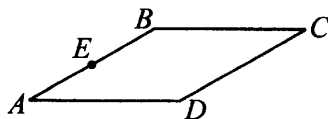


Рис. 118.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) У любой трапеции основания параллельны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице указаны результаты олимпиад по литературе и химии среди учащихся десятых классов.

Номер ученика	Балл по литературе	балл по химии
2017	46	69
2018	52	64
2019	59	71
2020	64	79
2025	51	76
2026	54	77
2027	69	49
2034	59	72
2035	57	79
2036	85	84
2054	86	86
2056	91	77

Похвальные грамоты дают тем ученикам, у которых суммарный балл по двум олимпиадам больше 135 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 80 баллов. Сколько человек, набравших меньше 80 баллов по химии, получают похвальные грамоты?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ:

15. На рисунке 119 показано, как изменялась температура воздуха с 4 апреля по 5 апреля. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры 5 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

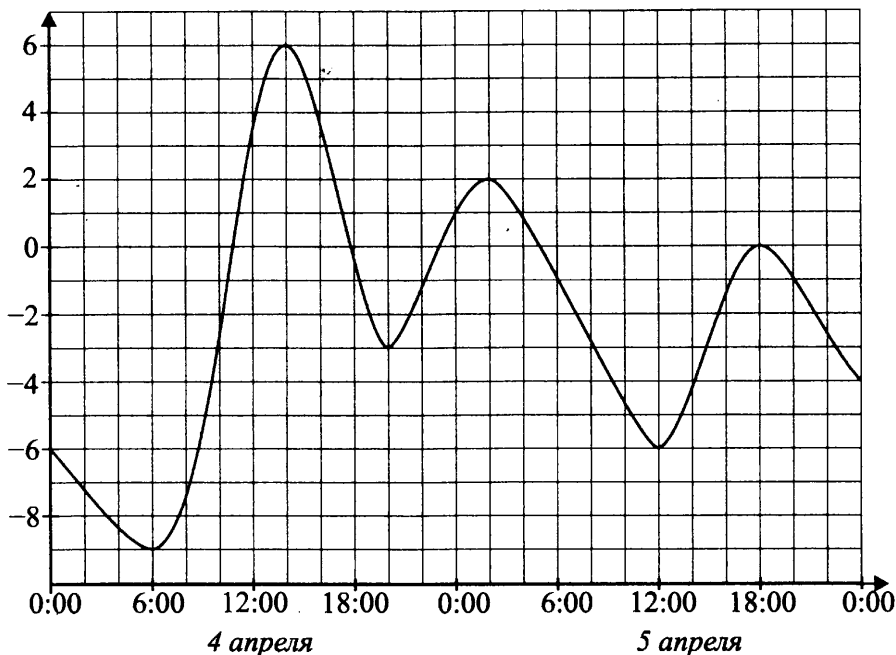


Рис. 119.

Ответ: _____

16. Обувной магазин проводит акцию: «Любая пара туфель по цене 800 рублей. При покупке двух пар туфель скидка на вторую пару 60%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух пар туфель?

Ответ: _____

17. Два туриста, расставшись на турбазе, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, один из них со скоростью 6 км/ч, другой — 4,5 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 120 минут?

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 120). Определите, содержание каких веществ преобладает. (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)

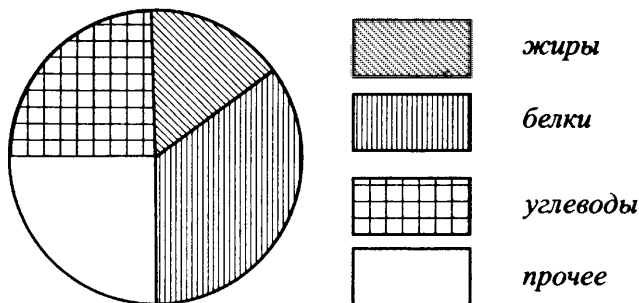


Рис. 120.

1) жиры

2) белки

3) углеводы

4) прочее

 Ответ:

19. На экзамене по биологии школьнику достаётся один вопрос из списка. Вероятность того, что это вопрос на тему «Млекопитающие», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Грибы», равна 0,23. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

20. Площадь параллелограмма можно вычислить по формуле $S = ab \sin \alpha$, где a и b — длины сторон параллелограмма, а α — угол между этими сторонами. Пользуясь этой формулой, найдите длину стороны a , если $b = 11$, $\sin \alpha = \frac{6}{11}$, $S = 18$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(7 - x)^4 - 50(7 - x)^2 + 49 = 0$.

22. Первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 48 деталей, на 2 часа раньше, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 10, & \text{при } x > 1 \\ 7x, & \text{при } x \leq 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите MC , если $AK : KB = 3 : 8$, $BM = 24$.

25. В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD . Докажите, что площади четырёхугольников $ABCE$ и $BCDE$ равны.

26. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 6 и 10, а меньшее основание BC равно 4. Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что биссектриса угла CDA делит боковую сторону в отношении 2 : 1, считая от большего основания.

Вариант № 19

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{2,6}{1 + \frac{1}{12}}$.

Ответ: _____

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $x - z > y$?

1) $x > z + y$ 2) $x - z - y < 0$ 3) $y + z - x < 0$ 4) $x - y > z$

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{y^{-12}}{y^6 \cdot y^{-4}}$ в виде степени с основанием y .

1) y^{-2} 2) y^{-14} 3) y^{10} 4) y^{-6}

Ответ:

4. Решите уравнение $5x^2 - 2x + 10 = (x - 10)^2$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 121).

A) $y = -x^2 + 4x + 1$

Б) $y = \frac{7}{x}$

В) $y = \frac{7x}{2}$

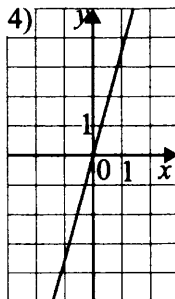
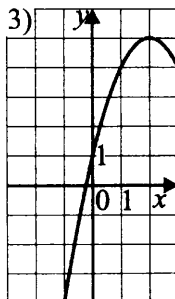
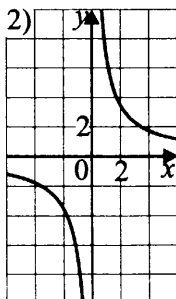
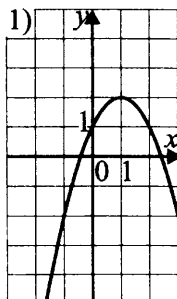


Рис. 121.

Ответ:

A	Б	В

6. b_n — геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{2}$, $b_1 = 4$. Найдите сумму первых 6 её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{x-5a}{x} : \frac{xa-5a^2}{x^2}$ при $x = 5$, $a = 5$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x > 12, \\ 17 - x > 0? \end{cases}$



2) система не имеет решений



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{81}{2}\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° . Найдите длину катета, противолежащего этому углу (см. рис. 122).

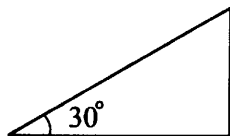


Рис. 122.

Ответ: _____

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 123). Угол ABD равен 65° , угол BCA равен 34° . Найдите угол BCD . Ответ дайте в градусах.

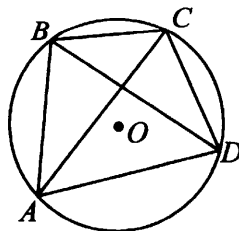


Рис. 123.

Ответ: _____

11. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 2.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см отмечены точки A , B и C (см. рис. 124). Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ дайте в сантиметрах.

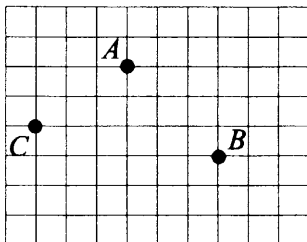


Рис. 124.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) У любой трапеции боковые стороны равны.
- 2) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.
- 3) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места в длину для учащихся 6-го класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Результат, см	170	160	140	165	145	130

Какую отметку получит девочка, прыгнувшая на 159 см? Укажите номер ответа.

- 1) «отлично»
- 2) «хорошо»
- 3) «удовлетворительно»
- 4) норматив не выполнен

Ответ:

15. На рисунке 125 показано, как изменялась температура воздуха с 4 апреля по 5 апреля. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим значением температуры 4 апреля и наибольшим значением температуры 5 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

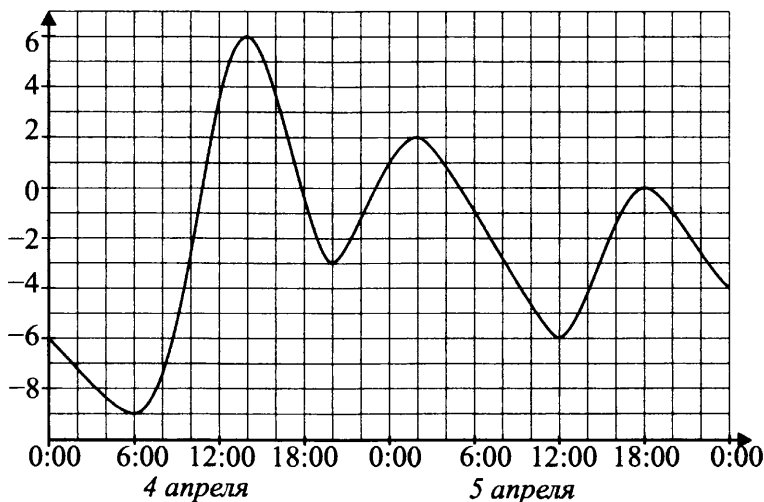


Рис. 125.

Ответ: _____

16. стакан, который стоит 50 рублей, продаётся с 8-процентной скидкой. При покупке 6 таких стаканов покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: _____

17. Два мотоциклиста выехали из одного пункта на трассе, следуя один на юг, другой на запад. Скорости их равны соответственно 60 км/ч и 80 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 3 часа?

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 126). Определите, содержание каких веществ в нём наименьшее. (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)

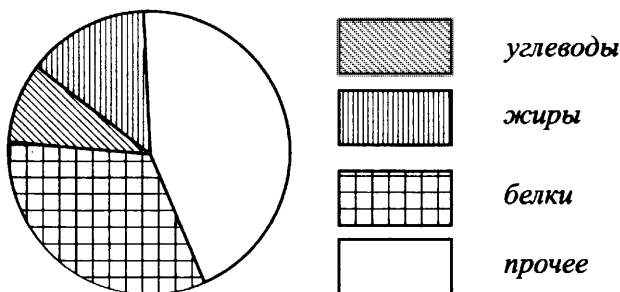


Рис. 126.

- 1) жиры 2) белки 3) углеводы 4) прочее

Ответ: _____

19. На экзамене по истории школьнику достаётся один вопрос из списка. Вероятность того, что это вопрос на тему «Екатерина II», равна 0,11. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Иван Грозный», равна 0,26. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

20. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна $7,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно 504 м/с^2 .

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(5 + x)^4 - (5 + x)^2 - 12 = 0$.

22. Первая труба пропускает на 12 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 80 литров она заполняет на 15 минут дольше, чем вторая труба?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x - 2, & \text{при } x < 2 \\ -2,5x + 5, & \text{при } 2 \leq x \leq 5 \\ 2,5x - 20, & \text{при } x > 5 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках L и K соответственно. Найдите KC , если $BC = 42$, $AL : LB = 1 : 6$.

25. Внутри параллелограмма $KLMN$ выбрали произвольную точку A . Докажите, что сумма площадей треугольников NAM и ALK равна половине площади параллелограмма.

26. Сторона BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) является диаметром некоторой полуокружности, пересекающей прямую, содержащую высоту AD треугольника ABC в точке M . Найдите расстояние от точки A до точки H , являющейся точкой пересечения высот треугольника ABC , если $AD = 12$ и $MD = 8$.

Вариант № 20

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{3,8}{1 + \frac{1}{18}}$.

2. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $y - z > x$?

- 1) $y > z + x$ 2) $y - x > z$ 3) $y - z - x < 0$ 4) $-y + z + x < 0$

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{y^{-10}}{y^5 \cdot y^{-3}}$ в виде степени с основанием y .

- 1) y^{-3} 2) y^{-5} 3) y^6 4) y^{-12}

Ответ:

4. Решите уравнение $3x^2 - 5x - 24 = (x - 6)^2$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 127).

A) $y = x^2 - 4x - 1$

Б) $y = -3x$

В) $y = \frac{6}{x}$

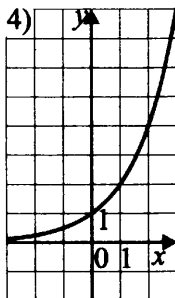
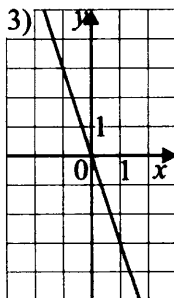
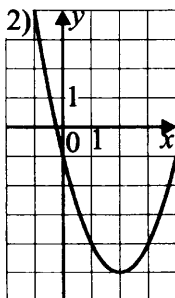
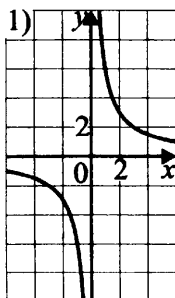


Рис. 127.

Ответ:

А	Б	В

6. b_n — геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен $\frac{2}{5}$, $b_1 = 75$. Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{y - 6b}{y} : \frac{yb - 6b^2}{y^2}$ при $b = 7$, $y = 7$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x < 20, \\ 32 - x < 0? \end{cases}$



2) система не имеет решений



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Площадь прямоугольного треугольника равна $18\sqrt{3}$. Один из острых углов равен 30° (см. рис. 128). Найдите длину катета, противолежащего этому углу.

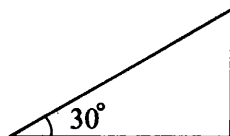


Рис. 128.

10. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность (см. рис. 129). Угол ACD равен 63° , угол BDA равен 39° . Найдите угол BCD . Ответ дайте в градусах.

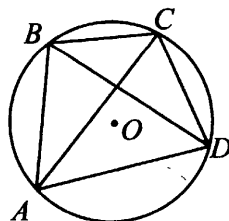


Рис. 129.

Ответ: _____

11. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 3.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 см отмечены точки A , B и C (см. рис. 130). Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ дайте в сантиметрах.

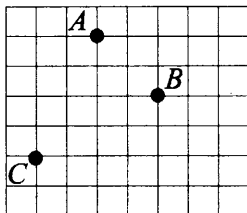


Рис. 130.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
- 2) Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
- 3) Любой квадрат является прямоугольником.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены нормативы по прыжкам с места в длину для учащихся 6-го класса.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«отл.»	«хор.»	«удовл.»	«отл.»	«хор.»	«удовл.»
Результат, см	170	160	140	165	145	130

Какую отметку получит мальчик, прыгнувший на 217 см? Укажите номер ответа.

- 1) «отлично»
- 2) «хорошо»
- 3) «удовлетворительно»
- 4) норматив не выполнен

Ответ:

15. На рисунке 131 показано, как изменялась температура воздуха с 4 апреля по 5 апреля. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наименьшим значением температуры 5 апреля и наименьшим значением температуры 4 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

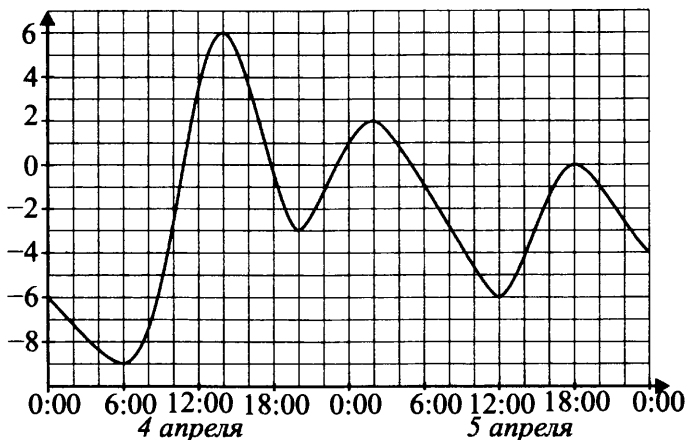


Рис. 131.

Ответ: _____

16. Нож, который стоит 120 рублей, продаётся с 15-процентной скидкой. При покупке 6 таких ножей покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: _____

17. Два грузовика выехали из одного пункта на трассе, следуя один на юг, другой на восток. Скорости их равны соответственно 60 км/ч и 45 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 2 часа?

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение содержания питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 132). Определите, каких веществ в продукте содержится меньше всего. (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)

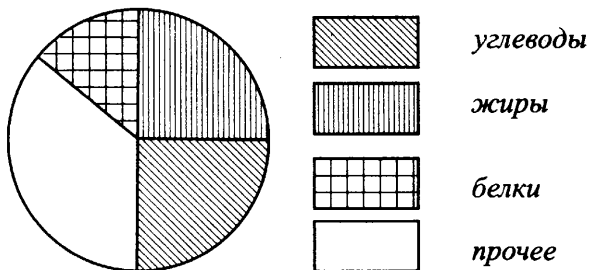


Рис. 132.

- 1) жиры 2) белки 3) углеводы 4) прочее

Ответ:

19. На экзамене по географии школьнику достаётся один вопрос из списка. Вероятность того, что это вопрос на тему «Полезные ископаемые», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется вопрос на тему «Климат», равна 0,23. В списке нет вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

20. Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна $7,4 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $273,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $(1 - x)^4 - 7(1 - x)^2 - 18 = 0$.

22. Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 240 литров она заполняет на 25 минут дольше, чем вторая труба?

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} -x + 3, & \text{при } x \leq -1 \\ 1,5x + 5,5, & \text{при } -1 < x < 1 \\ -3,5x + 10,5, & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках L и K соответственно. Найдите KC , если $BC = 56$, $AL : LB = 3 : 5$.

25. Внутри прямоугольника $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников ADE и BCE равна половине площади прямоугольника.

26. Сторона BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) является диаметром некоторой полуокружности, пересекающей прямую, содержащую высоту AD треугольника ABC в точке M . Найдите расстояние от точки A до точки H , являющейся точкой пересечения высот треугольника ABC , если $AD = 10$ и $MD = 8$.

Вариант № 21

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-14 \cdot (-4,2) - 8,6$.

Ответ: _____

2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A (см. рис. 133)?

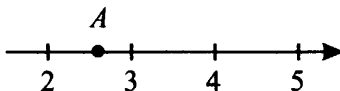


Рис. 133.

1) $\sqrt{11}$

2) $\sqrt{5}$

3) $\sqrt{2}$

4) $\sqrt{7}$

Ответ:

3. Укажите наибольшее из чисел.

1) 5

2) $2\sqrt{10}$

3) $\sqrt{44}$

4) $2\sqrt{12}$

Ответ:

4. На рисунке изображены графики функций $y = 7 - x^2$ и $y = x + 1$. Вычислите абсциссу точки B (см. рис. 134).

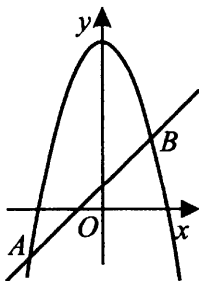


Рис. 134.

Ответ: _____

5. На рисунке 135 изображена функция вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

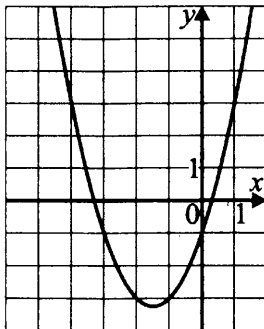


Рис. 135.

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке.

Б) Функция убывает на промежутке.

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[-2; 0]$ 2) $[-1,5; 0]$ 3) $[-3; -1,5]$ 4) $[-4; -1]$

Ответ:

А	Б

6. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\dots; -3; x; -27; 81; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{x^2 - y^2}{3x^2} \cdot \frac{x}{3x - 3y}$ при $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{192}$.

Ответ: _____

8. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2 + 20 > 0$

2) $x^2 - 20 > 0$

3) $x^2 + 20 < 0$

4) $x^2 - 20 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 136.

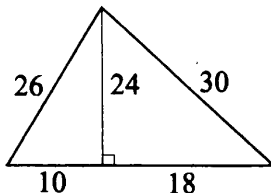


Рис. 136.

Ответ: _____

10. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 126^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = AD$, $CD = CB$. $\angle A = 80^\circ$, $\angle C = 100^\circ$. Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 137.

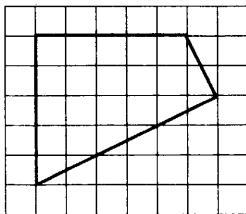


Рис. 137.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
- 2) У любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
- 3) Диагонали прямоугольной трапеции равны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Хозяйка собирается приобрести продукты в одном из указанных магазинов: «Факел», «Алмаз» и «Карина». Цена товаров и условия продажи указаны ниже.

Магазины	Цена 1 кг масла	Цена 1-го цыпленка	Цена 1 кг мяса
«Факел»	390	153	280
«Алмаз»	430	147	350
«Карина»	440	159	340

В некоторых магазинах предлагается скидка. В «Факеле» — на весь ассортимент 5%, в «Карине» — на мясо и масло 15%.

Укажите магазин, где дешевле всего обойдётся набор продуктов из 2 кг мяса, двух цыплят и 0,5 кг масла.

1) «Факел»

2) «Алмаз»

3) «Карина»

Ответ:

15. На рисунке 138 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

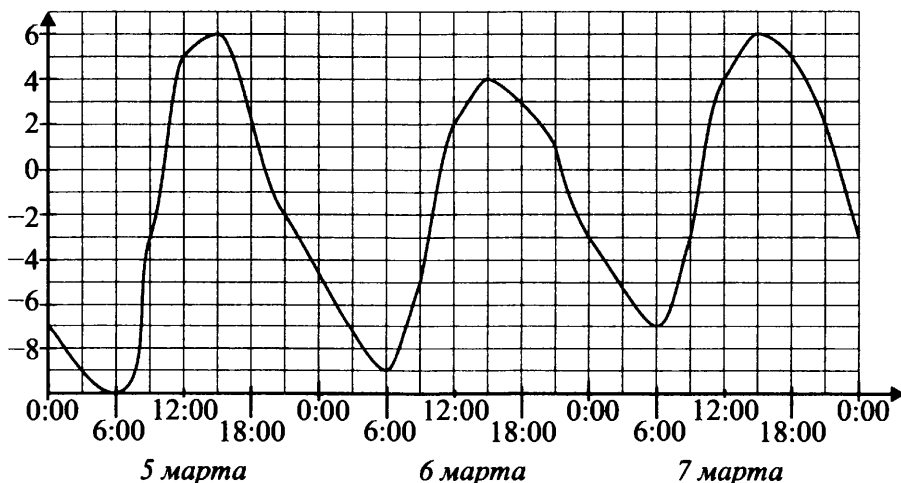


Рис. 138.

Ответ: _____

16. Платье на распродаже уценили на 30%, после этого оно стало стоить 1540 рублей. Сколько рублей стоило платье до распродажи?

Ответ: _____

17. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 2:00?

Ответ: _____

18. Администрация школы подвела итоги занятиости учащихся девятых классов в спортивных секциях. Результаты представлены в виде диаграммы (см. рис. 139). Какое утверждение относительно количества учащихся, занимающихся в спортивных секциях, верно, если в секциях занимаются 100 девятиклассников, при этом каждый только одним видом спорта? К игровым видам спорта относятся баскетбол, волейбол и футбол.

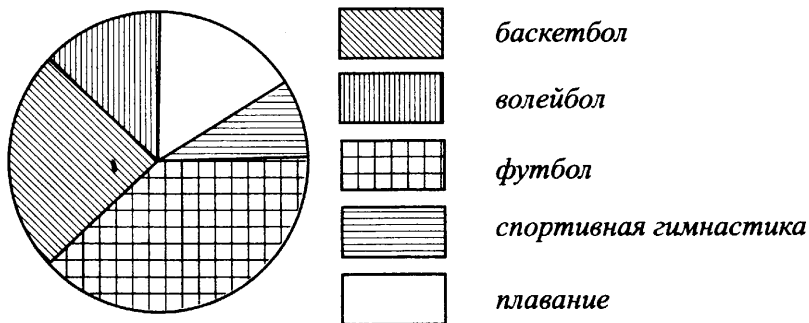


Рис. 139.

- 1) Более четверти девятиклассников занимаются футболом.
- 2) Около 50 учащихся занимаются игровыми видами спорта.
- 3) Спортивной гимнастикой или плаванием занимается примерно треть девятиклассников.
- 4) Плаванием, волейболом и спортивной гимнастикой занимаются более 25 учеников.

Ответ: ☐

19. Толя выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 2.

Ответ: _____

20. В таксопарке стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 164 + 12(t - 6)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 6$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) 17-минутной поездки.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$.

22. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 48 км/ч, а вторую — со скоростью 72 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x - 3)(x + 2)}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 40$, $BC = 16$, $CF : DF = 5 : 3$.

25. В трапеции $PLMN$ с основаниями PN и LM диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников POL и MON равны.

26. Две окружности разных радиусов касаются друг друга внешним образом. Две их общие касательные, которые не проходят через точку касания окружностей, касаются окружности меньшего радиуса в точках A и B , а окружности большего радиуса — в точках C и D . При этом точки A и C лежат на одной касательной, а B и D на другой касательной. Найдите расстояние между прямыми AB и CD , если радиусы окружностей равны 1,5 и 6.

Вариант № 22

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $-15 \cdot (-3,6) - 7,3$.

Ответ: _____

2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A (см. рис. 140)?

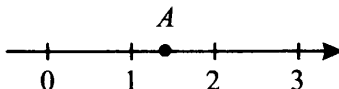


Рис. 140.

1) $\sqrt{3}$

2) $\sqrt{10}$

3) $\sqrt{2}$

4) $\sqrt{7}$

Ответ:

3. Укажите наибольшее из чисел.

1) 6

2) $3\sqrt{10}$

3) $3\sqrt{12}$

4) $\sqrt{99}$

Ответ:

4. На рисунке изображены графики функций $y = x^2 - 8$ и $y = x - 2$. Вычислите абсциссу точки A (см. рис. 141).

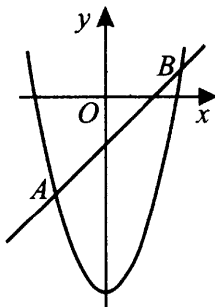


Рис. 141.

Ответ: _____

5. На рисунке 142 изображена функция вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

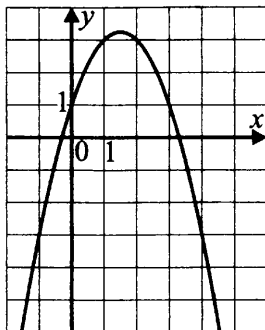


Рис. 142.

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке.

Б) Функция убывает на промежутке.

ПРОМЕЖУТКИ

1) $[-1; 2]$

2) $[1,5; 4]$

3) $[0; 2]$

4) $[-1,5; 1]$

Ответ:

А	Б

6. Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\dots; -1; y; -49; 343; \dots$. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой y .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - b^2}{5a^2} \cdot \frac{a}{4a - 4b}$ при $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{80}$.

Ответ: _____

8. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2 - 40 < 0$

2) $x^2 + 40 < 0$

3) $x^2 - 40 > 0$

4) $x^2 + 40 > 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 143.

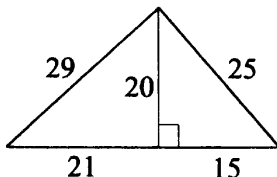


Рис. 143.

Ответ: _____

10. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 134^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC, AD = CD$. $\angle B = 70^\circ, \angle D = 120^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 144.

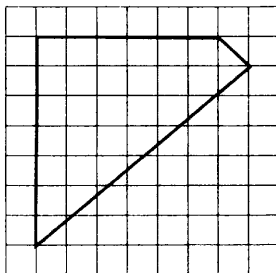


Рис. 144.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.
- 3) Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Хозяйка собирается приобрести продукты в одном из указанных магазинов: «Факел», «Алмаз» и «Карина». Цена товаров и условия продажи указаны ниже.

Магазины	Цена 1 стакана сметаны	Цена 1 кг творога	Цена 1 кг сыра
«Факел»	75	112	450
«Алмаз»	72	136	390
«Карина»	78	106	480

В некоторых магазинах предлагается скидка. В «Факеле» — на весь ассортимент 5%, в «Карине» — на сыр и творог 15%.

Укажите магазин, где дешевле всего обойдётся набор продуктов из 0,5 кг творога, двух стаканов сметаны и 0,6 кг сыра.

1) «Факел»

2) «Алмаз»

3) «Карина»

Ответ:

15. На рисунке 145 показано, как изменялась температура воздуха на протяжении двух суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим за всё это время. Ответ дайте в градусах Цельсия.

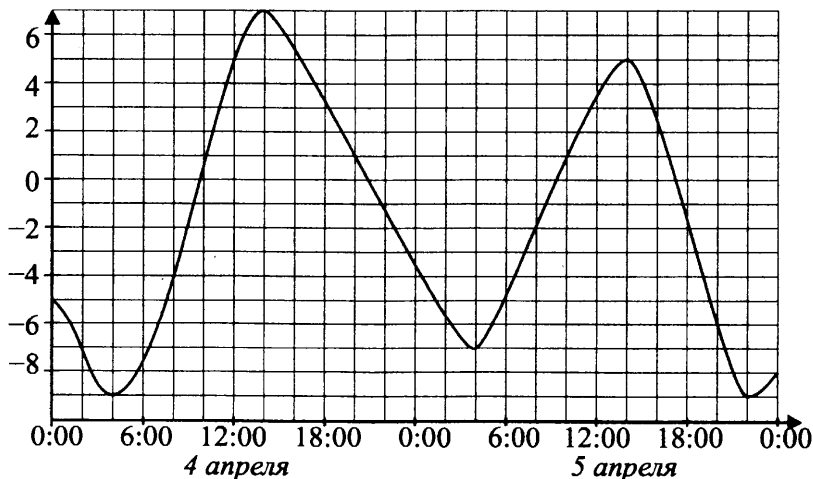


Рис. 145.

Ответ: _____

16. Пальто на распродаже уценили на 20%, после этого оно стало стоить 4480 рублей. Сколько рублей стоило платье до распродажи?

Ответ: _____

17. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 8:00?

Ответ: _____

18. Администрация школы подвела итоги занятости учащихся 7-х классов по спортивным секциям и результаты представила в виде диаграммы (см. рис. 146). Какое утверждение относительно количества учащихся, занимающихся в спортивных секциях, верно, если в секциях занимаются 150 семиклассников, при этом каждый только одним видом спорта? К игровым видам спорта относятся баскетбол, волейбол и футбол.

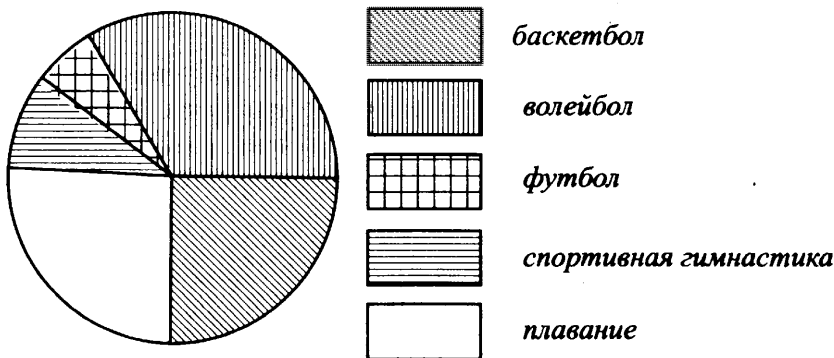


Рис. 146.

- 1) Около четверти семиклассников занимаются плаванием.
- 2) Около половины семиклассников занимаются футболом.
- 3) Плаванием и волейболом занимаются более 70 семиклассников.
- 4) Футболом, спортивной гимнастикой и плаванием занимаются более 80 учащихся.

Ответ: ☐

19. Ася выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 11.

Ответ: _____

20. В таксопарке стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 164 + 12(t - 6)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах ($t > 8$). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) 14-минутной поездки.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x + 2 - x^3 - 2x^2 = 0$.

22. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 63 км/ч, а вторую — со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

23. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{(x - 1)(x + 2)}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает ее боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 54$, $BC = 18$, $CF : DF = 7 : 2$.

25. В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD диагонали пересекаются в точке K . Докажите, что площади треугольников ABK и CDK равны.

26. Две окружности разных радиусов касаются друг друга внешним образом. Две их общие касательные, которые не проходят через точку касания окружностей, касаются окружности меньшего радиуса в точках A и B , а окружности большего радиуса — в точках C и D . При этом точки A и C лежат на одной касательной, а B и D на другой касательной. Найдите расстояние между прямыми AB и CD , если радиусы окружностей равны 3 и 5.

Вариант № 23

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{7,2}{4,6 - 8,2}$.

Ответ: _____

2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A (см. рис. 147)?

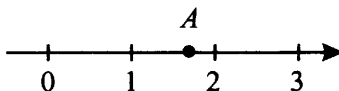


Рис. 147.

- 1) $\sqrt{11}$ 2) $\sqrt{5}$ 3) $\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{3}$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $(1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-4})$.

- 1) 0,39 2) 0,000 003 9 3) 0,000 39 4) 0,039

Ответ:

4. При каком значении x разность выражений $7x - 4$ и $2x + 6$ равна 0?

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 148).

А) $y = -2x - 2$

Б) $y = -2x + 2$

В) $y = 2x - 1$

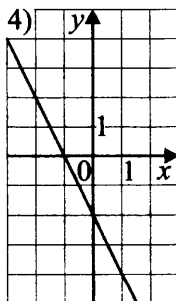
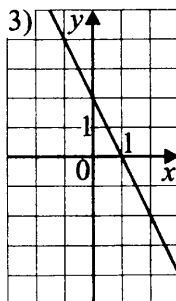
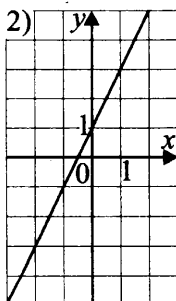
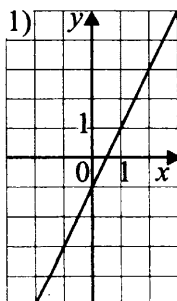


Рис. 148.

Ответ:

А	Б	В

6. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = -4$, $b_{n+1} = -2b_n$. Найдите b_7 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{5xy^2}{x^2 - 9y^2} \cdot \frac{x - 3y}{xy}$ при $x = 0,4$, $y = 0,2$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 16x + 63 \geq 0$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Найдите величину угла DOK , если OK — биссектриса угла AOD , а $\angle DOB = 112^\circ$ (см. рис. 149). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

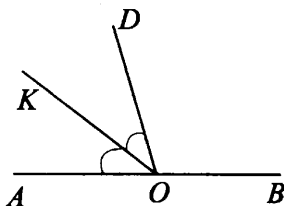


Рис. 149.

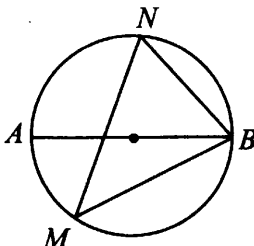


Рис. 150.

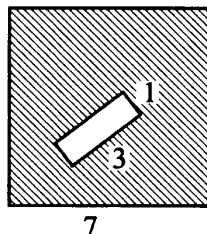


Рис. 151.

10. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 44^\circ$ (см. рис. 150). Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. Периметр квадрата равен 56. Найдите площадь квадрата.

Ответ: _____

12. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рис. 151). Найдите площадь получившейся фигуры.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если диагонали параллелограмма равны, то это ромб.
- 2) Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это ромб.
- 3) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты некоторых участников районной олимпиады по физике.

Номер участника	I	II	III	IV
Количество баллов	248	254	245	257

Укажите номера участников, получивших количество баллов не меньше 253.

- 1) только I 2) только II 3) II и IV 4) I и III

Ответ:

15. На рисунке 152 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов 5 марта температура превышала -3°C ?

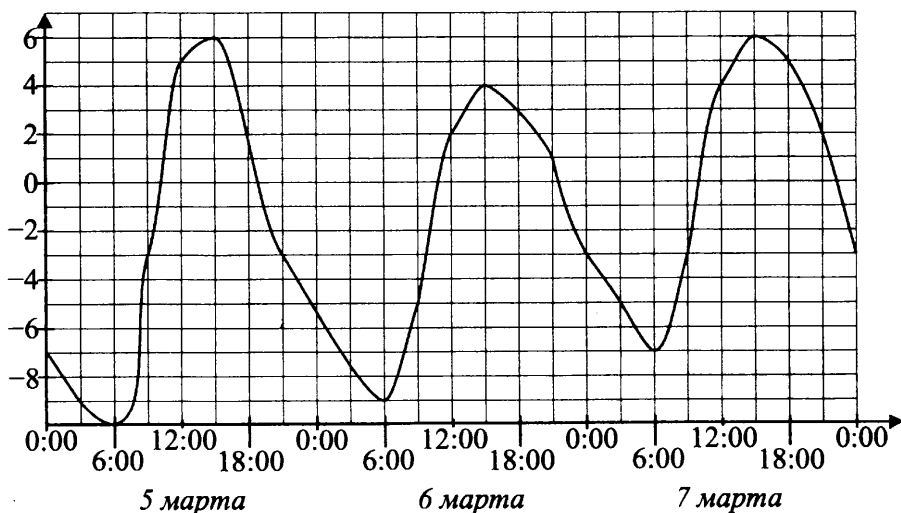


Рис. 152.

Ответ: _____

16. После уценки планшета его новая цена составила 0,83 старой. На сколько процентов уменьшилась цена планшета в результате уценки?

Ответ: _____

17. На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая поворачивается на 10° ?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны возрастные составы населения стран K , N , M , F (см. рис. 153). Определите по диаграмме, в какой стране доля населения с возрастом от 15 до 50 лет наименьшая среди представленных стран.

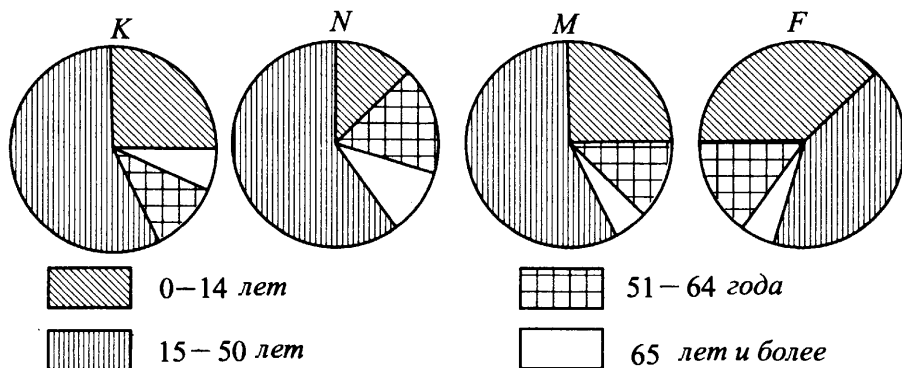


Рис. 153.

1) K

2) N

3) M

4) F

Ответ: ☐

19. На тарелке лежат пирожки: 18 с мясом, 4 с картошкой и 2 с повидлом. Оля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с мясом.

Ответ: _____

20. В фирме «Скважина» стоимость (в рублях) бурения скважины и её обустройства вычисляется по формуле $C = 1200 + 2200n$, где n — глубина бурения (в метрах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) скважины глубиной 40 метров.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^4 = (x - 12)^2$.

22. Три бригады изготовили вместе 317 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 4 раза больше, чем первая, и на 56 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 9$, $CK = 4$.

25. Докажите, что медиана BN треугольника ABC делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.

26. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 7. Найдите основания трапеции, если углы при основании трапеции равны 79° и 11° .

Вариант № 24

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $\frac{6,8}{2,8 - 9,6}$.

Ответ: _____

2. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой A (см. рис. 154)?

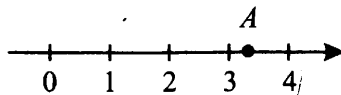


Рис. 154.

- 1) $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{11}$ 3) $\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{8}$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $(1,6 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-4})$.

- 1) 0,000 008 2) 0,008 3) 8 4) 0,0008

Ответ:

4. При каком значении x сумма выражений $3x + 8$ и $7x - 2$ равна 0?

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 155).

А) $y = 3x - 1$

Б) $y = -3x + 1$

В) $y = 3x + 1$

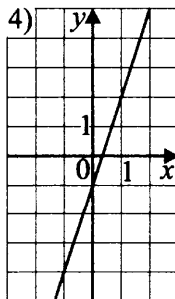
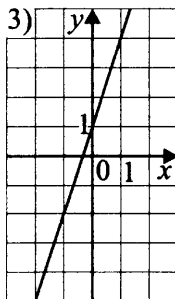
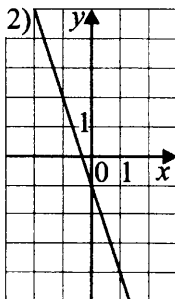
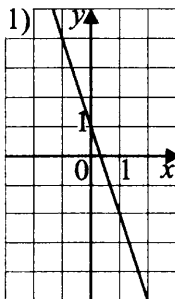


Рис. 155.

Ответ:

А	Б	В

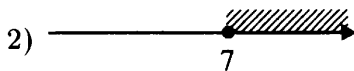
6. Геометрическая прогрессия задана условиями $b_1 = 3$, $b_{n+1} = -4b_n$. Найдите b_5 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{7ab^2}{a^2 - 25b^2} \cdot \frac{a - 5b}{ab}$ при $a = 0,5$, $b = 0,4$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 12x + 35 \leq 0$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Найдите величину угла DOK , если OK — биссектриса угла AOD , а $\angle DOB = 108^\circ$ (см. рис. 156). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

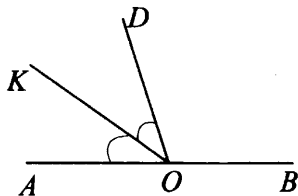


Рис. 156.

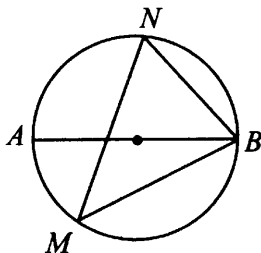


Рис. 157.

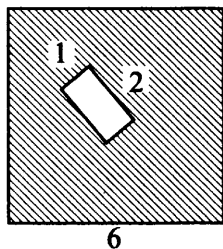


Рис. 158.

10. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 48^\circ$ (см. рис. 157). Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. Периметр квадрата равен 60. Найдите площадь квадрата.

Ответ: _____

12. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рис. 158). Найдите площадь получившейся фигуры.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 2) Диагонали ромба равны.
- 3) Все углы прямоугольника равны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены результаты некоторых участников районной олимпиады по биологии.

Номер участника	I	II	III	IV
Количество баллов	131	129	129	134

Укажите номера участников, получивших количество баллов не меньше 132.

- 1) только II 2) только IV 3) II и IV 4) I и III

Ответ:

15. На рисунке 159 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов 6 марта температура превышала -5°C ?

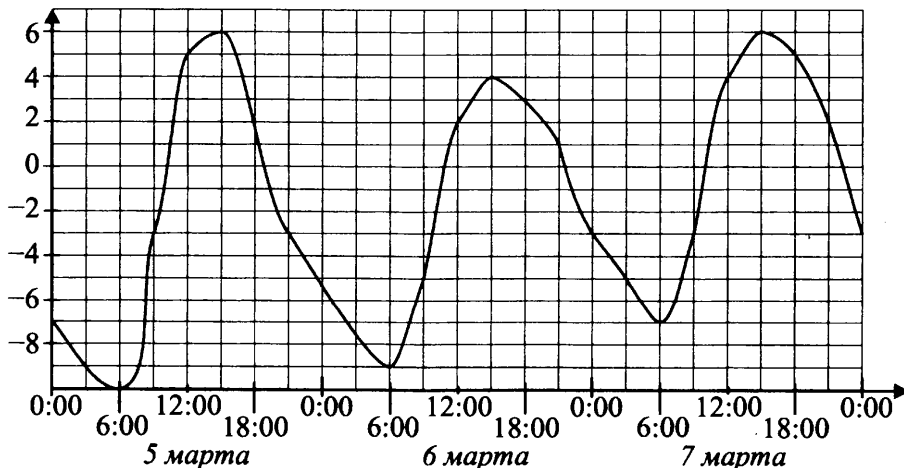


Рис. 159.

Ответ: _____

16. После уценки стола его новая цена составила 0,94 старой. На сколько процентов уменьшилась цена стола в результате уценки?

Ответ: _____

17. На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая поворачивается на 3° ?

Ответ: _____

18. На диаграммах показаны возрастные составы населения стран K , N , M , F (см. рис. 160). Определите по диаграмме, в какой стране доля населения с возрастом от 51 до 64 лет наименьшая среди представленных стран.

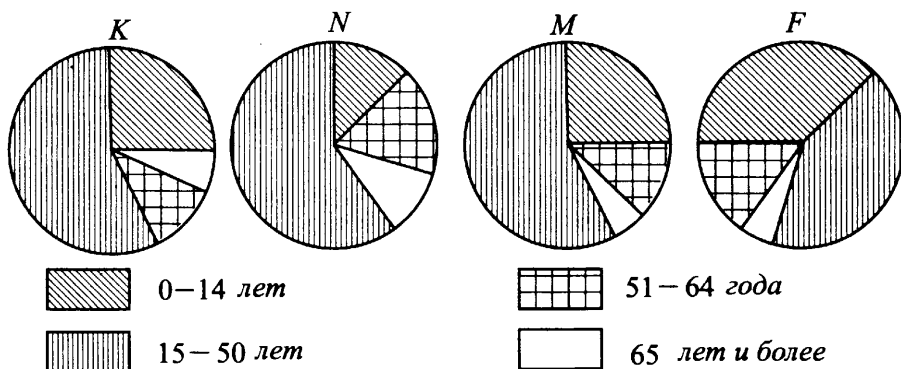


Рис. 160.

1) K

2) N

3) M

4) F

Ответ: ☐

19. На тарелке лежат вареники: 12 с капустой, 2 с черешней и 1 с картошкой. Оля наугад выбирает один вареник. Найдите вероятность того, что он окажется с капустой.

Ответ: _____

20. В фирме «Скважина» стоимость (в рублях) бурения скважины и её обустройства вычисляется по формуле $C = 1300 + 2150n$, где n — глубина бурения (в метрах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость (в рублях) скважины глубиной 45 метров.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^6 = (5x - 4)^3$.

22. Три бригады изготовили вместе 498 деталей. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 3 раза больше, чем первая, и на 29 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая?

23. Постройте график функции $y = \frac{(3x^2 - 6x)|x|}{x - 2}$ и определите, при каких значениях параметра b прямая $y = b$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

24. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 5$.

25. Медиана CD треугольника ABC делит его на два треугольника. Докажите, что площадь треугольника ABC вдвое больше, чем площадь треугольника ACD .

26. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 17 и 9. Найдите основания трапеции, если углы при основании трапеции равны 73° и 17° .

Вариант № 25

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $40 \cdot (-0,1)^3 - 20 \cdot (-0,1)^2 - 7$.

Ответ: _____

2. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a < b$?

- 1) $a - b > 0$ 2) $a - b > 3$ 3) $b - a < -1$ 4) $b - a > 0$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $(2,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (5 \cdot 10^{-2})$.

- 1) 0,0012 2) 0,012 3) 0,000 12 4) 0,12

Ответ:

4. Решите уравнение $x + \frac{x}{9} = \frac{5}{4}$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 161).

- A) $y = x^2 + 6x + 1$ Б) $y = -x^2 + 6x - 1$ В) $y = x^2 - 6x + 1$

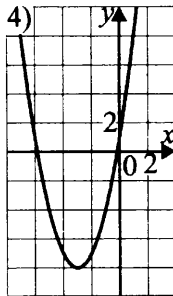
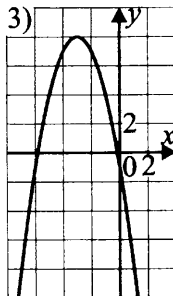
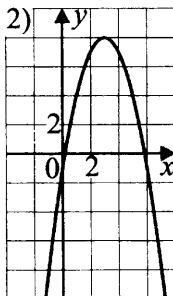
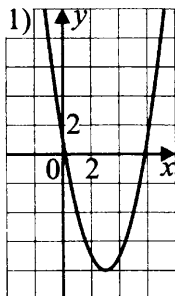


Рис. 161.

Ответ:

А	Б	В

6. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 2,4; 4,8; 9,6; ... Найдите сумму первых 7 её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{14y} \cdot \frac{7y}{x + y}$ при $x = 0,6$, $y = 1,2$.

Ответ: _____

8. При каких значениях x значение выражения $7x + 10$ больше значения выражения $2x - 3$?

1) $x < -2,6$

2) $x > -2,6$

3) $x > 0$

4) $x < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 162.

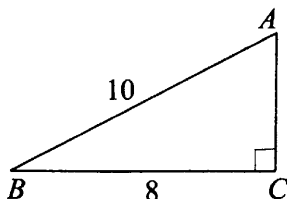


Рис. 162.

Ответ: _____

10. Прямая касается окружности в точке K . Точка O — центр окружности (см. рис. 163). Хорда KM образует с касательной угол, равный 85° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.

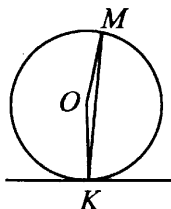


Рис. 163.

Ответ: _____

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 164.

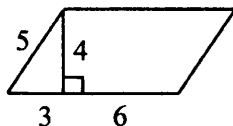


Рис. 164.

Ответ: _____

12. Найдите угол ABC (см. рис. 165). Ответ дайте в градусах.

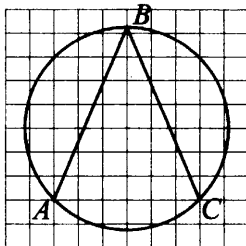


Рис. 165.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 2) В любой ромб можно вписать окружность.
- 3) Все углы ромба равны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. На упаковке зарядного устройства имеется надпись, гарантирующая, что выходное напряжение находится в пределах $12 \pm 3,5$ В. Какое напряжение не может быть при этом условии?

Укажите номер правильного ответа.

- 1) 15,3 В 2) 11,8 В 3) 9,65 В 4) 8,42 В

Ответ: _____

15. На рисунке 166 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов 7 марта температура не превышала -3°C ?

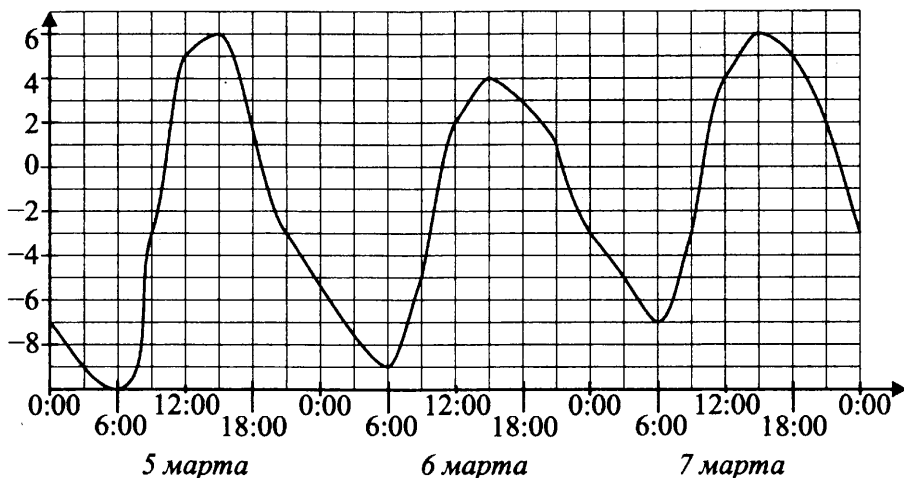


Рис. 166.

Ответ: _____

16. Число кустов роз в теплице относится к числу кустов хризантем как $13 : 7$. Сколько процентов от общего числа кустов в теплице составляют кусты хризантем?

Ответ: _____

17. Земли кооператива представляют собой прямоугольник длиной 1,2 км и шириной 1 км. Его разделили на участки длиной 60 м и шириной 50 м. Сколько таких участков получилось?

Ответ: _____

18. Средний вес футболиста команды «Вымпел» 84 кг. Вес футболиста Ивана Восьмёркина — 81 кг. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В команде все футболисты, кроме Ивана, имеют вес 84 кг.
- 2) В команде обязательно есть футболист весом более 84 кг.
- 3) В команде обязательно есть футболист весом 84 кг.
- 4) В команде обязательно есть футболист весом 80 кг.

Ответ: ☐

19. В соревнованиях по спортивному троеборью участвуют 8 спортсменов из России, 2 спортсмена из Дании, 4 спортсмена из Швеции и 6 — из Германии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из России.

Ответ: _____

20. Период колебания математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити в метрах. Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебания которой составляет 13 секунд.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^2 - 8x + \sqrt{5 - x} = \sqrt{5 - x} + 9$.

22. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 58 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 2 км/ч навстречу ему пешехода за 45 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

23. Найдите p и постройте график $y = x^2 + p$, если известно, что прямая $y = -10x$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 16, а одна из диагоналей ромба равна 64. Найдите углы ромба.

25. Точка A — середина боковой стороны KL трапеции $KLMN$. Докажите, что площадь треугольника AMN равна половине площади трапеции.

26. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABC , находится от вершины A и диагонали AC параллелограмма $ABCD$ на расстояниях, равных соответственно 13 и 5. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если точка O находится на расстоянии 12 от прямой AD и основание перпендикуляра, проведённого от точки O к прямой AD , принадлежит стороне AD .

Вариант № 26

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $50 \cdot (-0,1)^3 - 25 \cdot (-0,1)^2 - 9$.

Ответ: _____

2. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $b < a$?

- 1) $a - b < 0$ 2) $a - b > 0$ 3) $b - a > 0$ 4) $b - a > 5$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $(5,1 \cdot 10^{-3}) \cdot (6 \cdot 10^{-2})$.

- 1) 30,6 2) 0,306 3) 0,0306 4) 0,000 306

Ответ:

4. Решите уравнение $x - \frac{x}{6} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 167).

- А) $y = -x^2 + 4x - 1$ Б) $y = x^2 - 4x + 1$ В) $y = -x^2 - 4x - 1$

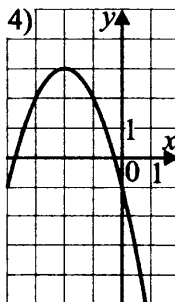
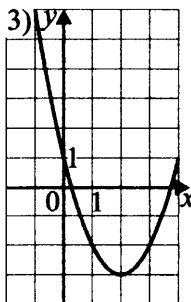
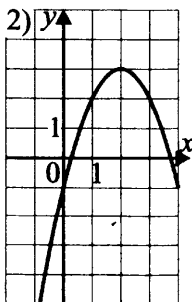
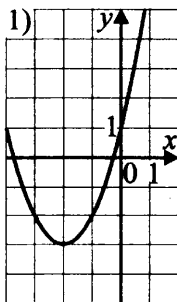


Рис. 167.

Ответ:

А	Б	В

6. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 2,5; 5; 10; Найдите сумму первых 7 её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{b^2 + ab}{15b} \cdot \frac{3b}{a + b}$ при $a = 1,3$, $b = 0,5$.

Ответ: _____

8. При каких значениях x значение выражения $11 + 5x$ меньше значения выражения $x - 7$?

- 1) $x < 0$ 2) $x > 0$ 3) $x < -4,5$ 4) $x > -4,5$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 168.

Ответ: _____

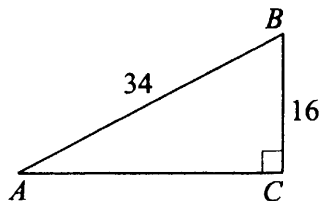


Рис. 168.

10. Прямая касается окружности в точке K . Точка O — центр окружности (см. рис. 169). Хорда KM образует с касательной угол, равный 78° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

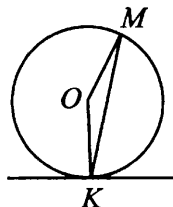


Рис. 169.

11. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке 170.

Ответ: _____

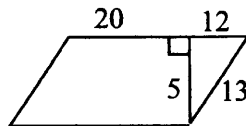


Рис. 170.

12. Найдите угол ABC (см. рис. 171). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.

2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

3) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.

Ответ: _____

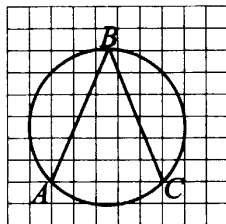


Рис. 171.

Модуль «Реальная математика»

14. На упаковке зарядного устройства имеется надпись, гарантирующая, что выходное напряжение находится в пределах $10 \pm 2,5$ В. Какое напряжение не может быть при этом условии?

Укажите номер правильного ответа.

1) 12,3 В

2) 11,06 В

3) 16,55 В

4) 7,8 В

Ответ:

15. На рисунке 172 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов 6 марта температура не превышала -5°C ?

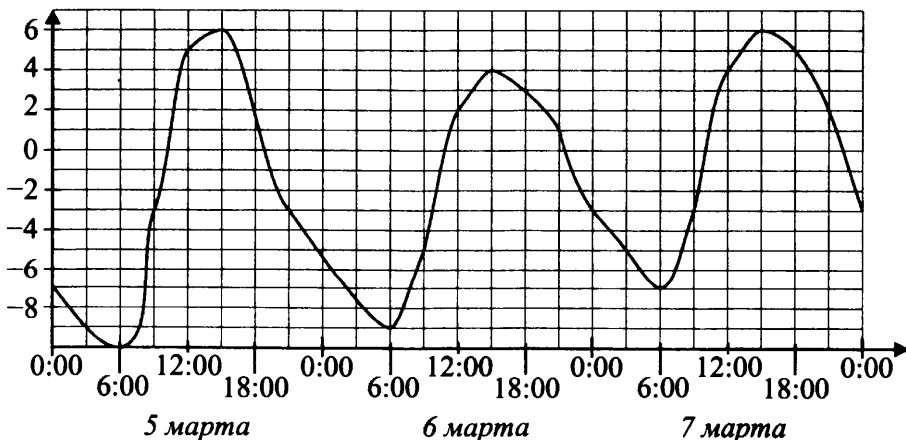


Рис. 172.

Ответ: _____

16. Число кустов сирени в парке относится к числу кустов жасмина как 17 : 33. Сколько процентов кустов в парке составляют кусты сирени?

Ответ: _____

17. Земли кооператива представляют собой прямоугольник длиной 9 км и шириной 1,5 км. Его разделили на участки длиной 90 м и шириной 50 м. Сколько таких участков получилось?

Ответ: _____

18. Средний рост волейболистов команды «Успех» 198 см. Рост игрока Петра Сидорова — 195 см. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В команде все игроки, кроме Петра, имеют рост 198 см.
- 2) В команде обязательно есть игрок ростом более 198 см.
- 3) В команде обязательно есть игрок ростом 198 см.
- 4) В команде обязательно есть игрок ростом 194 см.

Ответ: ☐

19. В чемпионате по лёгкой атлетике участвуют 16 спортсмена из России, 6 спортсменов из Дании, 18 спортсменов из Франции и 10 — из Германии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Франции.

Ответ: _____

20. Период колебания математического маятника (в секундах) приближённо можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити в метрах. Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебания которой составляет 15 секунд.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите уравнение $x^2 + 3x - \sqrt{x-2} = 10 - \sqrt{x-2}$.

22. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 76 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 4 км/ч пешехода за 40 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

23. Найдите p и постройте график $y = x^2 + 2p$, если известно, что прямая $y = 8x$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 17, а одна из диагоналей ромба равна 68. Найдите углы ромба.

25. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ABE равна половине площади трапеции.

26. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABC , находится от вершины A и диагонали AC параллелограмма $ABCD$ на расстояниях, равных соответственно 17 и 8. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если точка O находится на расстоянии 15 от AD и основание перпендикуляра, проведённого из точки O к прямой AD , не принадлежит стороне AD .

Вариант № 27

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,5 \cdot (-3)^3 + 0,8 \cdot (-3)^2 + 51$.

Ответ: _____

2. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

- 1) $a - b < 0$ 2) $a - b < -3$ 3) $b - a < 0$ 4) $b - a < -2$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{3^{-5} \cdot 3^{-6}}{3^{-14}}$.

- 1) 27^{-1} 2) 9 3) $\frac{1}{3}$ 4) 27

Ответ:

4. Решите уравнение $(x - 7)^2 = (x - 13)^2$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 173).

A) $y = \frac{3}{x}$

Б) $y = \frac{1}{3x}$

В) $y = -\frac{3}{x}$

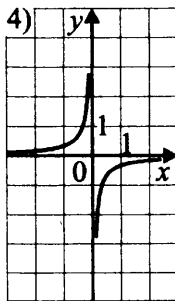
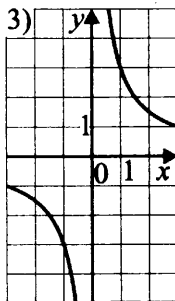
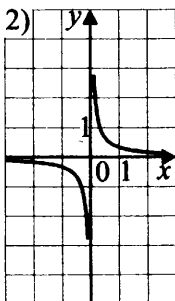
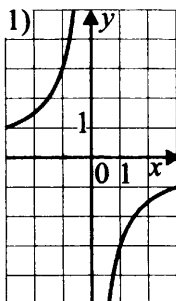


Рис. 173.

Ответ:

А	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = -0,2 - 1,8n$. Найдите сумму первых 16 её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $4x + \frac{5y - 4x}{x}$ при $x = 3$, $y = 6$.

Ответ: _____

8. При каких значениях a выражение $a + 8$ принимает положительные значения?

1) $a < -\frac{1}{8}$

2) $a > -8$

3) $a > -\frac{1}{8}$

4) $a < -8$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 9 и 41 (см. рис. 174).

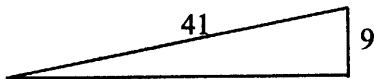


Рис. 174.

Ответ: _____

10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 45$, $AO = 53$ (см. рис. 175).

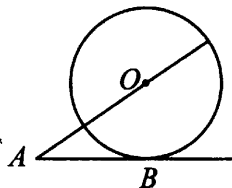


Рис. 175.

Ответ: _____

11. В прямоугольнике одна сторона равна 8, а диагональ равна 10. Найдите площадь прямоугольника.

Ответ: _____

12. Найдите площадь фигуры, изображённой на клетчатой бумаге с размером 1 см $\times$ 1 см (см. рис. 176). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

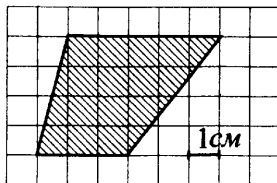


Рис. 176.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали любого прямоугольника делят его на 4 равных треугольника.
- 2) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
- 3) Любой прямоугольник можно вписать в окружность.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. На упаковке рулона обоев имеется надпись, гарантирующая, что длина полотна находится в пределах $15 \pm 0,05$ В. Какую длину не может иметь полотно обоев при этом условии?

Укажите номер правильного ответа.

- 1) 14,99 В 2) 15,12 В 3) 15,01 В 4) 14,96 В

Ответ:

15. На рисунке 177 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры 6 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

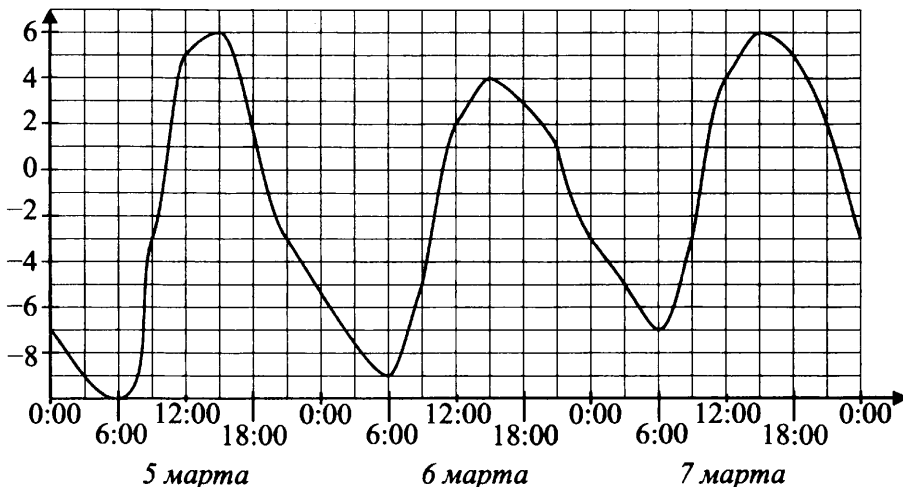


Рис. 177.

Ответ: _____

16. Расстояние от Солнца до Юпитера равно 750 000 000 км. Скорость света равна 300 000 км/с. Сколько времени идёт свет от Солнца до Юпитера? Ответ дайте в минутах и округлите до десятых.

Ответ: _____

17. Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размерами $15 \times 20 \times 25$ (см) можно поместить в кузов машины размерами $1,5 \times 4 \times 2$ (м)?

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены количества субъектов, входящих в округа Российской Федерации (см. рис. 178).

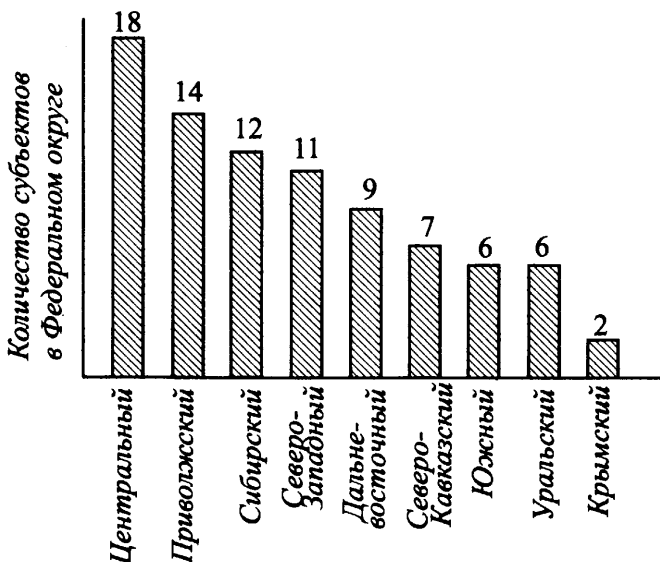


Рис. 178.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Центральный федеральный округ самый крупный по количеству субъектов, входящих в него.
- 2) В Южный федеральный округ входит 4 субъекта Российской Федерации.
- 3) В Северо-Кавказском федеральном округе на 5 субъектов больше, чем в Крымском федеральном округе.
- 4) Приволжский федеральный округ больше по количеству субъектов Дальневосточного федерального округа.

Ответ: _____

19. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что спортсмен первые два раза попал в мишени, а последние три раза промахнулся.

Ответ: _____

20. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 243 Вт, а сила тока равна 4,5 А.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $\frac{12}{x^2 - x - 6} \leq 0$.

22. Кристина и Оля красят забор за 24 часа, Оля и Марина — за 18 часов, Кристина и Марина — за 36 часов. За какое время девочки покрасят забор, работая втроём?

23. Постройте график функции $y = x^2 - 7x - 5|x - 3| + 15$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 40$, $CH = 1$. Найдите высоту ромба.

25. Из точки B к окружности провели касательную BA и секущую BD (C и D — точки пересечения, A — точка касания). Докажите, что $AB^2 = BC \cdot BD$.

26. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса BE угла ABD перпендикулярна диагонали AC и равна $\frac{1}{4}AC$. Найдите стороны параллелограмма, если известно, что $BE = 6$.

Вариант № 28

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,4 \cdot (-5)^3 + 0,9 \cdot (-5)^2 + 63$.

Ответ: _____

2. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $b > a$?

- 1) $a - b > 3$ 2) $b - a > -6$ 3) $b - a < -2$ 4) $a - b > 0$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{5^{-7} \cdot 5^{-3}}{5^{-13}}$.

1) 5

2) 5^{-2}

3) 125

4) $\frac{1}{5}$

Ответ:

4. Решите уравнение $(x + 3)^2 = (15 - x)^2$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 179).

A) $y = -\frac{1}{4x}$

Б) $y = \frac{4}{x}$

В) $y = -\frac{4}{x}$

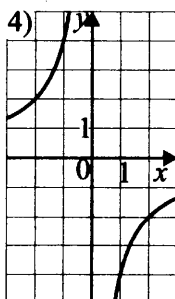
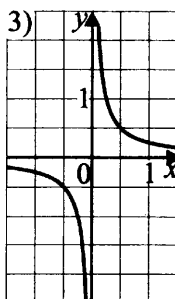
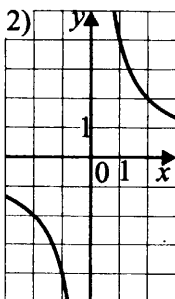
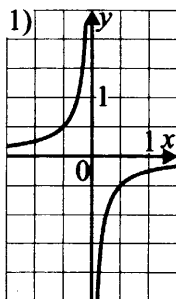


Рис. 179.

Ответ:

A	Б	В

6. Арифметическая прогрессия задана условием $a_n = -0,5 - 1,5n$. Найдите сумму первых 24 её членов.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $5a + \frac{3b - 5a}{a}$ при $a = 4$, $b = 12$.

Ответ: _____

8. При каких значениях b выражение $b - 3$ принимает отрицательные значения?

1) $b > 3$

2) $b = 3$

3) $b < 3$

4) $b > -3$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39 (см. рис. 180).

Ответ: _____

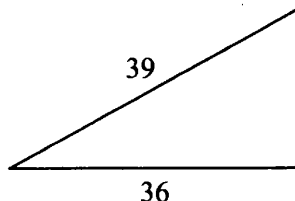


Рис. 180.

10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 56$, $AO = 65$ (см. рис. 181).

Ответ: _____

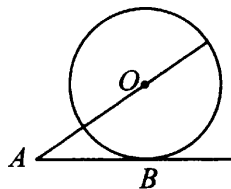


Рис. 181.

11. В прямоугольнике одна сторона равна 5, а диагональ равна 13. Найдите площадь прямоугольника.

Ответ: _____

12. Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером 1 см $\times$ 1 см (см. рис. 182). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

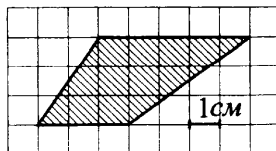


Рис. 182.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- 2) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- 3) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. На упаковке рулона обоев имеется надпись, гарантирующая, что длина полотна находится в пределах $18 \pm 0,1$ м. Какую длину не может иметь полотно обоев при этом условии?

Укажите номер правильного ответа.

- 1) 18,06 м 2) 18,05 м 3) 18,12 м 4) 17,95 м

Ответ:

15. На рисунке 183 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры 7 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

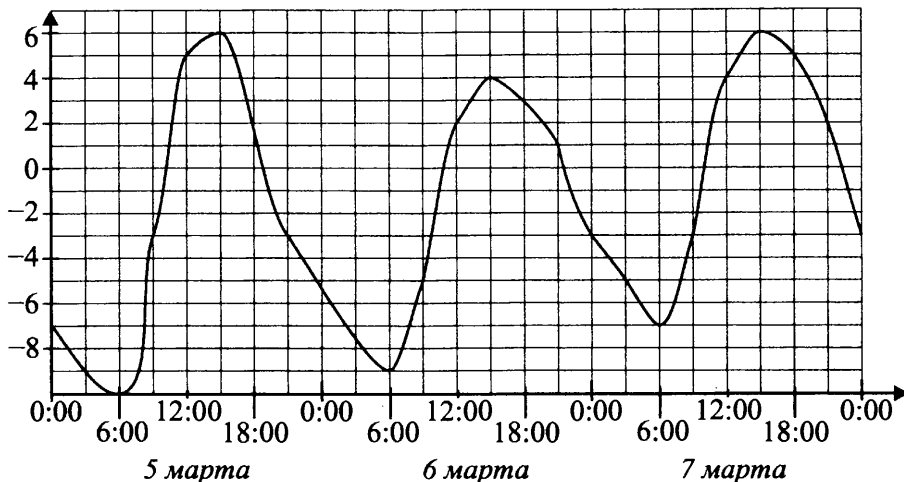


Рис. 183.

Ответ: _____

16. Расстояние от Солнца до Нептуна равно 4 500 000 000 км. Скорость света равна 300 000 км/с. Сколько времени идёт свет от Солнца до Нептуна? Ответ дайте в часах и округлите до десятых.

Ответ: _____

17. Какое наибольшее число коробок в форме прямоугольного параллипеда размерами $20 \times 40 \times 25$ (см) можно поместить в кузов машины размерами $1,5 \times 2 \times 3$ (м)?

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены количества субъектов, входящих в округа Российской Федерации (см. рис. 184).

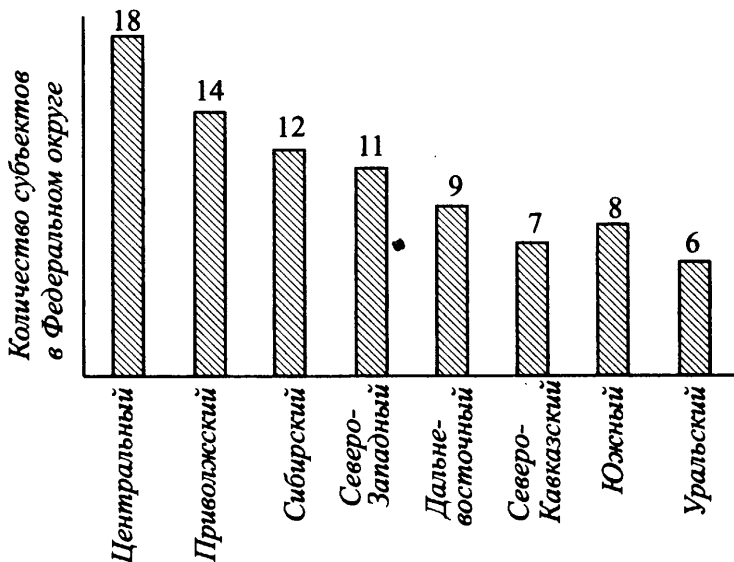


Рис. 184.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Дальневосточный федеральный округ — самый крупный по количеству субъектов среди округов Российской Федерации.
- 2) В Северо-Западный федеральный округ входят одиннадцать субъектов.
- 3) В Южном федеральном округе на 5 субъектов больше, чем в Уральском федеральном округе.
- 4) В Центральном федеральном округе 18 субъектов.

Ответ: _____

19. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

Ответ: _____

20. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 173,28 Вт, а сила тока равна 3,8 А.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите неравенство $\frac{-12}{(x-1)^2-1} \leq 0$.

22. Николай и Юрий красят стену за 9 часов. Юрий и Алексей красят этот же забор за 18 часов, а Алексей и Николай — за 12 часов. За какое время мальчики покрасят забор, работая вдвоём?

23. Постройте график функции $y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 7$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Высота CH ромба $ABCD$ делит сторону AD на отрезки $DH = 24$, $AH = 1$. Найдите высоту ромба.

25. Из точки B к окружности провели две секущие: BD и BT (C , D , K и T — точки пересечения секущих и окружности). Докажите, что $BC \cdot BD = BK \cdot BT$.

26. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса BE угла ABD перпендикулярна диагонали AC и равна её половине. Найдите стороны параллелограмма, если известно, что $BE = 16$.

Вариант № 29

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,7 \cdot (-10)^3 + 30$.

Ответ: _____

2. О числах a и c известно, что $a < c$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a + 22 < c + 22$ 2) $a - 13 < c - 13$ 3) $\frac{a}{9} < \frac{c}{9}$ 4) $-\frac{a}{6} < -\frac{c}{6}$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{11^{-12}}{11^{-10} \cdot 11^{-4}}$.

1) 11

2) 121

3) 11^{-2}

4) $\frac{1}{11}$

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{5}{x-2} = \frac{6}{x+9}$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 185) и формулами, которые их задают.

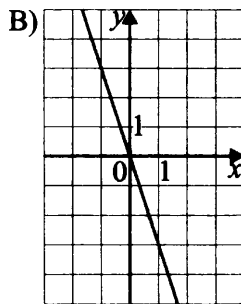
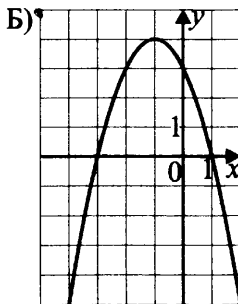
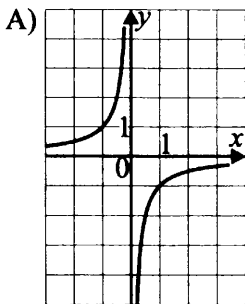


Рис. 185.

1) $y = -x^2 - 2x + 3$

2) $y = -\frac{3}{x}$

3) $y = -3x$

4) $y = -\frac{1}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_{10} = 33$, $a_{23} = 85$. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{9}{3a - a^2} - \frac{3}{a}$ при $a = -7$.

Ответ: _____

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 10x + 109 > 0$

2) $x^2 - 10x - 109 > 0$

3) $x^2 - 10x - 109 < 0$

4) $x^2 - 10x + 109 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. Прямые m и n параллельны (см. рис. 186). Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 33^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

10. В угол C величиной 87° вписана окружность, которая касается угла в точках A и B . Найдите угол AOB (см. рис. 187). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

11. Периметр ромба равен 120, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол (см. рис. 188). Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Все диаметры окружности равны между собой.

2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.

3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

Ответ: _____

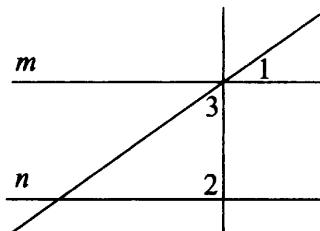


Рис. 186.

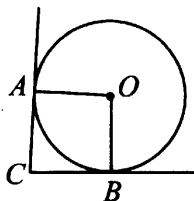


Рис. 187.

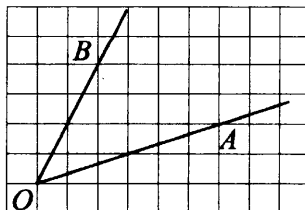


Рис. 188.

Модуль «Реальная математика»

14. В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:

Команда	I эстафета (мин)	II эстафета (мин)	III эстафета (мин)	IV эстафета (мин)
«Радуга»	5,1	3,9	2,7	5,8
«Успех»	4,7	4,2	2,9	5,9
«Смелые»	4,9	4,0	2,6	5,6
«Мир»	4,8	4,1	3,0	5,7

За каждую эстафету команда получает количество баллов, равное занятому в этой эстафете месту, затем баллы по всем эстафетам суммируются. Какое итоговое место заняла команда «Успех», если победителем считается команда, набравшая наименьшее количество баллов?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ:

15. На рисунке 189 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры 7 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

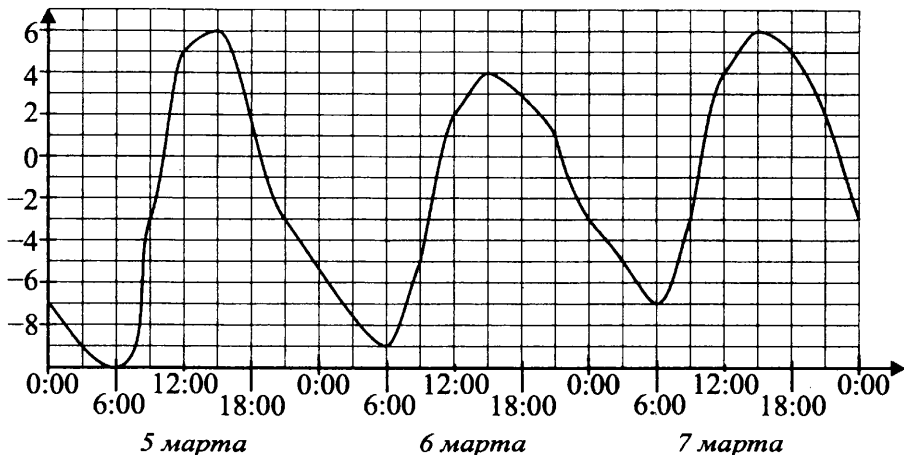


Рис. 189.

Ответ: _____

16. За два часа пешеход прошёл 9 км. Сколько километров он пройдёт за 28 минут, если будет двигаться с той же скоростью?

Ответ: _____

17. Лестница соединяет точки A и B и состоит из 10 ступеней. Высота каждой ступени равна 20 см, а длина — 21 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены площади федеральных округов Российской Федерации (в тыс. км²) (см. рис. 190).

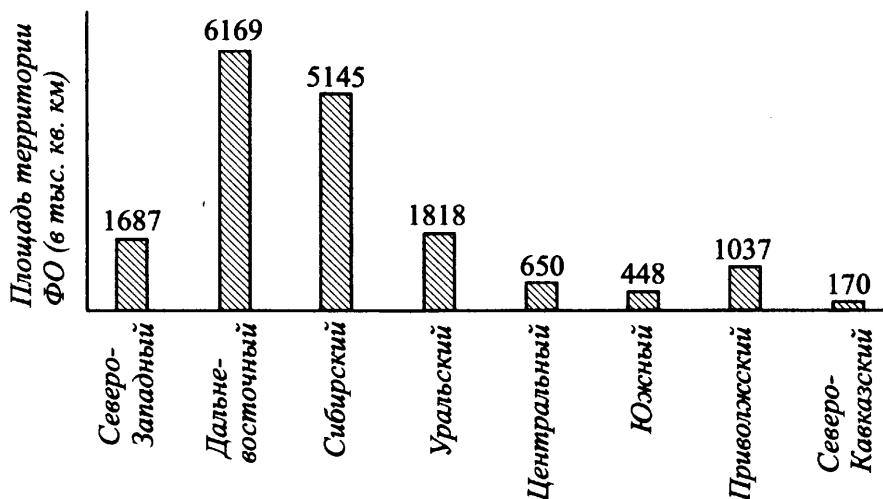


Рис. 190.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сибирский ФО — крупнейший по площади из федеральных округов.
- 2) Площадь Северо-Кавказского ФО составляет 150 тыс. км².
- 3) Уральский ФО больше по площади территории Южного ФО.
- 4) Площадь Северо-Западного ФО больше площади Центрального ФО на 1037 тыс. км².

Ответ: _____

19. В магазине подарков продаётся 100 ёлочных шариков, из них 39 — красных, 14 — зелёных, 17 — жёлтых, ещё есть синие и оранжевые, их поровну. Покупатель случайно разбил один из шариков. Найдите вероятность того, что этот шарик красный или оранжевый.

Ответ: _____

20. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1, m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс тел (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь этой формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 266,8 \text{ Н}$, $m_2 = 6 \cdot 10^9 \text{ кг}$, $r = 3 \text{ м}$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $(a^3 - 9a) \left(\frac{1}{a+3} - \frac{1}{a-3} \right)$ при $a = -12$.

22. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, её длина равна 34 км. Турист прошёл путь из A в B за 7 часов, из которых спуск занял 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 2 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 16)(x - 2)}{(2 - x)}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 32$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 63 и 33.

25. Продолжения сторон AB и DC вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке Q . Докажите, что треугольники BDQ и CAQ подобны.

26. Точки M и N лежат на диагонали AC ромба $ABCD$ на расстояниях соответственно 2 и 9 от точки A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle DAC = \frac{4}{\sqrt{18}}$.

Вариант № 30

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $0,9 \cdot (-10)^3 + 40$.

Ответ: _____

2. О числах m и n известно, что $n > m$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $m - 5 < n - 5$ 2) $-2n > -2m$ 3) $m + 7 < n + 7$ 4) $\frac{m}{6} < \frac{n}{6}$

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{13^{-10}}{13^{-5} \cdot 13^{-7}}$.

1) 169 2) $\frac{1}{13}$ 3) 13^{-2} 4) 13

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{x-5}{x-3} = \frac{6}{7}$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 191) и формулами, которые их задают.

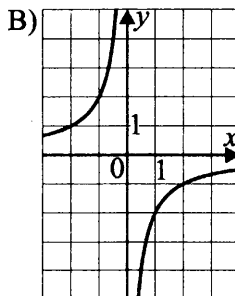
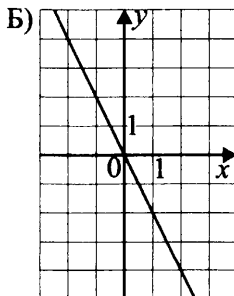
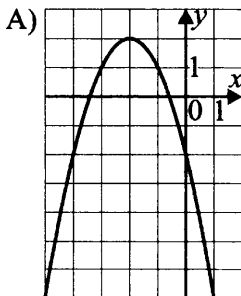


Рис. 191.

1) $y = -\frac{2}{x}$ 2) $y = -\frac{1}{2x}$ 3) $y = -2x$ 4) $y = -x^2 - 4x - 2$

Ответ:

А	Б	В

6. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_{15} = -34$, $a_{35} = -94$. Найдите разность прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{49}{7b - b^2} - \frac{7}{b}$ при $b = -3$.

Ответ: _____

8. Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 + 7x - 44 > 0$

2) $x^2 + 7x - 44 < 0$

3) $x^2 + 7x + 44 < 0$

4) $x^2 + 7x + 44 > 0$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Прямые m и n параллельны (см. рис. 192). Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 42^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

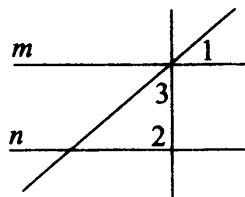


Рис. 192.

10. В угол C величиной 89° вписана окружность, которая касается угла в точках A и B . Найдите угол AOB (см. рис. 193). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

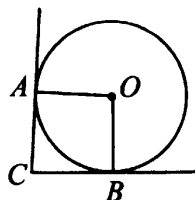


Рис. 193.

11. Периметр ромба равен 80, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

Ответ: _____

12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол (см. рис. 194). Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____

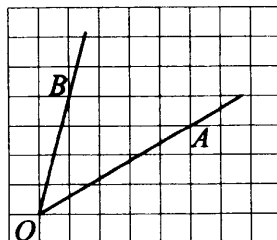


Рис. 194.

13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

2) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

3) Все хорды одной окружности равны между собой.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:

Команда	I эстафета (мин)	II эстафета (мин)	III эстафета (мин)	IV эстафета (мин)
«Луч»	4,9	4,1	2,9	5,9
«Радость»	5,3	4,2	3,0	5,7
«Алмаз»	4,8	4,3	3,2	5,6
«Успех»	5,1	4,0	3,2	6,1

За каждую эстафету команда получает количество баллов, равное занятому в этой эстафете месту, затем баллы по всем эстафетам суммируются. Какое итоговое место заняла команда «Луч», если победителем считается команда, набравшая наименьшее количество баллов?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ:

15. На рисунке 195 показано, как изменялась температура воздуха с 5 марта по 7 марта. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наименьшее значение температуры 6 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.

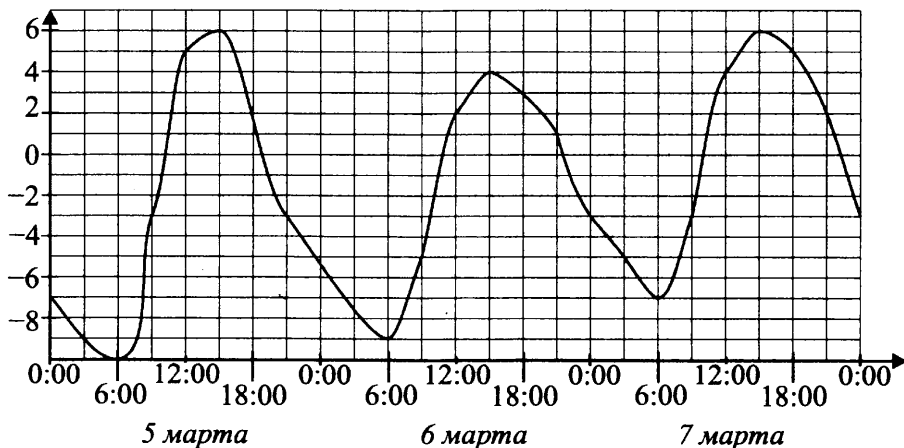


Рис. 195.

Ответ: _____

16. За три часа катер прошёл 45 км. Сколько километров он пройдёт за 36 минут, если будет двигаться с той же скоростью?

Ответ: _____

17. Лестница соединяет точки A и B и состоит из 15 ступеней. Высота каждой ступени равна 8 см, а длина — 15 см. Найдите расстояние между точками A и B (в метрах).

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены площади федеральных округов Российской Федерации (в тыс. км²) (см. рис. 196).

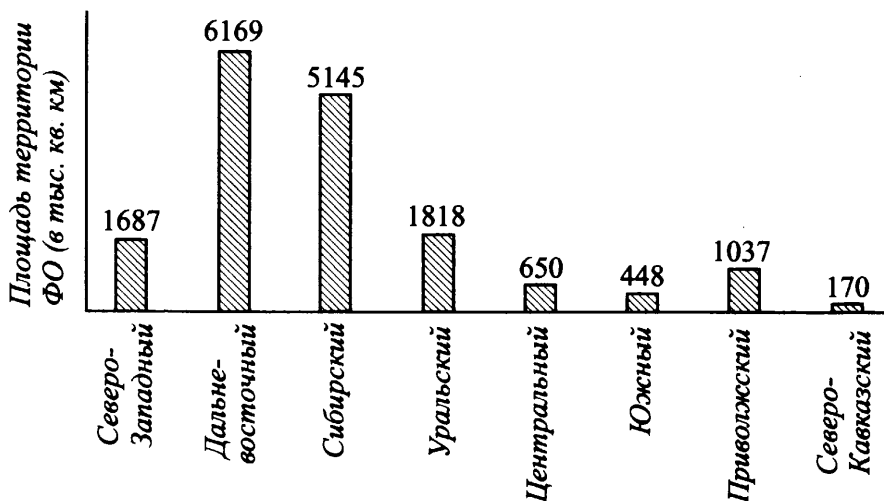


Рис. 196.

Какие из следующих утверждений неверны?

- 1) Площадь Сибирского федерального округа составляет 5145 км².
- 2) Южный федеральный округ больше по площади Северо-Западного округа.
- 3) Северо-Кавказский федеральный округ — самый маленький по площади округ.
- 4) Площадь Уральского федерального округа больше площади Южного федерального округа на 1370 тыс. км².

Ответ: _____

19. В магазине игрушек продаётся 400 мячиков, из них 145 — красных, 57 — зелёных, 56 — фиолетовых, ещё есть синие и оранжевые, их поровну. Покупатель случайно уронил один из мячиков. Найдите вероятность, что этот мячик зелёный или синий.

Ответ: _____

20. Закон всемирного тяготения можно записать в виде $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где F — сила притяжения между телами (в ньютонах), m_1, m_2 — массы тел (в килограммах), r — расстояние между центрами масс тел (в метрах), а γ — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Пользуясь этой формулой, найдите массу тела m_1 (в килограммах), если $F = 74,704 \text{ Н}$, $m_2 = 4 \cdot 10^9 \text{ кг}$, $r = 5 \text{ м}$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $(b^3 - 25b) \left(\frac{1}{b-5} - \frac{1}{b+5} \right)$ при $b = 15$.

22. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, её длина равна 13 км. Турист прошёл путь из A в B за 4 часа, из которых спуск занял 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 3 км/ч?

23. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 9)(x - 3)}{(3 - x)}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = 2kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 48$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 7 и 15.

25. Продолжения сторон CB и DE вписанного в окружность четырёхугольника $BCED$ пересекаются в точке A . Докажите, что треугольники BDA и CAE подобны.

26. Точки M и N лежат на диагонали AC ромба $ABCD$ на расстояниях соответственно 3 и 6 от точки A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle DAC = \frac{4}{\sqrt{18}}$.

Вариант № 31

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(3 \cdot 10^2)^2 \cdot (7 \cdot 10^{-5})$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой отмечены числа a и b (см. рис. 197). Какое из приведённых утверждений неверно?

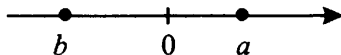


Рис. 197.

1) $a + b > 0$

2) $ab < 0$

3) $a > b$

4) $a - b > 0$

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{75}$; $3\sqrt{5}$; 5,6.

1) $3\sqrt{5}$; $\sqrt{75}$; 5,6 2) 5,6; $\sqrt{75}$; $3\sqrt{5}$ 3) 5,6; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{75}$ 4) $\sqrt{75}$; $3\sqrt{5}$; 5,6

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $(x - 4)^2 + (x + 7)^2 = 2x^2 - 1$.

Ответ: _____

5. На рисунке 198 изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке.

Б) Функция убывает на промежутке.

ПРОМЕЖУТКИ

1) $[-4; -3]$

2) $[-5; 1]$

3) $[-2; 1]$

4) $[-3; -1]$

Ответ:

А	Б
☐	☐

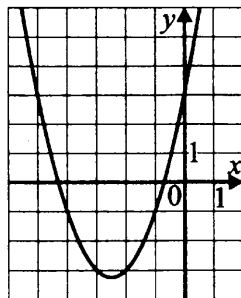


Рис. 198.

6. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_3 = \frac{3}{8}$, $b_6 = 192$.

Найдите знаменатель прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(6x + 6)(6x - 6) - 6x(6x + 6)$ при $x = 1,5$.

Ответ: _____

8. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке 199?

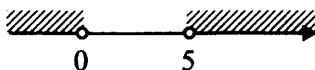


Рис. 199.

- 1) $x^2 - 5x < 0$ 2) $x^2 - 25 > 0$ 3) $x^2 - 5x > 0$ 4) $x^2 - 25 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 144° (см. рис. 200). Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

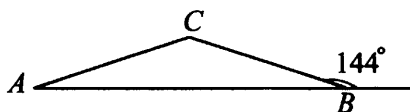


Рис. 200.

Ответ: _____

10. Радиус окружности с центром в точке O равен 39, длина хорды AB равна 72. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рис. 201).

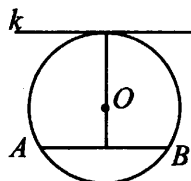


Рис. 201.

Ответ: _____

11. Площадь ромба равна 42, а периметр равен 28. Найдите высоту ромба.

Ответ: _____

12. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC (см. рис. 202). Ответ дайте в градусах.

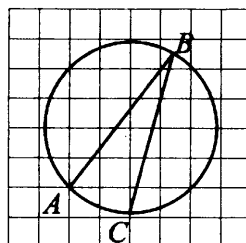


Рис. 202.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Любые два диаметра окружности пересекаются.
- 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- 3) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены налоговые ставки на автомобили в Москве с 1 января 2015 года.

Мощность автомобиля (в л.с.)	Налоговая ставка (в руб. за 1 л.с. в год)
до 100	12
свыше 100 до 125	25
свыше 125 до 150	35
свыше 150 до 175	45
свыше 175 до 200	50
свыше 200 до 225	65
свыше 225 до 250	75
свыше 250	150

Сколько рублей должен заплатить владелец автомобиля мощностью 195 л.с. в качестве налога за 1 год?

- 1) 9750 рублей 2) 50 рублей 3) 65 рублей 4) 12 670 рублей

Ответ:

15. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке 203 показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 10 до 6 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?

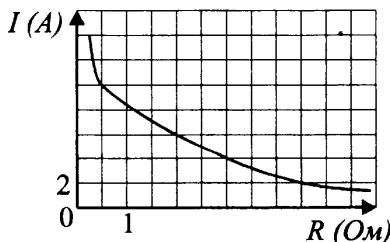


Рис. 203.

Ответ: _____

16. В начале года бананы в магазине стоили 44 рубля за килограмм, а в конце года стали стоить 55 рублей за килограмм. На сколько процентов подорожали бананы за год?

Ответ: _____

17. Лестница соединяет точки A и B . Высота каждой ступени равна 12 см, а длина — 35 см. Расстояние между точками A и B составляет 3,7 м. Найдите высоту, на которую поднимается лестница (в метрах).

Ответ: _____

18. На диаграмме показано содержание питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 204). (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.) Сколько примерно жиров содержится в 2 кг продукта?

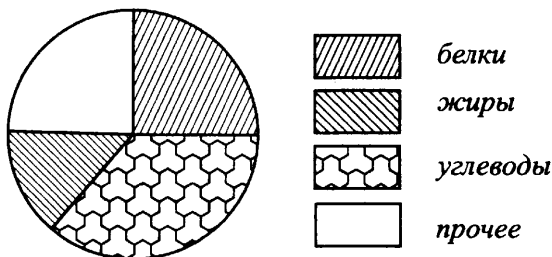


Рис. 204.

- 1) около 0,5 кг 2) около 250 г 3) около 40 г 4) около 600 г

Ответ:

19. Известно, что в некотором городе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,527. В 2005 г. в этом городе из 1000 родившихся младенцев оказалась 491 девочка. На сколько относительная частота рождения девочки в 2005 г. в этом городе отличается от вероятности этого события?

Ответ: _____

20. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1, q_2 — величины зарядов (в кулонах), k — коэффициент пропорциональности в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, а r — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $q_2 = 0,003 \text{ Кл}$, $r = 4000 \text{ м}$, а $F = 0,027 \text{ Н}$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $\frac{4x - 25y}{2\sqrt{x} - 5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 6$.

22. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправляются два автомобилиста. Проехав некоторую часть пути, первый автомобилист сделал остановку на 15 минут, а потом продолжил движение до встречи со вторым автомобилистом. Расстояние между городами составляет 222 км, скорость первого автомобилиста равна 42 км/ч, скорость второго — 48 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй автомобилист, до места встречи.

23. Постройте график функции $y = x|x| - 5|x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 4 : 6 : 14. Найдите диаметр окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 15.

25. Окружности с центрами в точках P и O пересекаются в точках A и B , причём точки P и O лежат по разные стороны от прямой AB . Докажите, что $AB \perp PO$.

26. Через точку K пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основаниям трапеции, которая делит трапецию на два четырёхугольника. Найдите отношение площади четырёхугольника, которая прилегает к меньшему основанию трапеции, к площади четырёхугольника, прилежащего к большему основанию. Точка K делит одну из диагоналей в отношении 2 : 3, считая от меньшего основания.

Вариант № 32

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(7 \cdot 10^2)^2 \cdot (11 \cdot 10^{-5})$.

Ответ: _____

2. На координатной прямой отмечены числа p и n (см. рис. 205). Какое из приведённых утверждений неверно?

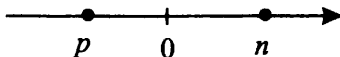


Рис. 205.

- 1) $n + p > 0$ 2) $pn > 0$ 3) $p^2n > 0$ 4) $p - n < 0$

Ответ: ☐

3. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{27}$; $2\sqrt{3}$; 4,8.

- 1) $2\sqrt{3}$; $\sqrt{27}$; 4,8 2) 4,8; $2\sqrt{3}$; $\sqrt{27}$ 3) $\sqrt{27}$; 4,8; $2\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{27}$; $2\sqrt{3}$; 4,8

Ответ: ☐

4. Решите уравнение $(2 - x)^2 + (9 - x)^2 = 2x^2 - 3$.

Ответ: _____

5. На рисунке 206 изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения справедливы.

УТВЕРЖДЕНИЯ

А) Функция возрастает на промежутке.

Б) Функция убывает на промежутке.

ПРОМЕЖУТКИ

- 1) $[-1; 1,5]$ 2) $[-2; 4]$ 3) $[1; 3]$ 4) $[3; 4]$

Ответ:

А	Б

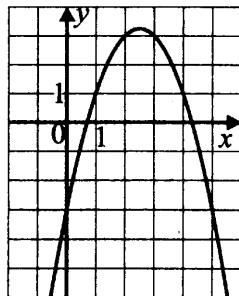


Рис. 206.

6. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_4 = 16$, $b_7 = 1024$. Найдите знаменатель прогрессии.

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(7y - 7)(7y + 7) - 7y(7y + 7)$ при $y = -1,2$.

Ответ: _____

8. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке 207?

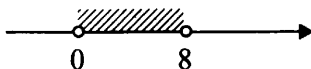


Рис. 207.

- 1) $x^2 - 8x > 0$ 2) $x^2 - 64 > 0$ 3) $x^2 - 8x < 0$ 4) $x^2 - 64 < 0$

Ответ:

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 136° . Найдите угол C (см. рис. 208). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

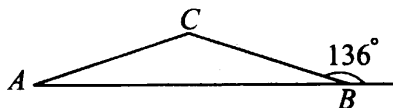


Рис. 208.

10. Радиус окружности с центром в точке O равен 50, длина хорды AB равна 96. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рис. 209).

Ответ: _____

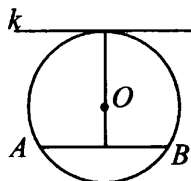


Рис. 209.

11. Площадь ромба равна 24, а периметр равен 32. Найдите высоту ромба.

Ответ: _____

12. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC (см. рис. 210). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

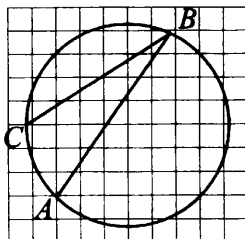


Рис. 210.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.
- 3) Угол, вписанный в окружность, равен центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице представлены налоговые ставки на автомобили в Москве с 1 января 2015 года.

Мощность автомобиля (в л.с.)	Налоговая ставка (в руб. за 1 л.с. в год)
до 100	12
свыше 100 до 125	25
свыше 125 до 150	35
свыше 150 до 175	45
свыше 175 до 200	50
свыше 200 до 225	65
свыше 225 до 250	75
свыше 250	150

Сколько рублей должен заплатить владелец автомобиля мощностью 320 л.с. в качестве налога за 1 год?

- 1) 24 000 рублей 2) 75 рублей 3) 150 рублей 4) 48 000 рублей

Ответ:

15. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке 211 показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 10 до 4 ампер. На сколько омов при этом увеличилось сопротивление цепи?

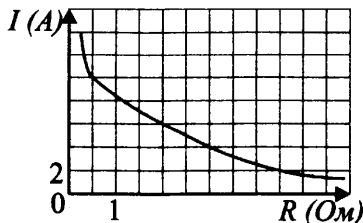


Рис. 211.

Ответ: _____

16. В начале года мандарины в магазине стоили 45 рублей за килограмм, а в конце года стали стоить 63 рубля за килограмм. На сколько процентов подорожали мандарины за год?

Ответ: _____

17. Лестница соединяет точки A и B . Высота каждой ступени равна 15 см, а длина — 20 см. Расстояние между точками A и B составляет 3,5 м. Найдите высоту, на которую поднимается лестница (в метрах).

Ответ: _____

18. На диаграмме показано содержание питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 212). (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.) Сколько примерно белков содержится в 1 кг продукта?

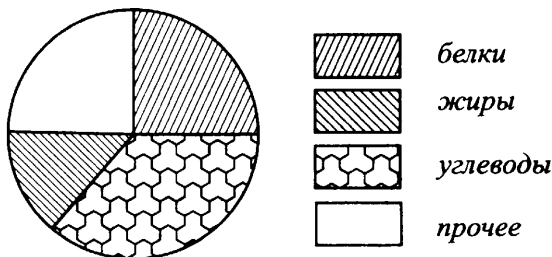


Рис. 212.

1) около 200 г 2) около 300 г 3) около 250 г 4) около 400 г

Ответ:

19. Известно, что в некотором городе вероятность того, что родившийся младенец окажется девочкой, равна 0,511. В 2001 г. в этом городе из 1000 родившихся младенцев оказалось 498 мальчиков. На сколько относительная частота рождения мальчика в 2001 г. в этом городе отличается от вероятности этого события?

Ответ: _____

20. Закон Кулона можно записать в виде $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$, где F — сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1, q_2 — величины зарядов (в кулонах), k — коэффициент пропорциональности в Н·м²/Кл², а r — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл², $q_2 = 0,002$ Кл, $r = 2500$ м, а $F = 0,018$ Н.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $\frac{49x - 36y}{7\sqrt{x} + 6\sqrt{y}} - \sqrt{y}$, если $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5$.
22. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправляются два тракториста. Проехав некоторую часть пути, первый тракторист сделал остановку на 45 минут, а потом продолжил движение до встречи со вторым трактористом. Расстояние между городами составляет 120 км, скорость первого тракториста равна 32 км/ч, скорость второго — 40 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй тракторист, до места встречи.
23. Постройте график функции $y = x|x| - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся, как 10 : 18 : 32. Найдите диаметр окружности, если меньшая из сторон треугольника равна 13.
25. Окружности с центрами в точках P и O пересекаются в точках A и B , причём точки P и O лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что $AB \perp PO$.
26. Через точку K пересечения диагоналей трапеции проведена прямая, параллельная основаниям трапеции, которая делит трапецию на два четырёхугольника. Найдите отношение площади четырёхугольника, прилежащего к меньшему основанию трапеции, к площади четырёхугольника, прилежащего к большему основанию, если точка K делит одну из диагоналей в отношении 2 : 5, считая от меньшего основания.

Вариант № 33

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(1,1 \cdot 10^{-1}) \cdot (3 \cdot 10^{-2})$.

Ответ: _____

2. О числах a , b , c и d известно, что $d > b$, $d = c$, $a < b$. Сравните числа a и d .

- 1) $a = d$ 2) $a < d$ 3) $a > d$ 4) сравнить невозможно

Ответ:

3. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{54}$; $3\sqrt{5}$; $6,1$.

- 1) $6,1$; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{54}$ 2) $\sqrt{54}$; $3\sqrt{5}$; $6,1$ 3) $3\sqrt{5}$; $6,1$; $\sqrt{54}$ 4) $3\sqrt{5}$; $\sqrt{54}$; $6,1$

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{3-x}{3} - \frac{x}{6} = 4$.

Ответ: _____

5. На рисунке 213 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

А) $k < 0$, $b < 0$

Б) $k > 0$, $b > 0$

В) $k < 0$, $b > 0$

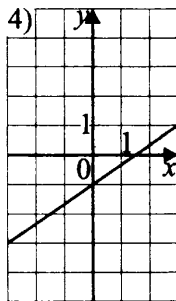
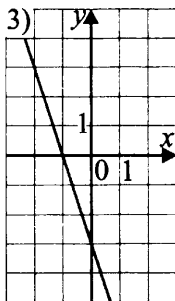
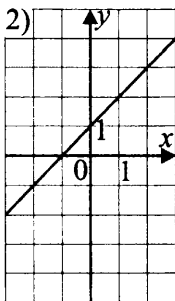
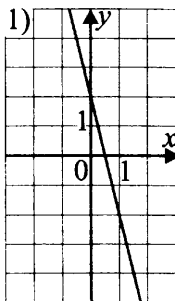


Рис. 213.

Ответ:

А	Б	В

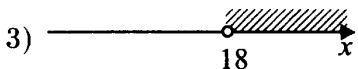
6. Дана арифметическая прогрессия 15 ; 12 ; 9 ; ... Какое число стоит в этой последовательности на 121-м месте?

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(a - 4) : \frac{a^2 - 8a + 16}{a + 4}$ при $a = -12$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $18x - x^2 < 0$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 30$, $\operatorname{tg} A = 0,6$ (см. рис. 214). Найдите BC .

Ответ: _____

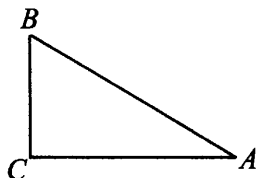


Рис. 214.

10. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Найдите градусную меру угла C треугольника ABC , если угол AOB равен 26° (см. рис. 215).

Ответ: _____

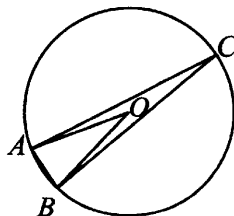


Рис. 215.

11. В равнобедренной трапеции основания равны 1 и 7, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° (см. рис. 216). Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

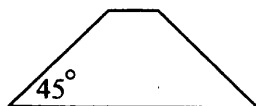


Рис. 216.

12. В треугольнике ABC DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 59. Найдите площадь треугольника ABC (см. рис. 217).

Ответ: _____

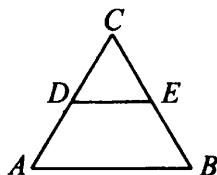


Рис. 217.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Центры вписанной и описанной окружностей равно-стороннего треугольника совпадают.
- 2) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
- 3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены средние расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Сатурн	Нептун	Венера	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,427 \cdot 10^9$	$4,497 \cdot 10^9$	$1,082 \cdot 10^8$	$7,781 \cdot 10^8$

1) Сатурн

2) Нептун

3) Венера

4) Юпитер

Ответ: _____

15. На графике (см. рис. 218) изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс отмечается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в $\text{Н} \cdot \text{м}$. Чему равен крутящий момент (в $\text{Н} \cdot \text{м}$), если двигатель делает 2000 оборотов в минуту?

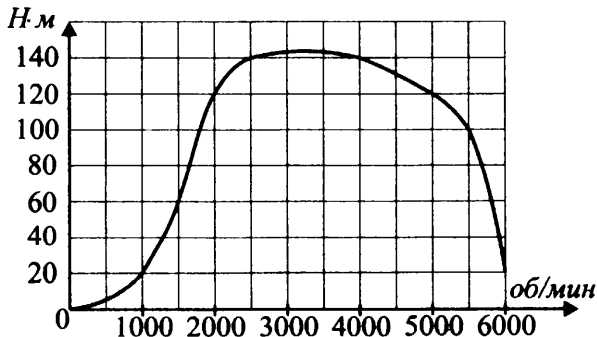


Рис. 218.

Ответ: _____

16. В период с марта по сентябрь сахар дорожал дважды — в первый раз на 5%, во второй — на 10%. Сколько стал стоить мешок сахара, если в марте до подорожания он стоил 1600 рублей? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____

17. От столба высотой 10 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 4 м от земли (см. рис. 219). Расстояние от дома до столба 8 м. Вычислите длину провода. Ответ дайте в метрах.

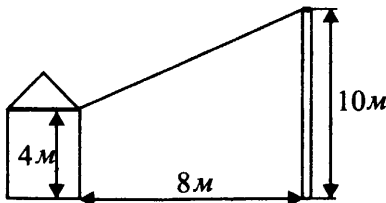


Рис. 219.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города N (см. рис. 220). Определите по диаграмме, в каких пределах находится доля протестантов.

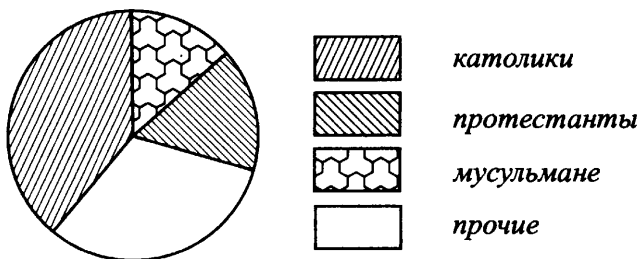


Рис. 220.

- 1) 0 – 5 % 2) 6 – 23 % 3) 24 – 40 % 4) 41 – 70 %

Ответ:

19. Игральную кость бросают 3 раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпало число очков, большее 3.

Ответ: _____

20. Закон Джоуля-Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 2304$ Дж, $I = 8$ А, $R = 4$ Ом.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17, \\ 4x^2 + 2y^2 = 17x. \end{cases}$$

22. Расстояние между пристанями A и B равно 72 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через четыре часа вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 38 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

23. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| 2x - \frac{8}{x} \right| + 2x + \frac{8}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 58° , 59° и 63° .

25. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что около этого четырёхугольника можно описать окружность.

26. Тангенс острого угла A прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C равен $\frac{5}{12}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ACT , если CT — высота треугольника ABC и радиус окружности, вписанной в треугольник BCT , равен 10.

Вариант № 34

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(1,3 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-2})$.

Ответ: _____

2. О числах m , n , p и k известно, что $m < k$, $p = n$, $p > k$. Сравните числа p и m .

1) $p = m$ 2) $p < m$ 3) $p > m$ 4) сравнить невозможно

Ответ:

3. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt{98}$; $4\sqrt{2}$; $5,2$.

1) $5,2; 4\sqrt{2}; \sqrt{98}$

2) $\sqrt{98}; 5,2; 4\sqrt{2}$

3) $\sqrt{98}; 4\sqrt{2}; 5,2$

4) $4\sqrt{2}; \sqrt{98}; 5,2$

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{5+x}{4} - \frac{x}{5} = 2$.

Ответ: _____

5. На рисунке 221 изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками.

А) $k > 0$, $b < 0$

Б) $k < 0$, $b > 0$

В) $k > 0$, $b > 0$

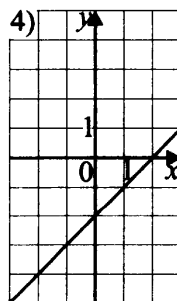
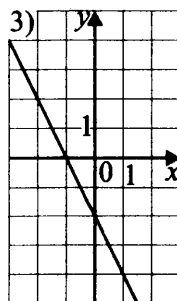
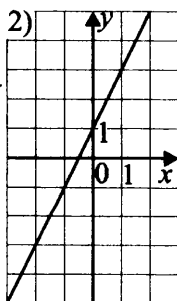
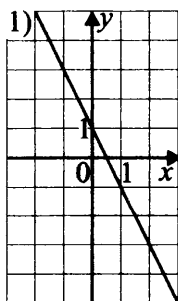


Рис. 221.

Ответ:

А	Б	В

6. Дана арифметическая прогрессия 28; 22; 16; ... Какое число стоит в этой последовательности на 151-м месте?

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $(x - 6) : \frac{x^2 - 12x + 36}{x + 6}$ при $x = -14$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $9x - x^2 > 0$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 15$, $\operatorname{tg} A = 0,2$ (см. рис. 222). Найдите BC .

Ответ: _____

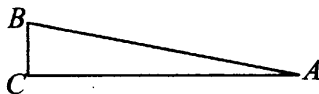


Рис. 222.

10. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Найдите градусную меру угла C треугольника ABC , если угол AOB равен 28° (см. рис. 223).

Ответ: _____

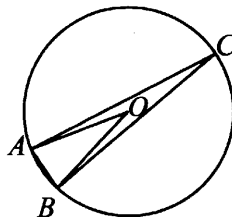


Рис. 223.

11. В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 9, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 135° (см. рис. 224). Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

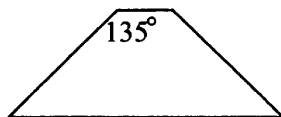


Рис. 224.

12. В треугольнике ABC DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 61. Найдите площадь треугольника ABC (см. рис. 225).

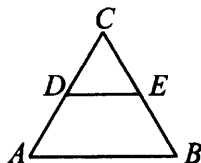


Рис. 225.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Тангенс любого острого угла больше единицы.
- 2) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
- 3) Синус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего этому углу катета к гипотенузе.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены средние расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Сатурн	Марс	Меркурий	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,427 \cdot 10^9$	$2,279 \cdot 10^8$	$5,791 \cdot 10^7$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Марс 2) Юпитер 3) Меркурий 4) Сатурн

Ответ: _____

15. На графике (см. рис. 226) изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс отчается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Чему равен крутящий момент (в Н · м), если двигатель делает 1500 оборотов в минуту?

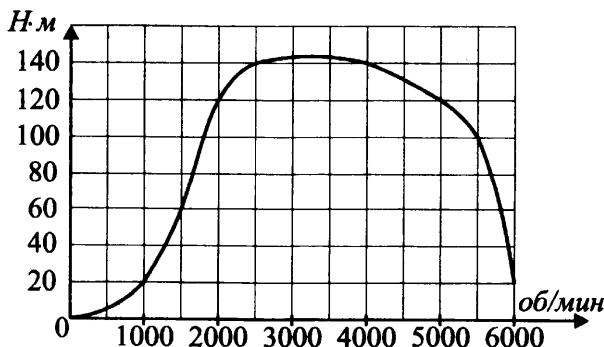


Рис. 226.

Ответ: _____

16. В период с октября по март соль дорожала дважды — в первый раз на 8%, во второй — на 5%. Сколько стал стоить мешок соли, если в октябре до подорожания он стоил 500 рублей? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____

17. От столба высотой 15 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 6 м от земли (см. рис. 227). Расстояние от дома до столба 12 м. Вычислите длину провода. Ответ дайте в метрах.

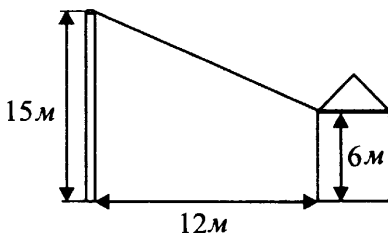


Рис. 227.

Ответ: _____

18. На диаграмме показан религиозный состав населения города N (см. рис. 228). Определите по диаграмме, в каких пределах находится доля мусульман.

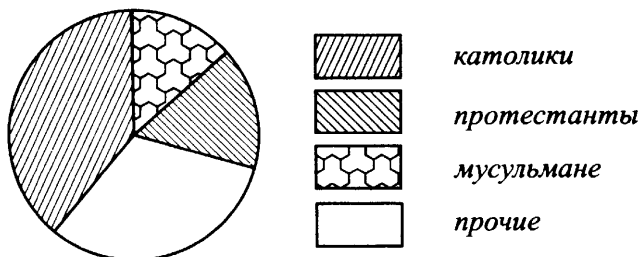


Рис. 228.

- 1) 0 – 10 % 2) 11 – 20 % 3) 21 – 40 % 4) 41 – 70 %

Ответ: ☐

19. Игральную кость бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что все четыре раза выпало число очков, меньшее 4.

Ответ: _____

20. Закон Джоуля-Ленца можно записать в виде $Q = I^2 R t$, где Q — количество теплоты (в джоулях), I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах), а t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите время t (в секундах), если $Q = 882$ Дж, $I = 7$ А, $R = 2$ Ом.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (5x + y)^2 = 6y, \\ (5x + y)^2 = 6x. \end{cases}$$

22. Расстояние между пристанями A и B равно 108 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через пять часов вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 60 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

23. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| 3x - \frac{3}{x} \right| - 3x - \frac{3}{x} \right)$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 55° , 57° и 68° .

25. В выпуклом четырёхугольнике $KBMN$ углы KBN и KMN равны. Докажите, что углы NKM и NBM также равны.

26. Тангенс острого угла B прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C равен $\frac{15}{8}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник BCT , если CT — высота треугольника ABC и радиус окружности, вписанной в треугольник ACT , равен 30.

Вариант № 35

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(7 \cdot 10^{-3}) \cdot (1,1 \cdot 10^{-2})$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (см. рис. 229), соответствует числу $\sqrt{11}$. Какая это точка?

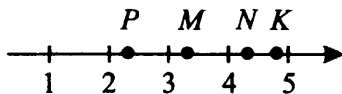


Рис. 229.

1) M

2) N

3) P

4) K

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{294} \cdot \sqrt{200}}{\sqrt{243}}$.

1) $9\sqrt{3}$

2) $7\sqrt{3}$

3) $15\frac{5}{9}$

4) 15

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{3}{x-3} - \frac{6}{2-x} = 6$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 230).

A) $y = x^2 + 4x + 2$

Б) $y = x^2 - 4x + 2$

В) $y = -x^2 - 4x + 2$

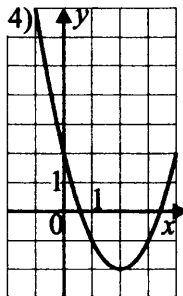
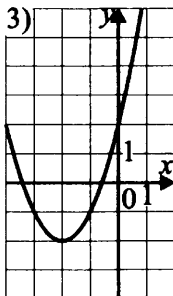
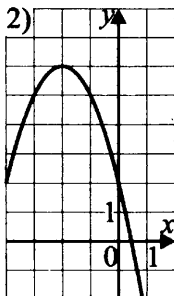
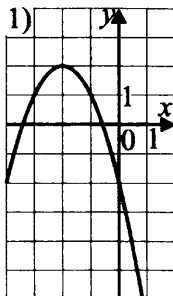


Рис. 230.

Ответ:

А	Б	В

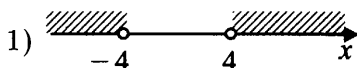
6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна $-3,5$, $a_1 = -4,8$. Найдите a_{13} .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $4xy + 2(x - y)^2$ при $x = \sqrt{7}$, $y = \sqrt{5}$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $x^2 > 16$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 35, а основание равно 42 (см. рис. 231). Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____

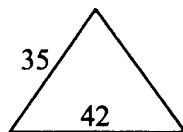


Рис. 231.

10. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 81 (см. рис. 232).

Ответ: _____

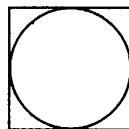


Рис. 232.

11. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 30° (см. рис. 233). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

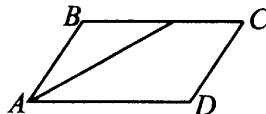


Рис. 233.

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 234). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____

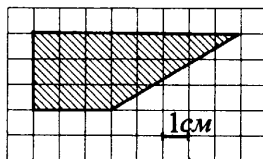


Рис. 234.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.
- 2) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
- 3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Сатурн	Нептун	Марс	Юпитер
Расстояние (в км)	$1,427 \cdot 10^9$	$4,497 \cdot 10^9$	$2,279 \cdot 10^8$	$7,781 \cdot 10^8$

- 1) Сатурн 2) Нептун 3) Марс 4) Юпитер

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 235 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) будет давать батарейка через 2 часа работы фонарика.

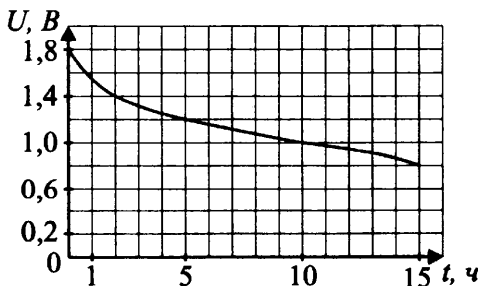


Рис. 235.

Ответ: _____

16. Аптека делает скидки для пенсионеров на определённое количество процентов от стоимости покупки. Упаковка таблеток стоит в аптеке 840 рублей, а пенсионер заплатил за неё 714 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионера?

Ответ: _____

17. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,2 м от земли (см. рис. 236). Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4 м. Найдите длину троса (в метрах).

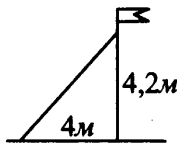


Рис. 236.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение количества собранного урожая зерновых по сельским хозяйствам района (см. рис. 237). Всего собрали 4500 тонн.

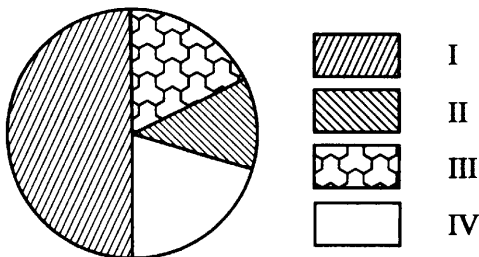


Рис. 237.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Количество урожая, собранного I хозяйством, больше, чем количество урожая, собранного IV хозяйством.
- 2) Больше трети от общего количества урожая — из III хозяйства.
- 3) Количество урожая, собранного II хозяйством, больше, чем собранного III хозяйством.
- 4) Количество урожая, собранного I хозяйством, больше 2000 тонн.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____

19. В каждой двадцатой бутылке газированного напитка, согласно условиям акции, есть приз. Призы распределены по бутылкам случайно. Дима покупает бутылку газированного напитка в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Дима не найдёт приз в своей бутылке.

Ответ: _____

20. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \mu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м^3), μ — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$. Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $\mu = 69,4$ моль, $P = 28\,835,7$ Па, $V = 8 \text{ м}^3$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите $f(5)$, если $f(x - 2) = 4^{9-x}$.

22. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в $4,8$ км от места отправления. Один идёт со скоростью $2,5$ км/ч, а другой — со скоростью $3,5$ км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии (в км) от точки отправления произойдёт их встреча?

23. Постройте график функции $y = |x^2 + 3x - 10|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и BC в точках P и K соответственно (P и K не совпадают с B). Найдите PK , если $BH = 17$.

25. Высоты PT и KS остроугольного треугольника PKM пересекаются в точке H . Докажите, что углы PTS и PKS равны.

26. Основания AD и BC трапеции $ABCD$ и боковая сторона AB равны соответственно 21 , 7 и 12 . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если сумма углов при основании трапеции равна 90° .

Вариант № 36

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Найдите значение выражения $(1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (4 \cdot 10^{-3})$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (см. рис. 238), соответствует числу $\sqrt{19}$. Какая это точка?

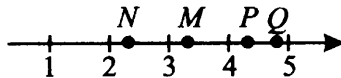


Рис. 238.

1) M

2) N

3) P

4) Q

Ответ:

3. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{87} \cdot \sqrt{48}}{\sqrt{116}}$.

1) $5\sqrt{3}$

2) 6

3) $6\frac{1}{3}$

4) 5

Ответ:

4. Решите уравнение $\frac{5}{3-x} + \frac{8}{x-6} = 3$.

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 239).

A) $y = -x^2 + 2x - 1$

Б) $y = x^2 - 2x - 1$

В) $y = -x^2 - 2x - 1$

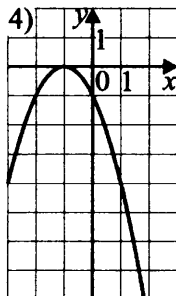
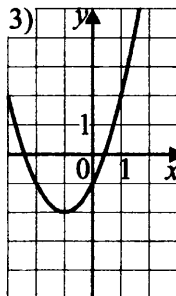
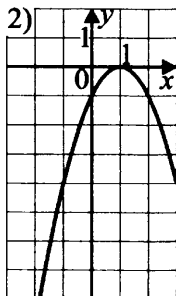
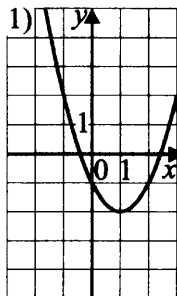


Рис. 239.

Ответ:

A	Б	В

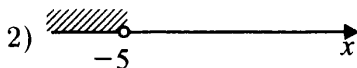
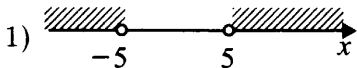
6. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , разность которой равна $-4,5$, $a_1 = 5,6$. Найдите a_9 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $8xy + 4(x - y)^2$ при $x = \sqrt{11}$, $y = \sqrt{5}$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $x^2 < 25$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 39, а основание равно 30 (см. рис. 240). Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____

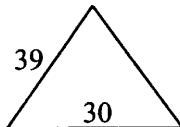


Рис. 240.

10. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 87 (см. рис. 241).

Ответ: _____

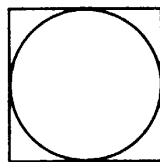


Рис. 241.

11. Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 24° (см. рис. 242). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

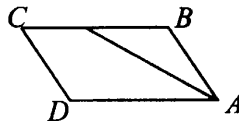


Рис. 242.

12. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис. 243). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____

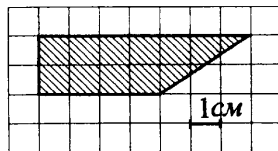


Рис. 243.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 2) Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- 3) Площадь квадрата равна произведению его диагоналей.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

Планета	Сатурн	Венера	Марс	Нептун
Расстояние (в км)	$1,427 \cdot 10^9$	$1,082 \cdot 10^8$	$2,279 \cdot 10^8$	$4,497 \cdot 10^9$

- 1) Сатурн 2) Марс 3) Венера 4) Нептун

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 244 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) будет давать батарейка через 10 часов работы фонарика.

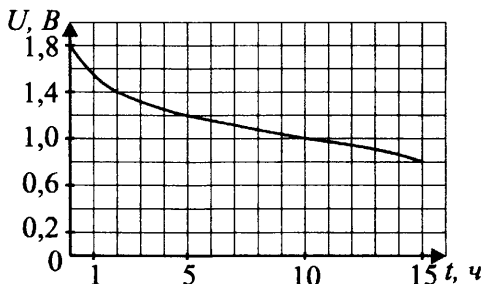


Рис. 244.

Ответ: _____

16. Магазин делает скидки для пенсионеров на определённое количество процентов от стоимости покупки. Пакет молока стоит в магазине 60 рублей, а пенсионер заплатил за него 54 рубля. Сколько процентов составляет скидка для пенсионера?

Ответ: _____

17. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 6,4 м от земли (см. рис. 245). Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4,8 м. Найдите длину троса (в метрах).

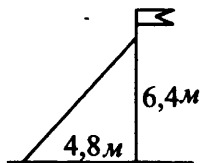


Рис. 245.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано распределение количества собранного урожая зерновых по сельским хозяйствам района (см. рис. 246). Всего было собрано 4500 тонн.

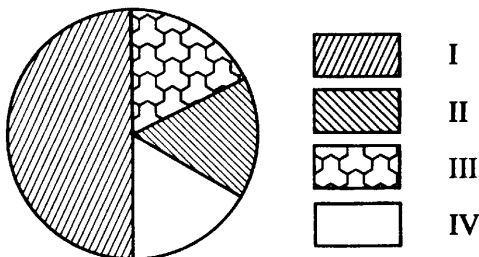


Рис. 246.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Количество урожая, собранного II хозяйством больше, чем количество урожая, собранного I хозяйством.
- 2) Одна четвёртая часть от общего количества урожая составляет урожай, собранный II хозяйством.
- 3) Количество урожая, собранного IV хозяйством, меньше, чем собранного I хозяйством.
- 4) Количество урожая, собранного II хозяйством, больше 1000 тонн.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____

19. В каждой двадцать пятой банке с леденцами, согласно условиям акции, есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Таня покупает банку с леденцами в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Таня не найдёт приз в своей банке.

Ответ: _____

20. Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде $PV = \mu RT$, где P — давление (в паскалях), V — объём (в м^3), μ — количество вещества (в молях), T — температура (в градусах Кельвина), а R — универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь этой формулой, найдите температуру T (в градусах Кельвина), если $\mu = 67,8$ моль, $P = 9014,688$ Па, $V = 5 \text{ м}^3$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите $f(7)$, если $f(2x - 3) = 21 - 5x$.

22. Пешеход и велосипедист отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 5,5 км от места отправления. Пешеход движется со скоростью 2,8 км/ч, а велосипедист — со скоростью 12,6 км/ч. Достигнув опушки, велосипедист с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии (в км) от точки отправления произойдёт их встреча?

23. Постройте график функции $y = |x^2 - 3x - 4|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и BC в точках P и K соответственно (P и K не совпадают с B). Найдите PK , если $BH = 15$.

25. Высоты RT и KC остроугольного треугольника RKN пересекаются в точке A . Докажите, что $RA \cdot AT = KA \cdot AC$.

26. Основания AD и BC трапеции $ABCD$ и боковая сторона AB равны соответственно 15, 5 и 6. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если сумма углов при основании трапеции равна 90° .

Вариант № 37

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Запишите десятичную дробь, равную сумме $5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (см. рис. 247), соответствует числу $\sqrt{33}$. Какая это точка?

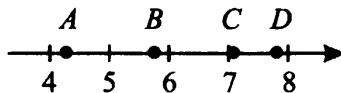


Рис. 247.

1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{1}{a^{-5}} \cdot \frac{1}{a^6}$ в виде степени с основанием a .

1) a^{-30}

2) a^{-1}

3) a

4) a^2

Ответ:

4. Квадратный трёхчлен разложен на множители:

$$2x^2 - 5x - 12 = 2(x - 4)(x - a). \text{ Найдите } a.$$

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 248).

A) $y = -\frac{10}{x}$

Б) $y = -\frac{1}{10x}$

В) $y = \frac{10}{x}$

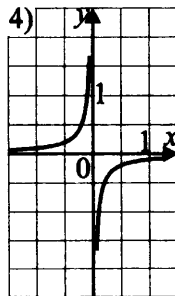
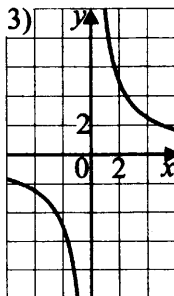
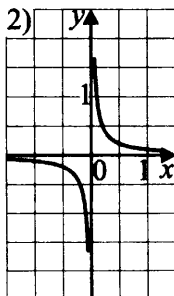
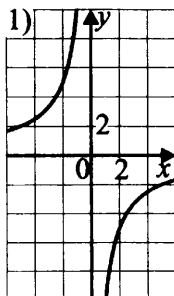


Рис. 248.

Ответ:

А	Б	В

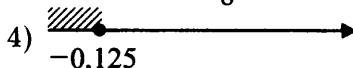
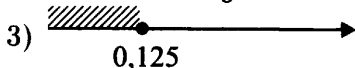
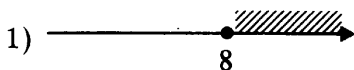
6. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 4, $b_1 = 11$. Найдите b_4 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{3y}{5x} - \frac{9y^2 + 25x^2}{15xy} + \frac{5x - 3y}{3y}$ при $x = 12$, $y = 23$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $7x + 12 \geq 9x - 4$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 9$, $\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$ (см. рис. 249). Найдите AB .

Ответ: _____

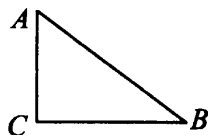


Рис. 249.

10. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC = 240$, $BC = 10$ (см. рис. 250). Построена окружность с центром A , проходящая через C . BD — касательная к этой окружности, D — точка касания. Найдите BD .

Ответ: _____

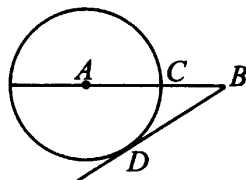


Рис. 250.

11. Основания трапеции равны 28 и 14, одна из боковых сторон равна 8, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{3}{4}$. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

12. Из прямоугольника вырезали квадрат (см. рис. 251). Найдите площадь получившейся фигуры.

Ответ: _____

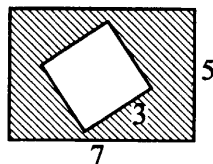


Рис. 251.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все квадраты имеют равные площади.
- 2) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированной с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории РФ с 1 сентября 2013 года.

Превышение скорости (в км/ч)	21 – 40	41 – 60	61 – 80	81 и более
Размер штрафа (руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 109 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 252 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) было в цепи при включении фонарика.

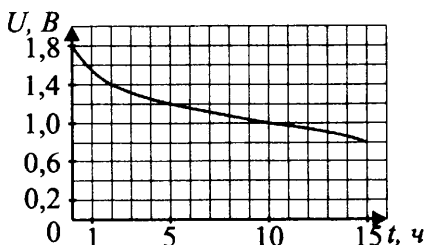


Рис. 252.

Ответ: _____

16. В таблице приведена стоимость работ по покраске стен.

Цвет стен	Цена в рублях за 1 м ² (в зависимости от площади помещения)			
	до 20 м ²	от 21 до 30 м ²	от 31 до 50 м ²	свыше 50 м ²
белый	100	90	80	50
цветной	130	110	90	60

Пользуясь данными, представленными в таблице, найдите, сколько рублей нужно будет заплатить за покраску помещения, если площадь стен 35 м², стены белые и действует сезонная скидка в 10%.

Ответ: _____

17. Пожарную лестницу длиной 12,5 м приставили к окну четвёртого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 3,5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены итоги контрольного диктанта по русскому языку в 9-х классах (см. рис. 253).

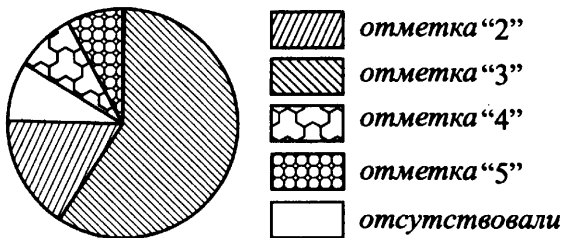


Рис. 253.

Какие из утверждений относительно контрольного диктанта верны, если всего в школе 100 девятиклассников?

- 1) Больше половины девятиклассников получили отметку «3».
- 2) Около четверти девятиклассников отсутствовали на контрольном диктante.
- 3) Отметку «4» и «5» получила примерно половина девятиклассников.
- 4) Отметку «3», «4» и «5» получили более 90 учащихся.

Ответ: _____

19. В таблице представлены результаты четырёх стрелков, показанные ими на тренировке.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	100	28
2	80	22
3	75	27
4	60	18

Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? Укажите в ответе его номер.

Ответ:

20. Площадь выпуклого четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 9$, $\sin \alpha = \frac{5}{9}$, а $S = 10$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $7a - 13b + 10$, если $\frac{3a - 2b + 4}{2a - 3b + 4} = 5$.

22. Первый велосипедист выехал из посёлка со скоростью 15 км/ч. Через 0,75 ч после него со скоростью 12 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через 1,25 ч — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 1,5 часа после этого догнал первого.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 8x + 16, & \text{при } x \geq -5 \\ -\frac{5}{x}, & \text{при } x < -5 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Модуль «Геометрия»

24. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 7$, $AC = 14$.

25. Окружность, проходящая через вершины K и P треугольника KPM , пересекает его стороны в точках T и S . Докажите, что треугольники KPM и STM подобны.

26. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма так, что стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площади ромба к площади параллелограмма, если известно, что диагонали параллелограмма относятся как $2 : 3$.

Вариант № 38

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Запишите десятичную дробь, равную сумме $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: _____

2. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой (см. рис. 254), соответствует числу $\sqrt{50}$. Какая это точка?

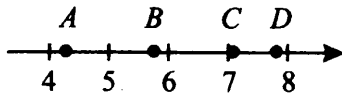


Рис. 254.

1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3. Представьте выражение $\frac{1}{a^7} \cdot \frac{1}{a^{-6}}$ в виде степени с основанием a .

1) a^{-42} 2) a^{-3} 3) a 4) a^{-1}

Ответ:

4. Квадратный трёхчлен разложен на множители:

$$x^2 + 11x - 42 = (x - 3)(x - a).$$

Найдите a .

Ответ: _____

5. Установите соответствие между функциями и их графиками (см. рис. 255).

А) $y = \frac{11}{x}$

Б) $y = -\frac{11}{x}$

В) $y = \frac{1}{11x}$

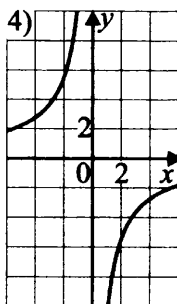
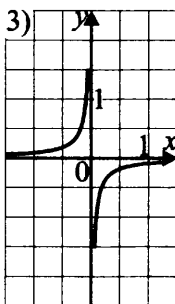
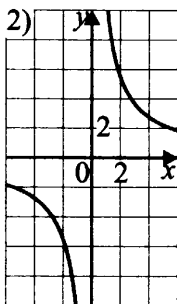
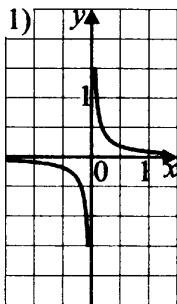


Рис. 255.

Ответ:

А	Б	В

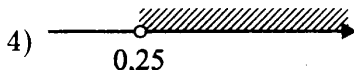
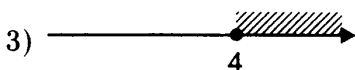
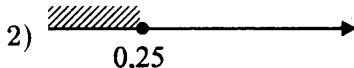
6. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 5, $b_1 = 14$. Найдите b_4 .

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{3b}{4a} - \frac{9b^2 + 36a^2}{12ab} + \frac{6a - 3b}{2b}$ при $a = 15$, $b = 21$.

Ответ: _____

8. На каком из рисунков изображено решение неравенства $12x + 9 \leq 15x - 3$?



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{24}{7}$ (см. рис. 256). Найдите AB .

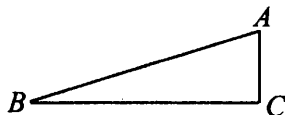


Рис. 256.

Ответ: _____

10. На отрезке AB выбрана точка так, что $AC = 80$, $BC = 20$ (см. рис. 257). Построена окружность с центром A , проходящая через C . BD — касательная к этой окружности, D — точка касания. Найдите BD .

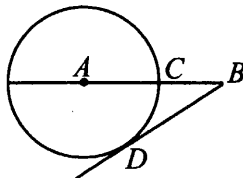


Рис. 257.

Ответ: _____

11. Основания трапеции равны 34 и 22, одна из боковых сторон равна 12, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2}{3}$ (см. рис. 258). Найдите площадь трапеции.

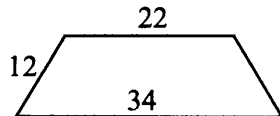


Рис. 258.

Ответ: _____

12. Из прямоугольника вырезали квадрат (см. рис. 259). Найдите площадь получившейся фигуры.

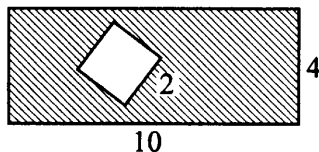


Рис. 259.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.
- 2) Площадь прямоугольника равна произведению длин всех его сторон.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированной с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории РФ с 1 сентября 2013 года.

Превышение скорости (в км/ч)	21 – 40	41 – 60	61 – 80	81 и более
Размер штрафа (руб.)	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 75 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 260 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) было в цепи при включении фонарика.

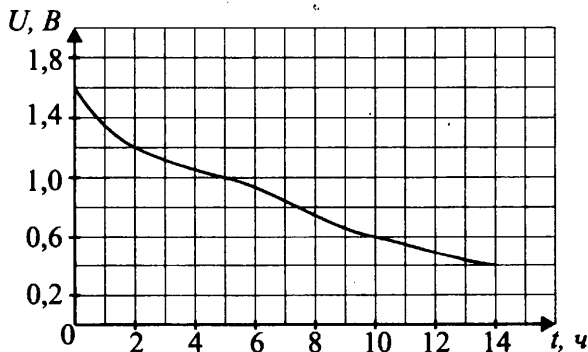


Рис. 260.

Ответ: _____

16. В таблице приведена стоимость работ по покраске стен.

Цвет стен	Цена в рублях за 1 м ² (в зависимости от площади помещения)			
	до 20 м ²	от 21 до 30 м ²	от 31 до 50 м ²	свыше 50 м ²
белый	100	90	80	50
цветной	130	110	90	60

Пользуясь данными, представленными в таблице, найдите, сколько рублей нужно будет заплатить за покраску помещения, если площадь стен 80 м², стены цветные и действует сезонная скидка в 15%.

Ответ: _____

17. Пожарную лестницу длиной 10,2 м приставили к окну третьего этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 4,8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

18. На диаграмме представлены итоги контрольного диктанта по русскому языку в 9-х классах (см. рис. 261).

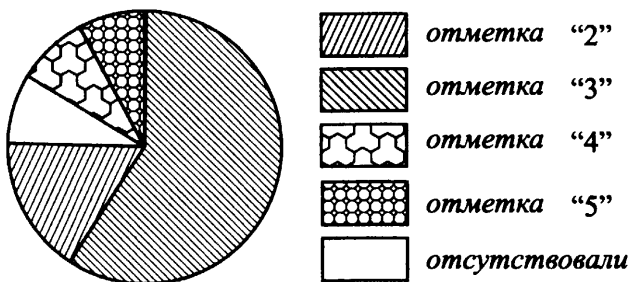


Рис. 261.

Какие из утверждений относительно контрольного диктанта верны, если всего в школе 100 девятиклассников?

- 1) Больше четверти девятиклассников отсутствовали на контрольном диктante.
- 2) Отметку «3» получили ровно 50 девятиклассников.
- 3) Отметку «2» и «3» получили большинство девятиклассников.
- 4) Отметку «4» и «5» получили более 30 учащихся.

Ответ: _____

19. В таблице представлены результаты четырёх стрелков, показанные ими на тренировке.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	90	36
2	80	28
3	72	27
4	50	18

Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? Укажите в ответе его номер.

Ответ: _____

20. Площадь выпуклого четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 8$, $\sin \alpha = \frac{3}{8}$, а $S = 6$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $77a - 27b + 70$, если $\frac{4a - 9b + 8}{9a - 4b + 8} = 9$.

22. Первый велосипедист выехал из посёлка со скоростью 16 км/ч. Через 2 ч после него со скоростью 20 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через 1 ч — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 1 час после этого догнал первого. Известно, что скорость третьего велосипедиста меньше 35 км/ч.

23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 9, & \text{при } x < 5 \\ \frac{20}{x}, & \text{при } x \geq 5 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком единственную общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24.** Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите диаметр окружности, если $AB = 11$, $AC = 55$.
- 25.** В остроугольном треугольнике RKP провели высоты RT и KC . Докажите, что треугольники KPR и CTP подобны.
- 26.** Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма так, что стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площади ромба к площади параллелограмма, если известно, что диагонали параллелограмма относятся как $2 : 5$.

Вариант № 39

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Запишите десятичную дробь, равную сумме $4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: _____

2. О числах m и n известно, что $m < n$. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях m и n ?

- 1) $m - n > 2$ 2) $n - m < -2$ 3) $n - m > 0$ 4) $m - n > -5$

Ответ:

3. Значение какого из выражений является наибольшим?

- 1) $\sqrt{7,6}$ 2) $3\sqrt{1,4}$ 3) $\frac{\sqrt{362}}{5}$ 4) $\sqrt{\frac{12}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$

Ответ:

4. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни $-8; 3$. Найдите q .

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 262) и формулами, которые их задают.

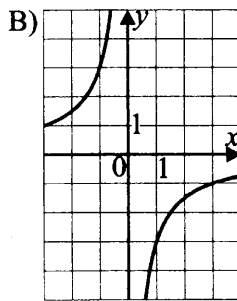
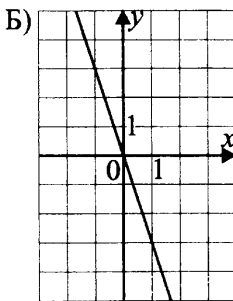
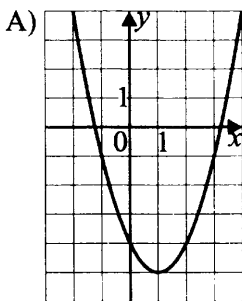


Рис. 262.

- 1) $y = -\frac{5}{x}$ 2) $y = -\frac{3}{x}$ 3) $y = -3x$ 4) $y = x^2 - 2x - 4$

Ответ:

А	Б	В

6. Последовательность задана формулой $a_n = \frac{50}{n+2}$. Сколько членов этой последовательности больше 4?

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{a^2}{a^2 - 12ab} : \frac{a}{a^2 - 144b^2}$ при $a = 5 + 48\sqrt{2}$, $b = 3 - 4\sqrt{2}$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} -42 + 6x > 0, \\ 6 - 3x > -21? \end{cases}$



3) система не имеет решений



Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $26\sqrt{3}$, а сторона AB равна 52 (см. рис. 263). Найдите $\cos \angle B$.

Ответ: _____

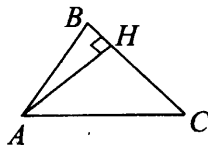


Рис. 263.

10. AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 82° . Найдите угол AOD (см. рис. 264). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

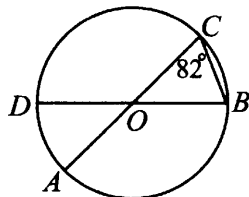


Рис. 264.

11. $ABCDEFGHPT$ — правильный десятиугольник. Найдите угол ADC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 265.

Ответ: _____

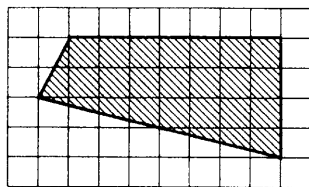


Рис. 265.

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Любые два равносторонних треугольника подобны.
- 3) Все прямоугольные треугольники подобны.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Для квартиры площадью 54 кв.м заказан натяжной потолок белого цвета. Стоимость работ по установке натяжных потолков приведена в таблице.

Цвет потолка	Цена (в руб.) за 1 кв. м (в зависимости от площади помещения)			
	до 15 кв.м	от 16 до 31 кв.м	от 32 до 64 кв.м	свыше 65 кв.м
белый	1350	1200	950	800
розовый	1100	1050	1000	850

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 10%?

- 1) 58 320 рублей 2) 65 610 рублей 3) 46 170 рублей 4) 38 880 рублей

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 266 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) будет давать батарейка через 5 часов работы фонарика.

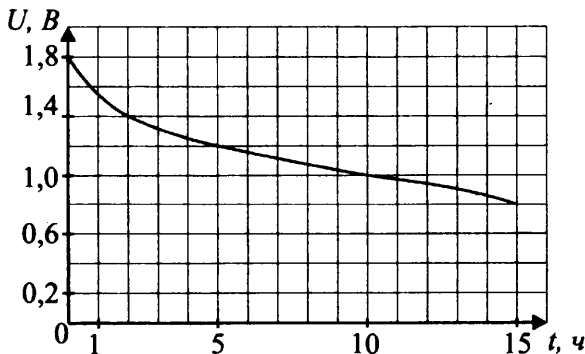


Рис. 266.

Ответ: _____

16. Рис стоит 36 рублей за килограмм, а гречка — 48 рублей за килограмм. На сколько процентов рис дешевле гречки?

Ответ: _____

17. Короткое плечо колодезного журавля имеет длину 1,5 м, а длинное плечо — 7,5 м (см. рис. 267). На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?

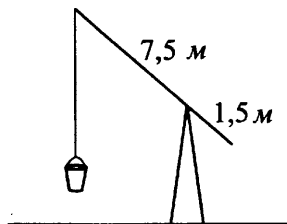


Рис. 267.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано содержание питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 268). (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.) Сколько примерно углеводов содержится в 1800 г продукта?

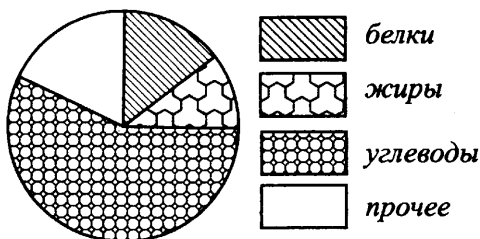


Рис. 268.

- 1) около 300 г 2) около 1050 г 3) около 150 г 4) около 450 г

Ответ:

19. На книжной полке 40 учебников: 6 — по математике, 7 — по химии, 12 — по физике, остальные по литературе. Коля случайным образом берёт учебник с полки. Найдите вероятность того, что это будет учебник по литературе.

Ответ: _____

20. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{ab \sin \alpha}{2}$, где a и b — длины сторон треугольника, а α — угол между этими сторонами. Пользуясь этой формулой, найдите длину стороны b , если $a = 6$, $\sin \alpha = \frac{5}{6}$, $S = 3$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $\frac{p(a)}{p(8-a)}$, если $p(c) = \frac{c(8-c)}{c-4}$.
22. Имеются два сосуда, содержащие 40 и 35 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 34% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 33% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
23. Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| + 1$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 8$, а сторона AC в 2 раза больше стороны BC .
25. Окружности с центрами в точках A и B не имеют общих точек. Общая касательная к этим окружностям пересекает отрезок AB в точке C . Длины отрезков AC и BC относятся как 3 : 5. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся также как 3 : 5.
26. Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 7$ и $CD = 8$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Вариант № 40

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1. Запишите десятичную дробь, равную сумме $9 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$.

Ответ: _____

2. О числах p и q известно, что $p > q$. Какое из приведённых ниже неравенств является верным при любых значениях p и q ?

- 1) $p - q > 5$ 2) $q - p < -2$ 3) $q - p > 0$ 4) $p - q > -13$

Ответ: ☐

3. Значение какого из выражений является наибольшим?

- 1) $\sqrt{4,8}$ 2) $4\sqrt{9,4}$ 3) $\frac{\sqrt{172}}{4}$ 4) $\sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{250}}$

Ответ: ☐

4. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни -3 ; 7 . Найдите p .

Ответ: _____

5. Установите соответствие между графиками функций (см. рис. 269) и формулами, которые их задают.

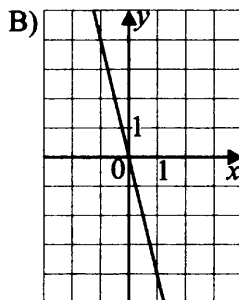
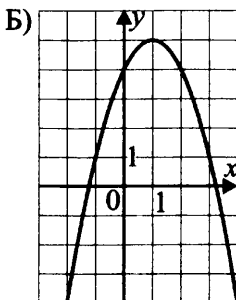
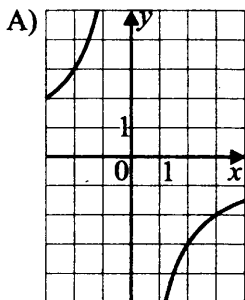


Рис. 269.

- 1) $y = -x^2 + 2x + 4$ 2) $y = -\frac{4}{x}$ 3) $y = -4x$ 4) $y = -\frac{6}{x}$

Ответ:

А	Б	В
☐	☐	☐

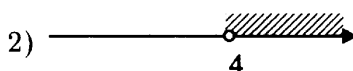
6. Последовательность задана формулой $a_n = \frac{48}{n+3}$. Сколько членов этой последовательности больше 3?

Ответ: _____

7. Найдите значение выражения $\frac{b^2}{b^2 - 6ab} : \frac{b}{b^2 - 36a^2}$ при $a = 11 - 2\sqrt{3}$, $b = 7 + 12\sqrt{3}$.

Ответ: _____

8. На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} 5x - 15 > 0, \\ -7x + 4 > -24? \end{cases}$



4) система не имеет решений

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

9. В остроугольном треугольнике ABC высота AH равна $26\sqrt{6}$, а сторона AB равна 65 (см. рис. 270). Найдите $\cos \angle B$.

Ответ: _____

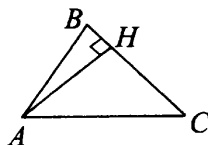


Рис. 270.

10. AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол ACB равен 77° . Найдите угол AOD (см. рис. 271). Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

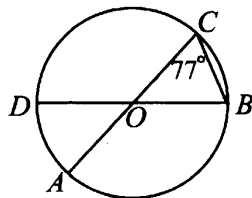


Рис. 271.

11. $ABCDEFGH$ — правильный восьмиугольник. Найдите угол CBE . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

12. Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 272.

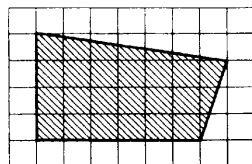


Рис. 272.

Ответ: _____

13. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Любые две хорды окружности пересекаются.
- 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности меньше радиуса другой окружности.
- 3) Точка пересечения двух равных окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

Ответ: _____

Модуль «Реальная математика»

14. Для квартиры площадью 70 кв. м заказан натяжной потолок розового цвета. Стоимость работ по установке натяжных потолков приведена в таблице.

Цвет потолка	Цена (в руб.) за 1 кв. м (в зависимости от площади помещения)			
	до 15 кв.м	от 16 до 31 кв.м	от 32 до 64 кв.м	свыше 65 кв.м
белый	1350	1200	950	800
розовый	1100	1050	1000	850

Какова стоимость заказа, если действует сезонная скидка в 12%?

- 1) 61 600 рублей 2) 64 680 рублей 3) 67 760 рублей 4) 52 360 рублей

Ответ:

15. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке 273 показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) будет давать батарейка через 15 часов работы фонарика?

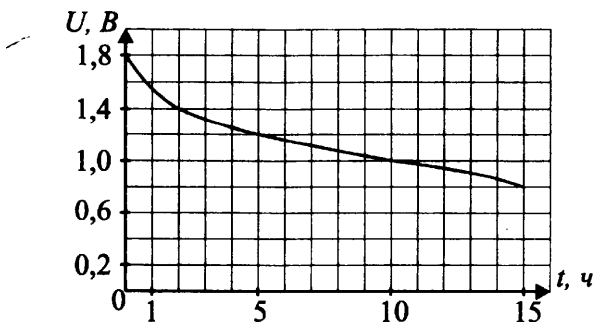


Рис. 273.

Ответ: _____

16. Акварельные краски стоят 180 рублей за коробку, а гуашь 72 рубля за коробку. На сколько процентов акварельные краски дороже гуаши?

Ответ: _____

17. Короткое плечо колодезного журавля имеет длину 1,2 м, а длинное плечо — 7,8 м (см. рис. 274). На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?

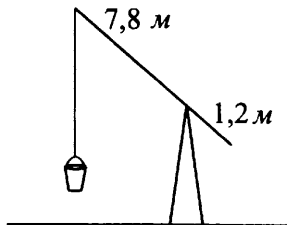


Рис. 274.

Ответ: _____

18. На диаграмме показано содержание питательных веществ в некотором продукте (см. рис. 275). (К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.) Сколько примерно белков содержится в 1500 г продукта?

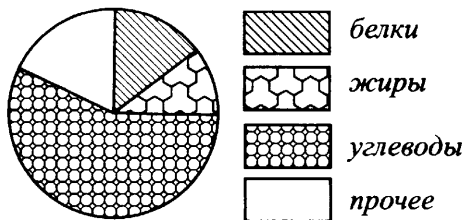


Рис. 275.

1) около 400 г 2) около 125 г 3) около 75 г 4) около 200 г

Ответ:

19. В холодильнике 50 брикетов с мороженым: 16 — с клюквой, 15 — с брусничкой, 17 — с черникой, остальные с шоколадной крошкой. Серёжа случайным образом берёт брикет из холодильника. Найдите вероятность того, что это будет мороженое с шоколадной крошкой.

Ответ: _____

20. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{ab \sin \alpha}{2}$, где a и b — длины сторон треугольника, а α — угол между этими сторо-

нами. Пользуясь этой формулой, найдите длину стороны b , если $a = 11$, $\sin \alpha = \frac{6}{11}$, $S = 9$.

Ответ: _____

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения.

Модуль «Алгебра»

21. Найдите значение выражения $\frac{m(a)}{m\left(\frac{1}{a}\right)}$, если

$$m(b) = \left(b + \frac{2}{b}\right)\left(2b + \frac{1}{b}\right).$$

22. Имеются два сосуда, содержащие 80 и 70 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 76% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 75% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

23. Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 2x + 8$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

Модуль «Геометрия»

24. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 9$, а сторона AC в 3 раза больше стороны BC .

25. Окружности с центрами в точках A и B не имеют общих точек. Общая касательная к этим окружностям пересекает луч BA в точке C за пределами отрезка AB . Длины отрезков AC и AB относятся как 6 : 5. Докажите, что радиусы этих окружностей относятся как 6 : 11.

26. Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $CD = 5$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Решения избранных вариантов тестов

Решение варианта 1

21. 1) Представим число 50 в виде произведения степеней 2 и 5,
 $50 = 25 \cdot 2 = 5^2 \cdot 2$.

2) Заменим в числителе число 50 его представлением и воспользуемся свойствами степеней.

$$\begin{aligned}\frac{50^{n+3}}{5^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} &= \frac{(5^2 \cdot 2)^{n+3}}{5^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(5^2)^{n+3} \cdot 2^{n+3}}{5^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{5^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{5^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \\&= 5^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 5^{2n+6-2n-5} \cdot 2^{n+3-n+2} = \\&= 5 \cdot 2^5 = 5 \cdot 32 = 160.\end{aligned}$$

Ответ: 160.

22. 1) Обозначим объём каждого из смешиваемых растворов некоторой буквой (например, V).

2) Находим количество вещества в каждом растворе. Если концентрация раствора $p\%$, то искомое количество растворяемого вещества равно

$$\frac{p}{100} \cdot V.$$

3) Зная общий объём смеси ($2V$), находим концентрацию раствора.

Пусть 13%-го раствора взяли V литров, тогда из условия следует, что 43%-го раствора взяли также V литров. В первом растворе объём растворяемого вещества составляет $\frac{13}{100}V$, а во втором растворе — $\frac{43}{100}V$.

Суммарный объём этого вещества равен $\frac{13+43}{100}V = 0,56V$, а объём получившегося в результате смешивания раствора равен $V + V = 2V$.

Значит, искомая концентрация равна $\frac{0,56V}{2V} = 0,28 = 28\%$.

Ответ: 28.

23. В задаче требуется построить график функции и определить по графику, при каких значениях m прямая пересекает этот график в одной точке. Построим график, упростив уравнение, которое его задаёт. Для этого разложим на множители квадратный трёхчлен $x^2 + 9x + 14$. Решив уравнение $x^2 + 9x + 14 = 0$, найдём его корни $x_1 = -7$, $x_2 = -2$.

Исходная функция примет вид $y = \frac{(x+3)(x+2)(x+7)}{x+2} = (x+3)(x+7) = x^2 + 10x + 21$ при $x \neq -2$.

При $x = -2$ функция не определена.

Графиком этой функции является парабола $y = x^2 + 10x + 21$ с выколотой точкой $(-2; 5)$ и вершиной в точке $(-5; -4)$ (см. рис. 276). Горизонтальная прямая $y = m$ имеет с этим графиком ровно одну общую точку при $m = -4$, когда прямая касается вершины параболы, и при $m = 5$, когда прямая проходит через выколотую точку.

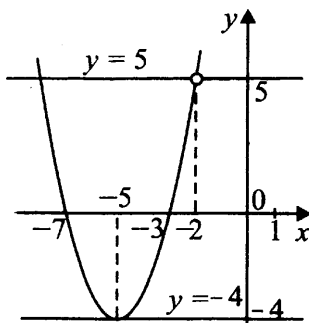


Рис. 276.

Ответ: -4 ; 5 .

24. По условию BM — медиана, значит, $AM = MC$, следовательно, $MC = 6$ (см. рис. 277). Рассмотрим прямоугольный треугольник CBM , в котором BM является гипотенузой. Тогда по теореме Пифагора $BM = \sqrt{CM^2 + CB^2}$. $BM = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

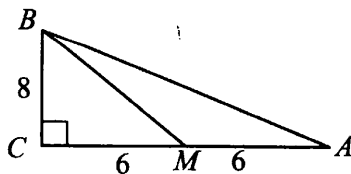


Рис. 277.

Ответ: 10 .

25. В рассматриваемых треугольниках есть равные углы ($\angle KNL = \angle NLM$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых LM и KN и секущей NL). Нам известны длины сторон, заключающих данные углы. Проверим, верна ли пропорция $NL : NK = LM : NL$.

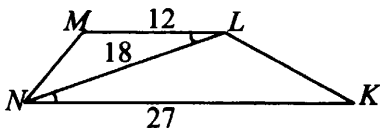


Рис. 278.

$NL : NK = 18 : 27 = \frac{2}{3}$, $LM : NL = 12 : 18 = \frac{2}{3}$ (см. рис. 278). Значит, треугольники NKL и $LNМ$ подобны, так как у них есть равные углы, и стороны, заключающие эти углы, пропорциональны. Что и требовалось доказать.

26. На рисунке 279 отмечены данные, содержащиеся в условии задачи. ($\angle BAC = \angle CAD$ и $AK = 9$, $KC = 3$). Отрезок BC , длину которого нужно найти, является стороной треугольников BKC и ABC с общим углом BCA . Заметим, что $\angle KBC$ и $\angle DAC$ опираются на дугу DC и, значит, равны.

Получаем, что $\angle KBC = \angle CAB$ и тогда $\triangle BKC \sim \triangle ABC$.

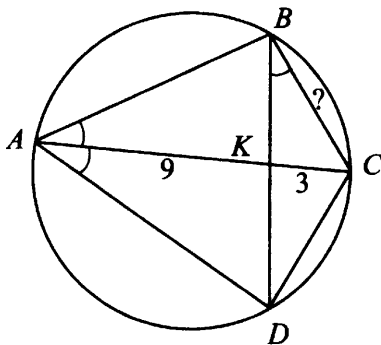


Рис. 279.

Из подобия следует, что $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{KC}$. Значит, $BC^2 = AC \cdot KC$,
 $BC = \sqrt{AC \cdot KC}$.

$$AC = AK + KC = 9 + 3 = 12, BC = \sqrt{12 \cdot 3} = 6.$$

Ответ: 6.

Решение варианта 5

21. Уравнение $\frac{4}{x^2} + \frac{3}{x} - 1 = 0$ определено при $x \neq 0$.

Решим уравнение.

1) Найдём общий знаменатель дробей в левой части уравнения: x^2 .

2) Приведём это уравнение к более простому виду, умножив на x^2 обе его части, при условии $x \neq 0$.

Получим:

$$4 + 3x - x^2 = 0.$$

3) Приведём полученное уравнение к более простому виду, умножив обе части уравнения на (-1) .

$$x^2 - 3x - 4 = 0.$$

4) Решим квадратное уравнение.

$$a = 1, b = -3, c = -4.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25, x = \frac{3 \pm 5}{2 \cdot 1}, x_1 = \frac{3 + 5}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{3 - 5}{2} = -1.$$

$x = -1$ и $x = 4$ удовлетворяют условию $x \neq 0$, следовательно, числа -1 и 4 — корни исходного уравнения.

Ответ: $-1; 4$.

22. Используем формулу $s = v \cdot t$, $v = \frac{s}{t}$. Найдём весь путь по формуле

$s = v \cdot t$ и разделим его значение на общее время. Итак, за первые 3 часа автомобиль проехал $3 \cdot 60 = 180$ (км). За следующий час — 80 км. За последние 4 часа было преодолено $4 \cdot 85 = 340$ (км). Всего автомобиль проехал $180 + 80 + 340 = 600$ (км). И был в пути $3 + 1 + 4 = 8$ (часов). Отсюда, средняя скорость равна $600 : 8 = 75$ (км/ч).

Ответ: 75 км/ч.

23. 1) Для построения графика функции $y = 3 - \frac{x+4}{x(x+4)}$ выполним преобразование.

$$y = 3 - \frac{x+4}{x^2+4x} = 3 - \frac{(x+4)}{x(x+4)} = 3 - \frac{1}{x}, \text{ при } x+4 \neq 0. \text{ Таким обра-}$$

зом, график исходной функции получается из графика функции $y = 3 - \frac{1}{x}$ выкалыванием точки с абсциссой $x = -4$.

При этом $y = 3 + \frac{1}{4} = 3,25$. График функции $y = 3 - \frac{1}{x}$ — это гипербола $y = -\frac{1}{x}$, смещённая на 3 единицы вверх вдоль оси Oy . Построим искомый график (см. рис. 280).

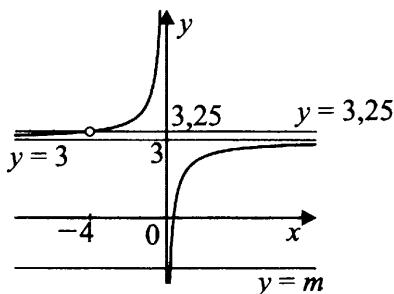


Рис. 280.

2) Видим, что горизонтальная прямая $y = m$ не имеет с графиком функции $y = 3 - \frac{1}{x}$ ни одной общей точки, когда эта прямая пересекает гиперболу в выколотой точке (при $m = 3,25$), либо когда эта прямая не пересекает гиперболу (при $m = 3$).

Ответ: 3; 3,25

24. Выполняем построение рисунка по факту условия: сначала проведём прямые a и b , параллельные между собой, и отмечаем на прямой a отрезок AB и на прямой b отрезок CD , соединим точки B и C , A и D ; отрезки AD и BC пересекаются в точке M . Получим треугольники AMB и CMD .

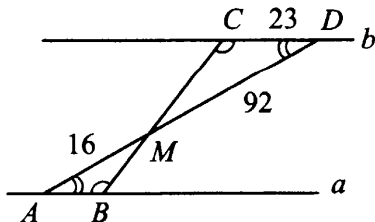


Рис. 281.

$\triangle AMB \sim \triangle CMD$ (по двум углам (см. рис. 281) $\angle BAM = \angle CDM$ как накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AD ; $\angle ABM = \angle MCD$ как накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей BC). Из подобия этих треугольников можно определить пропорциональность отрезков. Тогда $\frac{CD}{AB} = \frac{MD}{AM}$ или $\frac{23}{AB} = \frac{92}{16}$, откуда $AB = 4$.

Ответ: 4.

25. Задача на доказательство факта, что точка пересечения биссектрис углов K и N — точка A есть середина стороны LM , при условии, что точка A принадлежит LM . В параллелограмме $KLMN$ противоположные стороны равны и параллельны, поэтому $KL = MN$, $ML \parallel KN$.

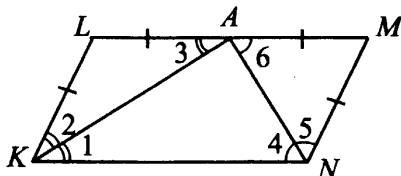


Рис. 282.

То есть надо доказать, что $LA = AM$. Эти отрезки LA и AM принадлежат треугольникам LAK и AMN . Отсюда, рассмотрим эти треугольники. В них $\angle 1 = \angle 2$, так как AK — биссектриса. $\angle 1 = \angle 3$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых LM и KN и секущей KA . Следовательно, $\triangle LKA$ — равнобедренный и $KL = LA$. Аналогично в треугольнике AMN $AM = MN$. Учитывая, что $MN = KL$, имеем $LA = AM$. Вывод: точка A — середина отрезка LM .

26. Окружность описана около выпуклого четырёхугольника $ABCD$ (см. рис. 283).

1) Его углы являются вписанными и измеряются половиной дуг, на которые опираются;

2) AD — диаметр окружности, равный двум радиусам. Значит, надо найти радиус этой окружности.

Найдём градусные меры дуг: $\sphericalangle BAD = 274^\circ$, так как $\angle BCD = 137^\circ$ — вписанный, опирающийся на дугу BAD ; $\sphericalangle ADC = 206^\circ$, так как $\angle ABC = 103^\circ$; $\sphericalangle CD = 26^\circ$, так как $\sphericalangle CD = \sphericalangle ADC - 180^\circ = 26^\circ$; $\angle AB = \sphericalangle BAD - 180^\circ = 274^\circ - 180^\circ = 94^\circ$; $\sphericalangle BC = 180^\circ - \sphericalangle AB - \sphericalangle CD = 180^\circ - 94^\circ - 26^\circ = 60^\circ$.

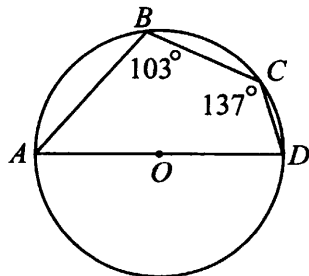


Рис. 283.

3) Определяем вид треугольника BOC :

— равнобедренный, так как $BO = OC$. $\angle OBC = \angle OCB$.

— $\angle BOC$ — центральный, $\angle BOC = \sphericalangle BC = 60^\circ$.

— $\angle OBC = \angle OCB = \angle BOC = 60^\circ$.

— равносторонний, $BO = OC = BC = 7$.

4) $AD = 2AO = 2BC = 14$.

Ответ: 14.

Решение варианта 9

$$21. x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1),$$

$$x(x + 1)^2 - 6(x + 1) = 0,$$

$$(x + 1)(x(x + 1) - 6) = 0.$$

$$1) x + 1 = 0, x_1 = -1.$$

$$2) x(x + 1) - 6 = 0,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$x_2 = -3, x_3 = 2.$$

Ответ: -3 ; -1 ; 2 .

22. Пусть скорость второго велосипедиста равна x км/ч ($x > 0$), тогда скорость первого — $(x + 5)$ км/ч. Тогда первый велосипедист 100 км преодолит за $\frac{100}{x+5}$ часов, а второй — за $\frac{100}{x}$ часов. Из условия за-

дачи составим и решим уравнение $\frac{100}{x} - \frac{100}{x+5} = 1$, домножим на

$x(x + 5) \neq 0$, получим $100x + 500 - 100x = x(x + 5)$, $x^2 + 5x - 500 = 0$,

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{2025}}{2} = \frac{-5 \pm 45}{2}, x_1 = -25, x_2 = 20. \text{ Должно выполняться}$$

неравенство $x > 0$, поэтому $x = 20$.

Ответ: 20 км/ч.

23. Заметим, что графиком функции $y = x^2 - 6x$ является парабола с вершиной в точке (x_0, y_0) , где $x_0 = -\frac{-6}{2} = 3$ и $y_0 = x_0^2 - 6x_0 = -9$, ветви параболы направлены вверх, при $x = -2$ значение выражения $x^2 - 6x$ равно 16.

Графиком функции $y = x + 2$ является прямая, при $x = -2$ значение выражения $x + 2$ равно 0. Изобразим график кусочно-заданной функции (см. рис. 284).

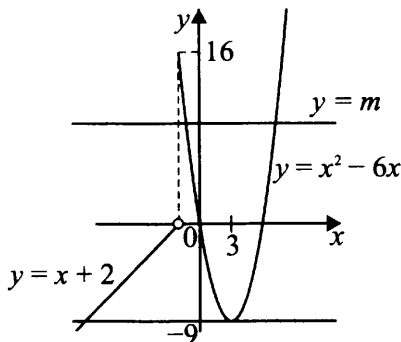


Рис. 284.

Горизонтальная прямая $y = m$ будет иметь с кусочно-заданным графиком ровно две общие точки при $m = -9$ и $0 \leq m \leq 16$.

Ответ: $\{-9\} \cup [0; 16]$

24. Пусть O — центр вписанной окружности, r — её радиус (см. рис. 285). D, L, K — точки касания окружности со сторонами AC, AB и BC соответственно.

Так как радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной, то $CDOK$ — квадрат со стороной, равной r . $AD = AL$ как отрезки касательных, проведённых из одной точки, аналогично $BK = BL$.

Катет CB найдём по теореме Пифагора: $CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}$.
 $CB = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$. $AD = 8 - r, BK = 6 - r$,
 $AB = AL + LB = (8 - r) + (6 - r) = 14 - 2r$. По условию $AB = 10$, следовательно, $10 = 14 - 2r$, откуда $r = 2$.

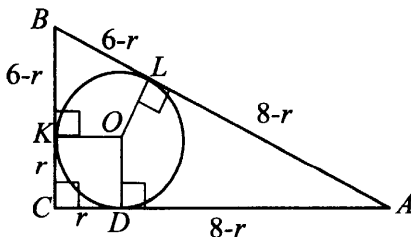


Рис. 285.

Ответ: 2.

25. Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам, поэтому $PO = OM$. $\angle XPO = \angle YMO$ как накрест лежащие при

$PK \parallel MN$ и секущей PM , а $\angle XOP = \angle YOM$ как вертикальные. Значит, треугольники XPO и YMO равны по стороне и прилежащим к ней углам и $XP = YM$.

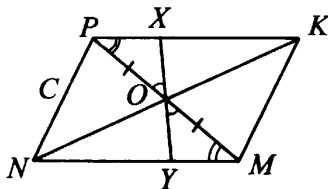


Рис. 286.

26. Пусть x и y — катеты прямоугольного треугольника. Тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 12^2$ и по формуле площади треугольника

$\frac{1}{2}x \cdot y = 36$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 144, \\ x \cdot y = 72. \end{cases}$$

Эта система равносильна системе $\begin{cases} x^2 + y^2 = 144, \\ 2x \cdot y = 144. \end{cases}$

Прибавляя ко второму уравнению первое, получим $(x + y)^2 = 288$. Отсюда, так как x и y — неотрицательны, получаем, что $x + y = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$, $y = 12\sqrt{2} - x$. Подставляя $12\sqrt{2} - x$ вместо y во второе уравнение системы, получаем: $x \cdot (12\sqrt{2} - x) = 72$; $x^2 - 12\sqrt{2}x + 72 = 0$; $x_{1,2} = 6\sqrt{2} \pm \sqrt{72 - 72} = 6\sqrt{2}$. Квадратное уравнение $x^2 - 12\sqrt{2}x + 72 = 0$ имеет единственный корень $x = 6\sqrt{2}$. Тогда $y = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. Полученная пара чисел $(6\sqrt{2}; 6\sqrt{2})$ будет решением системы.

Отсюда следует, что катеты прямоугольного треугольника равны, значит, он равнобедренный, поэтому острые углы равны и в сумме составляют 90° .

Это означает, что каждый из этих углов равен 45° .

Ответ: 45; 45.

Решение варианта 13

21. 1) Замечаем, что обе части уравнения имеют общий множитель $x + 4$. Перенесём из правой части уравнения в левую выражение $25(x + 4)$ и вынесем за скобки $x + 4$, получим равенство нулю произведения двух множителей, степень каждого из которых не превосходит двух:

$$(x + 4)^3 = 25(x + 4),$$

$$(x + 4)^3 - 25(x + 4) = 0,$$

$$(x + 4)((x + 4)^2 - 25) = 0.$$

2) Из равенства нулю произведения следует, что либо $x + 4 = 0$, либо $(x + 4)^2 - 25 = 0$. Если $x + 4 = 0$, то $x = -4$. Если же $(x + 4)^2 - 25 = 0$, то $(x + 4)^2 = 25$. Тогда либо $x + 4 = 5$, либо $x + 4 = -5$. Если $x + 4 = 5$, то $x = 1$, а если $x + 4 = -5$, то $x = -9$. Получаем три корня: -9 ; -4 , 1 .

Ответ: -9 ; -4 ; 1 .

22. 1) Обозначим через x кг массу свежих фруктов, необходимых для приготовления 8 кг сушёных. По условию в x кг свежих фруктов содержится

$$\frac{x}{100} \cdot 84 \text{ кг воды и } \frac{x}{100} \cdot 16 \text{ кг сухого вещества.}$$

2) В 8 кг сушёных фруктов по условию содержится $\frac{8}{100} \cdot 6 = 0,48$ кг воды, а оставшаяся часть $8 - 0,48 = 7,52$ кг составляет сухое вещество.

3) Так как при высушивании масса сухого вещества не изменяется, то

$$\frac{x}{100} \cdot 16 = 7,52$$

$$16 \cdot x = 752$$

$$x = \frac{752}{16} = 47.$$

Ответ: 47.

23. 1) Графиком функции $y = 2x^2 + 2$ является парабола. Прямая $y = kx$ имеет с ней единственную общую точку, если уравнение $2x^2 + 2 = kx$ имеет единственное решение.

2) Запишем это уравнение в виде $2x^2 - kx + 2 = 0$. Получаем квадратное уравнение, которое имеет единственное решение только в том случае, когда его дискриминант равен 0. Дискриминантом уравнения $2x^2 - kx + 2 = 0$ является число $b^2 - 4ac$, где $a = 2$, $b = -k$ и $c = 2$. Поэтому $(-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0$,

$$k^2 - 16 = 0,$$

$$k^2 = 16,$$

$$k = \pm 4.$$

3) Построим теперь эскизы графиков функций $y = 2x^2 + 2$, $y = 4x$ и $y = -4x$ (см. рис. 287).

Ветви параболы $y = 2x^2 + 2$ направлены вверх, а вершиной является точка $(0; 2)$. Прямые $y = 4x$ и $y = -4x$ проходят через начало координат и имеют угловые коэффициенты 4 и -4 соответственно. Находим точки касания параболы и указанных прямых. Решением уравнения

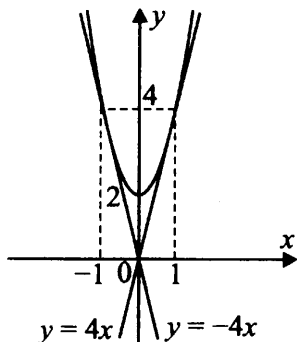


Рис. 287.

$2x^2 + 2 = 4x$ будет единственное число, равное 1. Действительно, уравнение $2x^2 + 2 = 4x$ приводится к виду $x^2 - 2x + 1 = 0$. Поэтому $(x - 1)^2 = 0$, $x = 1$. Решением уравнения $2x^2 + 2 = -4x$ будет число -1 . Действительно, уравнение $2x^2 + 2 = -4x$ приводится к виду $x^2 + 2x + 1 = 0$. Поэтому $(x + 1)^2 = 0$, $x = -1$. Точки касания имеют абсциссы 1 и -1 .

Ответ: -4 ; 4

24. 1) В соответствии с условием рассмотрим рисунок 288, на котором $BH \perp AC$.

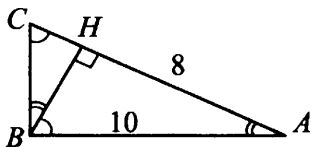


Рис. 288.

Заметим, что $\triangle ABH \sim \triangle ABC$ (оба они прямоугольные и имеют общий угол A).

2) Находим сходственные стороны этих подобных треугольников. Против прямых углов в этих треугольниках лежат стороны AB и AC . Против равных углов, не совпадающих с углом A лежат стороны AH и AB . Поэтому $\frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB}$. Поэтому $AC = \frac{(AB)^2}{AH} = \frac{10^2}{8} = 12,5$.

Ответ: $12,5$.

25. 1) В соответствии с условием рассмотрим рисунок 289, на котором AO является биссектрисой угла BAD , а BO — биссектрисой угла ABC .

2) По свойству биссектрисы BO угла ABC точка O равноудалена от сторон AB и BC этого угла. По свойству биссектрисы AO угла BAD точка O равноудалена от сторон AD и AB этого угла. Тогда точка O

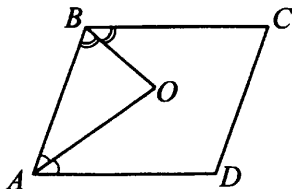


Рис. 289.

равноудалена от трёх сторон параллелограмма AD , AB и BC . Что и требовалось доказать.

26. 1) Пусть AB и CD — боковые стороны трапеции, M — точка пересечения продолжений этих боковых сторон. Из точки M опустим перпендикуляр MT на большее основание трапеции AD , который пересекает меньшее основание BC в точке L (см. рис. 290). Так как $BC \parallel AD$, то $ML \perp BC$. Следовательно, ML и будет искомым расстоянием от точки M до основания BC .

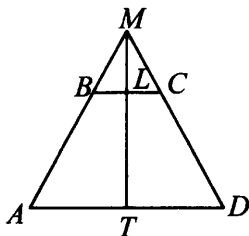


Рис. 290.

2) Углы A и D при основании равнобедренной трапеции равны, поэтому треугольники AMD и BMC будут равнобедренными, высотами которых будут MT и ML соответственно. По свойству высот, в равнобедренном треугольнике MT и ML будут медианами, а точки L и T — серединами BC и AD соответственно.

Именно в этих точках окружность, вписанная в трапецию, касается оснований трапеции (см. рис. 291).

3) Так как $BC \parallel AD$, то $\triangle AMT \sim \triangle BML$. Из подобия следует, что $\frac{MT}{ML} = \frac{AT}{BL}$. Отсюда $\frac{ML + LT}{ML} = \frac{AT}{BL}$, $1 + \frac{LT}{ML} = \frac{AT}{BL}$, $\frac{LT}{ML} = \frac{AT}{BL} - 1 = \frac{AT - BL}{BL}$, $ML = \frac{LT \cdot BL}{AT - BL}$. Заметим, что LT яв-

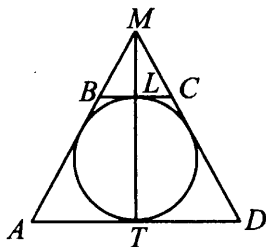


Рис. 291.

ляется высотой трапеции. Полагая $AD = a$, $BC = b$, $LT = h$, получаем

$$ML = \frac{h \cdot \frac{b}{2}}{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}} = \frac{h \cdot b}{a - b}.$$

4) Находим теперь h , b и a . Так как трапеция описана около окружности, то $AB + CD = AD + BC$. Так как $AB = CD$, то $2AB = AD + BC = a + b$, $AB = \frac{a+b}{2}$. По условию $P = 32$, поэтому $AB + CD + AD + BC = 32$, $2AB + a + b = 32$, $2(a + b) = 32$, $a + b = 16$. Поэтому $AB = 8$.

По условию $S = 32\sqrt{3}$, поэтому $\frac{1}{2}(a + b) \cdot h = 32\sqrt{3}$, $\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot h = 32\sqrt{3}$, $h = 4\sqrt{3}$.

5) Опустим перпендикуляр BK из точки B на AD (см. рис. 292).

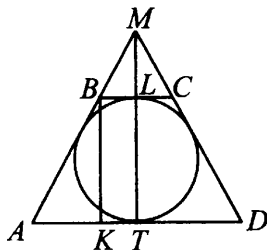


Рис. 292.

$$\text{Тогда } BK = LT = h = 4\sqrt{3}, \quad KT = BL = \frac{b}{2},$$

$$AK = AT - KT = \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \frac{a - b}{2}.$$

Из прямоугольного треугольника AKB по теореме Пифагора получаем $AB^2 - BK^2 = AK^2$, $8^2 - (4\sqrt{3})^2 = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$, $64 - 48 = \frac{(a-b)^2}{4}$, $64 = (a-b)^2$, $a-b=8$.

Итак, $\begin{cases} a+b=16; \\ a-b=8. \end{cases}$ Вычитая из первого равенства второе, получим $2b=8$, $b=4$.

Наконец, $ML = \frac{h \cdot b}{a-b} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{8} = 2\sqrt{3}$.

Ответ: $2\sqrt{3}$.

Решение варианта 17

21. $(x+3)^4 - 24(x+3)^2 - 25 = 0$.

Заметим, что замена $(x+3)^2 = t$ ($t \geq 0$) позволит свести исходное уравнение к квадратному уравнению $t^2 - 24t - 25 = 0$, корни которого $t_1 = 25$, $t_2 = -1$ легко найти, например, с помощью теоремы, обратной теореме Виета. Только один корень $t = 25$ удовлетворяет условию $t \geq 0$.

Решая уравнение $(x+3)^2 = 25$, находим корни $x = 2$ или $x = -8$.

Ответ: -8 ; 2 .

22. Пусть второй рабочий делает в час x деталей ($x > 0$), тогда первый — $(x+5)$. Следовательно, на выполнение заказа в 90 деталей первый рабочий потратит $\frac{90}{x+5}$ часов, а второй — $\frac{90}{x}$ часов. Для наглядности внесём эти данные в таблицу.

	Количество изготавливаемых деталей в час	Объём заказа (в деталях)	Время на выполнение заказа (в часах)
I рабочий	$x+5$	90	$\frac{90}{x+5}$
II рабочий	x	90	$\frac{90}{x}$

По условию задачи должно выполняться равенство

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+5} = 3, \text{ отсюда } \frac{30}{x} - \frac{30}{x+5} = 1.$$

Домножим обе части на $x(x+5) \neq 0$, получим $30(x+5) - 30x = x(x+5)$;
 $x^2 + 5x - 150 = 0$;

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 150}}{2} = \frac{-5 \pm 25}{2},$$

$x_1 = 10, x_2 = -15 < 0$ — не удовлетворяет условию.

Таким образом, второй рабочий изготавливает в час 10 деталей.

Ответ: 10.

23. Выполнение задания предполагает

- 1) построение графика исходной функции;
- 2) выяснение, при каких значениях t график функции и горизонтальная прямая $y = t$ имеют ровно две общие точки.

Построим график кусочно заданной функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 13, & \text{при } x \geq 1; \\ 8x, & \text{при } x < 1. \end{cases}$$

При $x \geq 1$ графиком функции $y = x^2 - 6x + 13$ является парабола, заданная уравнением $y = x^2 - 6x + 13$. Запишем это уравнение в виде $y = (x - 3)^2 + 4$. Вершина параболы $(3; 4)$, ветви параболы направлены вверх, парабола проходит через точку $(1; 8)$.

При $x < 1$ графиком функции $y = 8x$ является прямая, проходящая через точку $(1; 8)$ и начало координат.

Построим график исходной кусочно-заданной функции (см. рис. 293).

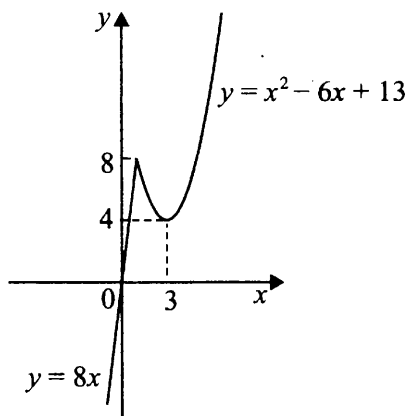


Рис. 293.

Из графика видно, что у построенного графика и горизонтальной прямой $y = t$ ровно две общие точки будут при $t = 4$ и $t = 8$.

Ответ: 4; 8.

24. Прямая, параллельная стороне треугольника (см. рис. 294), отсекает от него подобный ему треугольник: $\triangle KMB \sim \triangle ABC$ ($\angle B$ — общий, $\angle A = \angle BKM$ как соответственные при $KM \parallel AC$ и секущей AB). Из подобия получаем $\frac{KB}{AB} = \frac{MB}{BC}$. По условию $AK : KB = 2 : 5$, следовательно, $KB : AB = 5 : 7$, значит, $\frac{5}{7} = \frac{20}{BC}$, откуда $BC = 28$. $MC = BC - BM$, $MC = 28 - 20 = 8$.

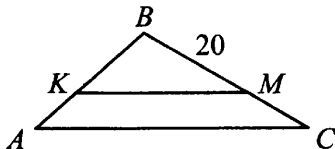


Рис. 294.

Замечание: Если воспользоваться утверждением, что параллельные прямые отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки, то получим $\frac{KB}{AK} = \frac{BM}{MC}$, $\frac{5}{2} = \frac{20}{MC}$, $MC = \frac{40}{5} = 8$. Это утверждение следует из подобия треугольников.

Ответ: 8.

25. Пусть в трапеции $ABCD$ точки E и F — середины оснований BC и AD (см. рис. 295). Обозначим h — расстояние между прямыми BC и AD . Тогда высоты трапеций $ABEF$ и $FECD$ равны h .

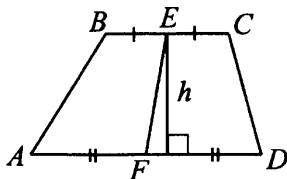


Рис. 295.

Так как $BE = EC$ и $AF = FD$, то площади трапеций $ABEF$ и $FECD$ равны:

$$S_{ABEF} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (BE + AF) = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (EC + FD) = S_{FECD}.$$

26. Продолжим боковые стороны трапеции и точку их пересечения обозначим через M (см. рис. 296).

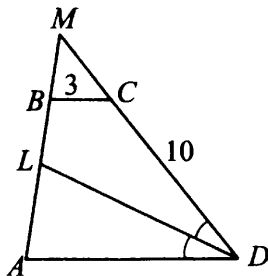


Рис. 296.

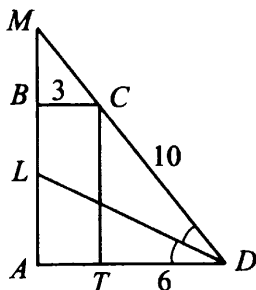


Рис. 297.

Пусть $AD = a$, $BM = x$, $CM = y$. Треугольники AMD и BMC подобны (по двум углам).

Из подобия следует, что $\frac{AM}{BM} = \frac{AD}{BC}$, $\frac{8+x}{x} = \frac{a}{3}$, $x = \frac{24}{a-3}$ и

$$\frac{DM}{CM} = \frac{AD}{BC}, \quad \frac{10+y}{y} = \frac{a}{3}, \quad y = \frac{30}{a-3}.$$

По условию AB состоит из 16 одинаковых частей, при этом AL из девяти частей, а LB из семи частей. Так как $AB = 8$, то $AL = 4,5$, а $LB = 3,5$.

По свойству биссектрисы угла MDA получаем: $\frac{AL}{LM} = \frac{AD}{DM}$,

$$\frac{4,5}{3,5+x} = \frac{a}{10+y};$$

$$45 + 4,5 \cdot \frac{30}{a-3} = 3,5a + \frac{24}{a-3}a; \quad \frac{45a}{a-3} = \frac{3,5a^2 - 10,5a + 24a}{a-3};$$

$$3,5a^2 - 31,5a = 0;$$

$$3,5a \cdot (a - 9) = 0; \quad a = 9 \text{ (так как } a > 0 \text{)}.$$

Из точки C проведём прямую, параллельную AB до пересечения с AD , в точке T .

Тогда $TC = 8$, $TD = 6$ и $CD = 10$. Так как $6^2 + 8^2 = 10^2$, то треугольник TCD — прямоугольный и угол CTD — прямой. Значит, трапеция $ABCD$ прямоугольная (см. рис. 297), TC — высота трапеции и её площадь равна $\frac{9+3}{2} \cdot 8 = 48$.

Ответ: 48.

Решение варианта 21

21. Заметим, что многочлен $x^3 + 5x^2 - x - 5$ можно разложить на множители, группируя, например, два первых и два последних слагаемых. Затем находим корни уравнения.

$$x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0,$$

$$(x^3 + 5x^2) - (x + 5) = 0,$$

$$x^2(x + 5) - (x + 5) = 0,$$

$$(x + 5)(x^2 - 1) = 0,$$

$$(x + 5)(x - 1)(x + 1) = 0,$$

$$x + 5 = 0, \quad \text{или} \quad x - 1 = 0, \quad \text{или} \quad x + 1 = 0$$

$$x_1 = -5$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = -1$$

Ответ: -5 ; -1 ; 1 .

22. Обозначим длину всего пути через S , тогда первую половину автомобиля преодолит за $\frac{S}{2 \cdot 48}$ (ч), а вторую — за $\frac{S}{2 \cdot 72}$ (ч). Тогда весь

путь он преодолит за $\frac{S}{2 \cdot 48} + \frac{S}{2 \cdot 72}$ (ч), отсюда средняя скорость рав-

$$\text{на } \frac{S}{\frac{S}{2 \cdot 48} + \frac{S}{2 \cdot 72}} = \frac{1}{\frac{1}{48} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)} = \frac{48 \cdot 6}{5} = 57,6 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: $57,6$ км/ч.

23. Для выполнения задания нужно:

1) построить график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x - 3)(x + 2)}$;

2) исследовать количество точек пересечения построенного графика с горизонтальной прямой $y = b$ в зависимости от b , а затем выбрать значения b , при которых графики функций имеют одну общую точку.

Разложим многочлен $x^4 - 13x^2 + 36$ на множители. Сделаем замену $x^2 = t$, получим квадратный трёхчлен $t^2 - 13t + 36$. Решив уравнение $t^2 - 13t + 36 = 0$, найдём $t_1 = 4$ и $t_2 = 9$. Следовательно, $t^2 - 13t + 36 = (t - 4)(t - 9)$. Отсюда $x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$.

Исходная функция примет вид

$$y = \frac{(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 2)} = (x - 2)(x + 3) \text{ при } x \neq -2 \text{ и } x \neq 3.$$

Графиком исходной функции является парабола, задаваемая уравнением $y = (x - 2)(x + 3)$, из которой выколоты точки с абсциссами -2 и 3 . При $x = -2$ выражение $(x - 2)(x + 3)$ равно -4 . При $x = 3$ выражение $(x - 2)(x + 3)$ равно 6 . Абсцисса вершины параболы расположена посередине между корнями и равна $\frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} = -0,5$. Ордината вершины параболы равна $\left(-\frac{1}{2} - 2\right)\left(-\frac{1}{2} + 3\right) = -6,25$. Таким образом, вершина параболы расположена в точке $(-0,5; -6,25)$.

Построим график исходной функции (см. рис. 298) и определим, что горизонтальная прямая $y = b$ будет иметь с ним ровно одну общую точку при $b = -6,25$; $b = -4$ и $b = 6$.

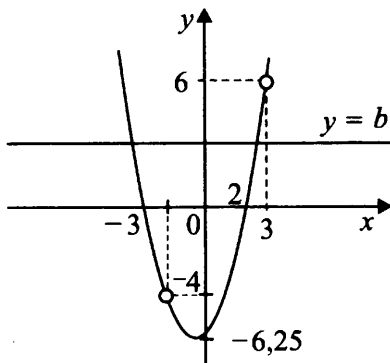


Рис. 298.

Ответ: $-6,25; -4; 6$

24. Для отыскания длины отрезка EF достаточно знать длины отрезков EK и KF , где K — точка пересечения диагонали AC трапеции и отрезка EF (см. рис. 299): $EF = EK + KF$. KF будем искать с помощью подобия треугольников KCF и ACD . $\triangle KCF \sim \triangle ACD$, так как отрезок, параллельный основанию треугольника, отсекает подобный ему треугольник ($\angle C$ — общий, $\angle CFK = \angle CDA$ как соответственные при $EF \parallel AD$ и секущей CD). $\frac{KF}{AD} = \frac{CF}{CD}$, $\frac{KF}{40} = \frac{5}{8}$, откуда $KF = 25$. Аналогично, EK найдём с помощью подобия треугольников $AЕК$ и ABC , а также теоремы Фалеса. $\triangle AЕК \sim \triangle ABC$, тогда $\frac{ЕК}{BC} = \frac{AE}{AB}$. Из теоремы Фалеса сле-

дует, что $\frac{CF}{FD} = \frac{BE}{AE}$ ($EF \parallel BC \parallel AD$). Тогда $\frac{EK}{16} = \frac{3}{8}$, откуда $EK = 6$.
 $EF = 6 + 25 = 31$.

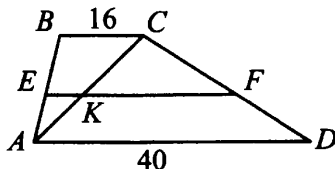


Рис. 299.

Ответ: 31.

25. Для того, чтобы доказать равенство площадей треугольников POL и MON достаточно доказать, что равны площади треугольников PLM и LMN (см. рис. 300).

Действительно, $S_{MON} = S_{LMN} - S_{LOM}$.

$S_{POL} = S_{PLM} - S_{LOM}$.

Треугольники PLM и LMN имеют общее основание LM и высоты, равные высоте h трапеции $PLMN$, поэтому их площади равны:

$S_{PLM} = LM \cdot h$, $S_{LMN} = LM \cdot h$.

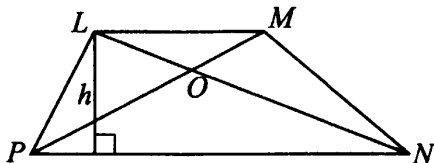


Рис. 300.

Значит, площади треугольников POL и MON равны. Что и требовалось доказать.

26. Обозначим через O точку пересечения общих касательных, через O_1 и O_2 — центры окружностей, а через r_1 и r_2 — радиусы окружностей соответственно ($r_2 > r_1$). Рассмотрим рисунок 301.

Докажем:

1) $AB \parallel CD$

2) $OO_2 \perp AB$, $OO_2 \perp CD$

Найдём расстояние между прямыми AB и CD .

По свойству вписанной в угол окружности и свойствам касательных к окружности получаем, что точки O , O_1 и O_2 лежат на биссектрисе уг-

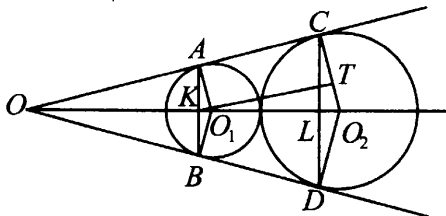


Рис. 301.

ла AOB ; $OA = OB$, $OC = OD$. Пусть K и L — точки пересечения AB и CD соответственно с биссектрисой OO_2 . AB и CD перпендикулярны биссектрисе OO_2 (так как биссектрисы OK и OL равнобедренных треугольников являются их высотами), следовательно, $AB \parallel CD$. O_1A , O_2C перпендикулярны касательной OC (значит, $O_1A \parallel O_2C$).

Тогда искомое расстояние l между прямыми AB и CD равно $KO_1 + O_1L = KO_1 + r_1 + r_2 - O_2L = KO_1 - O_2L + O_1O_2$; $O_1O_2 = 7,5$.

Через точку O_1 проведём прямую O_1T , параллельную AC , тогда $O_1T \perp O_2C$.

Обозначим через α угол AOO_1 . Тогда из сказанного выше получаем, что $\angle KAO_1 = \angle LCO_2 = \angle TO_1O_2 = \alpha$.

Поэтому $\sin \alpha = \frac{KO_1}{r_1} = \frac{O_2L}{r_2} = \frac{TO_2}{O_1O_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} = \frac{3}{5}$. Отсюда

получаем, что $KO_1 = \frac{r_1 \cdot (r_2 - r_1)}{r_2 + r_1} = 0,9$, $O_2L = \frac{r_2 \cdot (r_2 - r_1)}{r_2 + r_1} = 3,6$.

Отсюда, $l = 0,9 - 3,6 + 7,5 = 4,8$.

Ответ: 4,8.

Решение варианта 25

21. Найдём сначала ОДЗ уравнения. Зная, что корень чётной степени определён на множестве неотрицательных чисел, решим неравенство $5 - x \geq 0$, $x \leq 5$.

Решим исходное уравнение при условии $x \in (-\infty; 5]$:

$$x^2 - 8x + \sqrt{5 - x} - \sqrt{5 - x} - 9 = 0,$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0.$$

Найдём корни уравнения, например, по теореме, обратной теореме Виета. Получим $x_1 = -1$, $x_2 = 9$, $9 \notin (-\infty; 5]$, следовательно, не является корнем исходного уравнения.

Ответ: -1 .

22. Так как поезд и пешеход движутся навстречу друг другу, скорость поезда относительно пешехода равна $58 + 2 = 60$ (км/ч). В одном часе 60 минут, в каждой минуте 60 секунд, значит, в одном часе $60 \cdot 60 = 3600$ секунд.

Отсюда, 45 секунд составляют $\frac{45}{3600} = \frac{1}{80}$ часа.

Пусть длина поезда равна x км, тогда мимо человека он пройдёт за $\frac{x}{60}$ часов. Получим уравнение $\frac{x}{60} = \frac{1}{80}$, следовательно, $x = \frac{60}{80} = 0,75$. Значит, длина поезда равна 0,75 км, то есть 750 метров.

Ответ: 750.

23. Прямая $y = -10x$ имеет с параболой $y = x^2 + p$ единственную общую точку, когда уравнение $x^2 + p = -10x$ имеет единственное решение, то есть когда дискриминант квадратного уравнения $x^2 + 10x + p = 0$ равен нулю. Это будет выполнено, если $10^2 - 4p = 0$, то есть $p = 25$. График функции $y = x^2 + 25$ (см. рис. 302) получается из графика функции $y = x^2$ смещением на 25 единиц вверх.

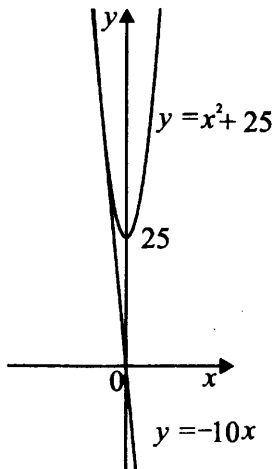


Рис. 302.

Ответ: 25.

24. Рассмотрим ромб $ABCD$ с острым углом A , O — точка пересечения его диагоналей (см. рис. 303). Расстояние OH от точки пересечения диагоналей ромба до стороны AD равно 16. В прямоугольном треугольнике AON гипотенуза AO , равная 32, в два раза больше катета OH , значит,

$\angle OAH = 30^\circ$, а $\angle BAH = 60^\circ$ (диагональ ромба является биссектрисой угла ромба).

$\angle A + \angle B = 180^\circ$, тогда $\angle B = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$. Противоположные углы ромба равны, поэтому $\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$.

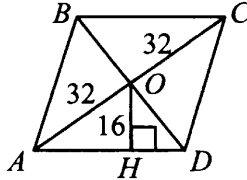


Рис. 303.

Замечание. Если предположить, что диагональ $BD = 64$, то, рассуждая аналогично, получим в прямоугольном треугольнике ODH $\angle ODH = 30^\circ$, тогда $\angle ADC = 60^\circ$, что противоречит тому, что этот угол тупой.

Ответ: 60; 120.

25. Обозначим основания трапеции $LM = a$, $KN = b$, высоту трапеции h (см. рис. 304). Площадь трапеции равна

$$S_{KLMN} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (LM + KN) = \frac{(a + b)h}{2}.$$

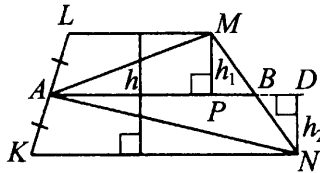


Рис. 304.

Будем искать площадь треугольника AMN как сумму площадей треугольников ABM и ABN , где AB — средняя линия трапеции ACD .

Проведём из точек M и N высоты этих треугольников $MP \perp AB$ и $ND \perp AB$ и обозначим их h_1 и h_2 соответственно. Так как LM , AB и KN параллельны, $h = h_1 + h_2$.

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot h_1 \cdot AB = \frac{(a + b)h_1}{4}, \quad S_{ABN} = \frac{1}{2} \cdot h_2 \cdot AB = \frac{(a + b)h_2}{4}.$$

$$S_{AMN} = S_{ABM} + S_{ABN} = \frac{(a+b)h_1}{4} + \frac{(a+b)h_2}{4} =$$

$$= \frac{(a+b)(h_1+h_2)}{4} = \frac{(a+b)h}{4}.$$

Значит, $S_{AMN} = \frac{1}{2} S_{KLMN}$.

26. Пусть M , N и P — точки касания окружности, вписанной в треугольник ABC со сторонами AB , BC и AC соответственно (см. рис. 305).

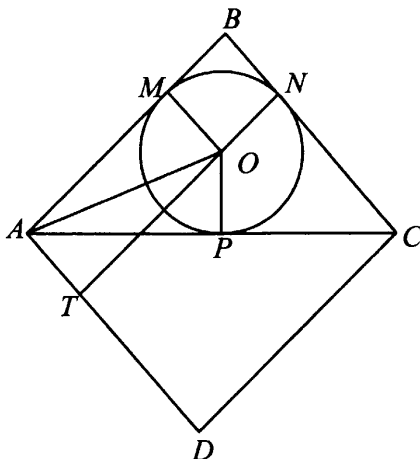


Рис. 305.

По свойствам касательной к окружности $OM \perp AB$, $ON \perp BC$, $OP \perp AC$ и $OM = ON = OP = 5$.

Проведём OT перпендикулярно AD . Очевидно, что точки O , N и T лежат на одной прямой $OT = 12$.

Так как $S_{ABCD} = AB \cdot AD \sin A$, то найдём AB , AD и $\sin A$.

1) $\triangle AOP = \triangle AMO = \triangle AOT$ (прямоугольный треугольник с гипотенузой, равной 13, и катетом, равным 12).

2) $\angle MAO = \angle OAP$ (точка O принадлежит биссектрисе угла BAC), $\angle OAP = \angle AOT$ (лежит против равных катетов в равных треугольниках), следовательно, $\angle MAO + \angle OAT = 90^\circ$ ($\angle MAO = \angle OAP = \angle AOT$, $\angle OAT + \angle AOT = 90^\circ$). Итак, $\angle A = 90^\circ$, значит, $ABCD$ — прямоугольник. $S_{ABCD} = AB \cdot AD$.

3) BC найдём из прямоугольного треугольника ABC ($BC = AD$). $NC = PC$, $MP = BN$, $AM = AP$ (как отрезки касательных, проведённых к окружности из одной точки). $MBNO$ — квадрат со стороной 5.

Пусть $NC = x$, тогда

Учитывая, что $MO = ON$, получаем, что $MBNO$ — квадрат со стороной 5.

Значит, точки T , O и N лежат на одной прямой, перпендикулярной AD , $OM = ON = NB = BM = 5$.

Пусть $NC = x$, тогда по свойству касательных $PC = x$.

По теореме Пифагора $AB^2 + BC^2 = AC^2$, поэтому $(12 + 5)^2 + (5 + x)^2 = (12 + x)^2$, $289 + 25 + 10x + x^2 = 144 + 24x + x^2$, $14x = 170$, $x = \frac{85}{7}$.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 17 \cdot \left(5 + \frac{85}{7}\right) = \frac{17 \cdot 120}{7} = \frac{2040}{7}.$$

Ответ: $\frac{2040}{7}$.

Решение варианта 29

21. Чтобы упростить выражение, разложим на множители сомножитель $a^3 - 9a$, вынося за скобку общий множитель и воспользовавшись формулой разности квадратов. Приведём дроби к общему знаменателю, выполняя вычитание, и сократим полученную дробь.

$$(a^3 - 9a) \left(\frac{1}{a+3} - \frac{1}{a-3} \right) = a(a-3)(a+3) \frac{a-3-a-3}{(a-3)(a+3)} = -6a.$$

Подставим значение переменной в полученное выражение.

При $a = -12$ получим $-6a = -6 \cdot (-12) = 72$.

Ответ: 72.

22. 1) Обозначим буквой v скорость (в км/ч) на спуске, тогда скорость на подъёме равна $(v - 2)$ км/ч.

2) На спуск потрачено 3 ч, а на весь путь потрачено 7 ч. Значит, на подъём потрачено $7 - 3 = 4$ (ч).

3) Длину всего пути, равную по условию 34 км, можно представить как сумму длин спуска и подъёма. По формуле $s = vt$ находим длину спуска $v \cdot 3$ (км) и длину подъёма $(v - 2) \cdot 4$ (км). Складывая длины подъёма и спуска, получаем уравнение:

$$3v + 4(v - 2) = 34,$$

$$3v + 4v - 8 = 34,$$

$$7v = 42,$$

$$v = 6.$$

На спуске турист шёл со скоростью $v = 6$ км/ч.

Ответ: 6 км/ч.

23. 1) Построим график заданной функции, упростив заданное уравнение при допустимых значениях переменной. Выражения $x-2$ и $2-x$ отличаются только знаком. Вынесем знак « $-$ » из одного из них и при сокращении получим -1 . При $x = 2$ исходная функция не определена.

При $x \neq 2$ исходная функция примет вид $y = -x^2 - 16$. Это парабола, ветви которой направлены вниз, а вершина расположена в точке $(0; -16)$. График исходной функции получится, если из рассмотренной параболы выколоть точку $(2; -20)$.

2) Прямая $y = kx$ проходит через начало координат, а угловой коэффициент такой прямой равен k .

3) Исходная функция и прямая $y = kx$ имеют ровно одну общую точку в двух случаях — если прямая касается параболы или если прямая проходит через выколотую точку.

Найдём, при каких значениях параметра k прямая $y = kx$ касается указанной параболы. Это будет выполнено в том случае, когда уравнение $-x^2 - 16 = kx$ имеет единственное решение, то есть дискриминант квадратного уравнения $x^2 + kx + 16 = 0$ равен нулю: $k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 0$, $k = \pm 8$.

Прямая $y = kx$ будет проходить через выколотую точку $(2; -20)$, если $-20 = k \cdot 2$, $k = -10$.

Из рисунка 306 видно, что график функции $y = \frac{(x^2 + 16)(x - 2)}{(2 - x)}$ имеет ровно одну общую точку с прямой $y = kx$ при $k = -8$; $k = 8$; $k = -10$.

Ответ: -10 ; -8 ; 8 .

24. Мы знаем, что радиус, перпендикулярный хорде, делит эту хорду пополам. Построим чертёж, используя это свойство окружности и известные нам из условия размеры хорды и расстояния до хорд. Прямые углы на рисунке наводят на мысль, что нужно рассматривать прямоугольные треугольники.

Пусть O — центр окружности (см. рис. 307), проведём $OH \perp AB$, H — середина отрезка AB , $OF \perp CD$, F — середина отрезка CD . $OH = 63$, $OF = 33$.

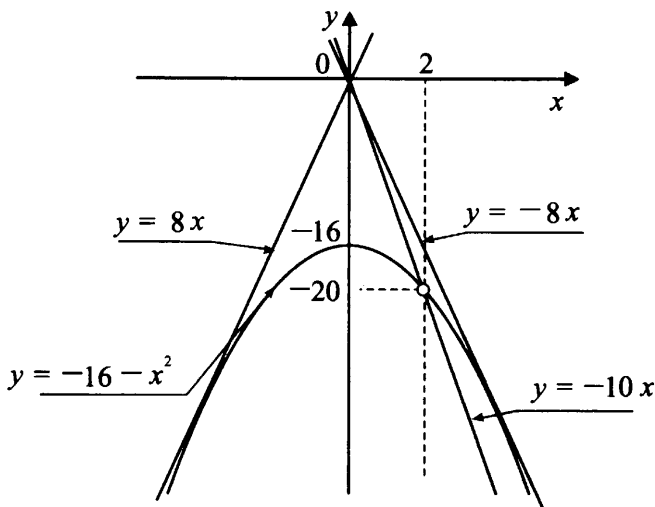


Рис. 306.

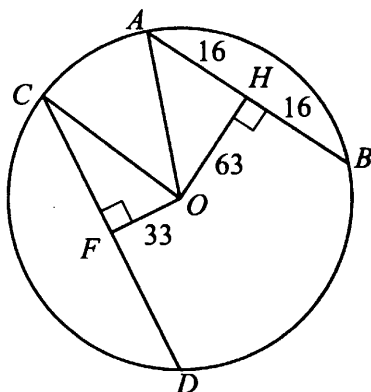


Рис. 307.

Проведём отрезки AO и CO , которые являются радиусами окружности и, значит, равны.

Из прямоугольного треугольника AOH с катетами $AH = 16$, $OH = 63$ найдём гипотенузу AO , которая является радиусом окружности, по теореме Пифагора: $AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{16^2 + 63^2} = 65$. $CD = 2CF$, CF найдём по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника COF с гипотенузой CO , равной радиусу окружности. $CD = 2CF = 2\sqrt{CO^2 - OF^2} = 2\sqrt{65^2 - 33^2} = 112$.

Ответ: 112.

25. В треугольниках QAC и QDB угол Q общий (см. рис. 308). Чтобы доказать подобие треугольников, достаточно найти ещё пару равных углов в этих треугольниках. Заметим, что $\angle QCA = \angle DBQ$ (как вписанные углы, которые опираются на одну и ту же дугу AD). Значит, треугольник QAC подобен треугольнику QDB .

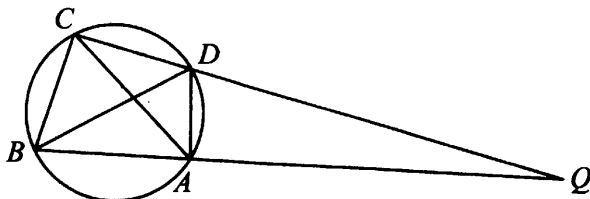


Рис. 308.

26. Проведём из центра окружности радиус в точку касания её с лучом AB и перпендикуляр к хорде MN . Заметим, что перпендикуляр пройдёт через середину хорды, а радиус — перпендикулярно лучу AB . По свойству ромба $\angle DAC = \angle BAC$, поэтому $\cos \angle DAC = \cos \angle BAC$. Рассмотрим рисунок 309. Обозначим через O центр окружности, указанной в условии, через T точку касания её с лучом AB , через L середину отрезка MN и через K точку пересечения прямой OL с лучом AB .

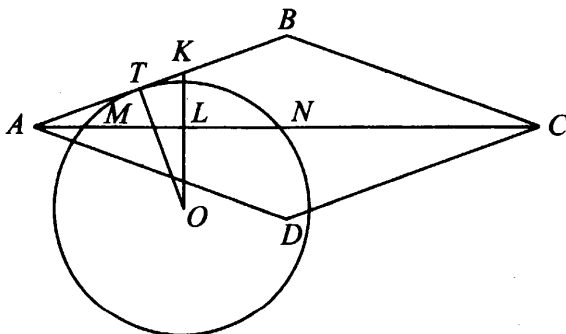


Рис. 309.

В соответствии с рисунком искомый радиус равен OT . По свойству касательной к окружности $AB \perp OT$, также $\triangle AKL$ и $\triangle OKT$ прямоугольные с общим острым углом K , значит, углы KAL и KOT равны. Обозначим их величину α . Можно рассмотреть подобие этих треугольников или же воспользоваться тем, что тригонометрические функции

(в данном случае тангенсы) равных углов равны. Нам нужно найти радиус

$$OT = \frac{TK}{\operatorname{tg} \angle KOT}.$$

1) Чтобы найти $\operatorname{tg} \angle KOT$, можно воспользоваться основным тригонометрическим тождеством $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ и формулой $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Так как в задаче $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{18}}$, получим $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} : \frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

2) TK найдём как разность AK и AT .

По свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем: $AT^2 = AM \cdot AN = 2 \cdot 9 = 18$; $AT = \sqrt{18}$.

AK — гипотенуза треугольника AKL и $AK = \frac{AL}{\cos \alpha}$.

$$AL = AM + ML = 2 + \frac{MN}{2} = 2 + \frac{AN - AM}{2} = 2 + \frac{9 - 2}{2} = \frac{11}{2}.$$

$$AK = \frac{AL}{\frac{4}{\sqrt{18}}} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{4}{\sqrt{18}}} = \frac{11\sqrt{18}}{8},$$

$$TK = AK - AT = \frac{11\sqrt{18}}{8} - \sqrt{18} = \frac{3\sqrt{18}}{8}.$$

$$\text{Наконец, } OT = \frac{TK \cdot 4}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{18}}{8} \cdot 4}{\sqrt{2}} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}.$$

Ответ: $\frac{9}{2}$.

Замечание. Решение задачи будет точно таким же при другом возможном расположении центра окружности, указанной в условии.

Решение варианта 33

21. План решения.

1. Получим из системы уравнение, содержащее только одну неизвестную (x). Для этого воспользуемся методом алгебраического сложения.

2. Решим полученное уравнение, определим возможные значения x .

3. Подставим найденное значение x в любое из уравнений исходной системы, определим значение y .

Решение.

1. Умножим первое уравнение системы на -2 и сложим со вторым уравнением. Получим

$$0 = -34 + 17x.$$

2. Решим уравнение $0 = -34 + 17x$. Получим $x = 2$.

3. Подставим $x = 2$ в первое уравнение системы:

$$2 \cdot 2^2 + y^2 = 17,$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = -3.$$

Отсюда $(2; -3)$ и $(2; 3)$ — решения исходной системы уравнений.

Ответ: $(2; -3)$, $(2; 3)$.

22. План решения.

1. Найдём время движения плота (в часах).

2. Найдём время движения лодки (в часах).

3. Обозначим искомую скорость лодки в неподвижной воде (собственную скорость лодки) какой-нибудь буквой (например, x). Выразим через x время движения лодки по течению и время движения лодки против течения. Отсюда получим выражение для общего времени движения лодки.

4. Приравняем выражение для общего времени движения из пункта 3 к численному значению из пункта 2. Решим возникшее уравнение — определим значение x , учитывая тот факт, что для движения лодки против течения её собственная скорость должна быть больше скорости течения.

Решение.

1. Расстояние в 38 км плот, двигаясь со скоростью течения, проходит за $\frac{38}{2} = 19$ (часов).

2. Моторная лодка была в пути на 4 часа меньше, то есть $19 - 4 = 15$ (часов).

3. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x км/ч ($x > 2$). Тогда 72 км по течению лодка пройдёт за $\frac{72}{x+2}$ (часов), а 72 км против течения — за $\frac{72}{x-2}$ часов. Общее время движения лодки равно $\frac{72}{x-2} + \frac{72}{x+2}$ (часов).

4. Составим и решим уравнение $\frac{72}{x-2} + \frac{72}{x+2} = 15$; $\frac{24}{x-2} + \frac{24}{x+2} = 5$; домножим числитель и знаменатель на $(x-2)(x+2)$; получим $24(x+2) + 24(x-2) = 5(x-2)(x+2)$; $5x^2 - 48x - 20 = 0$; $x_1 = 10$;

$x_2 = -\frac{2}{5}$. Учитывая, что $x > 2$, получим, что скорость моторной лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч.

Ответ: 10 км/ч.

23. План решения.

1. Построим график функции $y = \frac{1}{2} \left(\left| 2x - \frac{8}{x} \right| + 2x + \frac{8}{x} \right)$. Для этого:

1.1. Найдём ОДЗ.

1.2. Определим, при каких значениях x выражение под модулем больше либо равно нулю, при каких — меньше.

1.3. Используя результаты пунктов 1.1 и 1.2, раскроем модуль двумя способами для соответствующих значений x . Тем самым представим исходную функцию как кусочно-заданную (без использования модуля).

1.4. Пользуясь результатами пункта 1.3, построим график исходной функции.

2. Определим, при каких значениях m горизонтальная прямая $y = m$ имеет ровно две общие точки с графиком из пункта 1.

Решение.

1.1. ОДЗ $x \neq 0$.

1.2. Решим неравенство $2x - \frac{8}{x} \geq 0$, получим $x \in [-2; 0) \cup [2; +\infty)$.

Аналогично $2x - \frac{8}{x} < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$.

1.3. Представим исходную функцию как кусочно-заданную:

$$y = \begin{cases} 2x, & x \in [-2; 0) \cup [2; +\infty), \\ \frac{8}{x}, & x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2). \end{cases}$$

1.4. Построим график кусочно-заданной функции из пункта 1.3 (см. рис. 310).

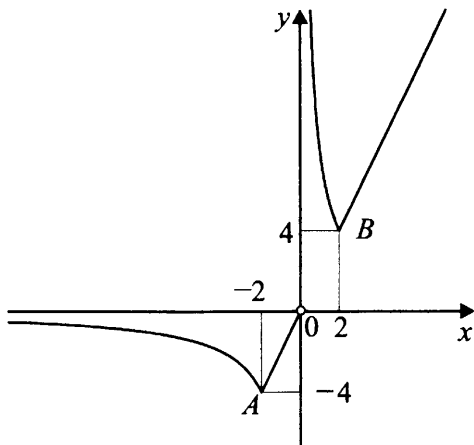


Рис. 310.

2. Горизонтальная прямая пересекает ось ординат в точке с ординатой m . Из рисунка 310 видно, что горизонтальная прямая $y = m$ имеет ровно 2 общие точки с построенным графиком в двух случаях:

- прямая $y = m$ проходит выше точки A , но ниже оси Ox ,
- прямая $y = m$ проходит выше точки B .

При построении графика мы уже нашли координаты точек A и B : $A(-2; -4)$, $B(2; 4)$. Отсюда следует, что прямая $y = m$ проходит выше точки A , но ниже оси Ox , при $-4 < m < 0$. Так же прямая $y = m$ проходит выше точки B при $m > 4$.

Ответ: $(-4; 0) \cup (4; +\infty)$

24. План решения.

1. Построим схематически чертёж, согласно условию задачи (см. рис. 311).

2. Найдём $\angle KBM$ из $\triangle BKM$. Для этого

а) заметим, что $\angle BMK$ равен половине дуги KM , заключённой между касательной BM и хордой MK (по свойству угла между касательной и хордой, проведённой в точку касания). Значит, $\angle BMK$ равен вписанному углу KPM , который измеряется половиной той же дуги. Аналогично, $\angle BKM = \angle KPM$,

б) из формулы суммы углов треугольника найдём $\angle MBK$, зная остальные углы $\triangle BKM$ (найденные в а).

3. Аналогично пункту 2, найдём $\angle A$.

4. Угол C найдём по формуле суммы углов треугольника ABC (хотя можно рассуждать и аналогично пунктам 2 и 3).

Решение.

1. Построим чертёж (см. рис. 311).

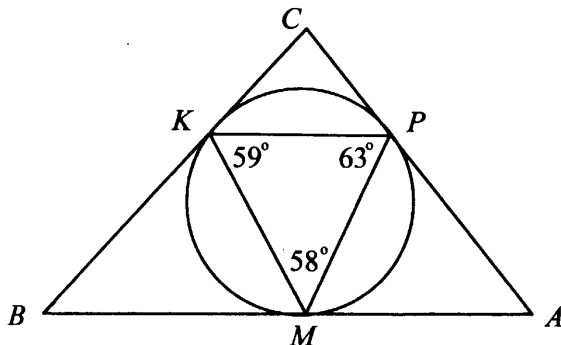


Рис. 311.

2. а) $\angle BMK = \angle BKM = \angle MPK = 63^\circ$,

б) $\angle MBK = 180^\circ - 63^\circ - 63^\circ = 54^\circ$.

3. $\angle BAC = 180^\circ - 2 \cdot 59^\circ = 62^\circ$.

4. $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ) = 64^\circ$.

Ответ: 62° ; 54° ; 64° .

Замечание. Задачу можно решить и не зная свойства угла между касательной и хордой. Например, для нахождения угла B в этом случае достаточно рассмотреть четырёхугольник $BKOM$, где O — центр окружности. $\angle BKO = \angle BMO = 90^\circ$, $\angle KOM = 2 \cdot 63^\circ$, тогда $\angle KBM = 360^\circ - \angle KOM - \angle BKO - \angle BMO$.

25. План доказательства. В школьных задачах нередко используется признак вписанного четырёхугольника. Попробуем свести задачу к использованию этого признака.

1. Достроим треугольник ABD до вписанного четырёхугольника $ABDM$.

2. Докажем, что четырёхугольник $ACDM$ является вписанным.

3. Докажем, что окружности, описанные около четырёхугольников $ABDM$ и $ACDM$, совпадают.

Доказательство.

1. Опишем около треугольника ABD окружность и на её дуге AD отметим произвольную точку M , расположенную в той полуплоскости, в которой нет точек B и C (см. рис. 312). По построению четырёхугольник $ABDM$ вписан в окружность, поэтому $\angle AMD + \angle ABD = 180^\circ$.

2. По условию $\angle ABD = \angle ACD$, поэтому $\angle AMD + \angle ACD = 180^\circ$. Значит, в четырёхугольнике $ACDM$ сумма противоположных углов AMD и ACD равна 180° , а следовательно, четырёхугольник $ACDM$ — вписанный.

3. Окружности, описанные около четырёхугольников $ABDM$ и $ACDM$, описаны и около треугольника AMD , поэтому совпадают (так как около треугольника можно описать единственную окружность). Значит, точки A, B, C, D лежат на одной окружности.

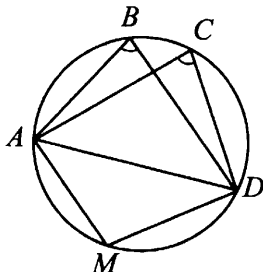


Рис. 312.

26. План решения.

1. Докажем подобие $\triangle TCB$ и $\triangle TCA$ (см. рис. 313).
2. Найдём коэффициент подобия.
3. С помощью коэффициента подобия найдём искомый радиус.

Решение. 1. Обозначим угол A треугольника ABC через α (см. рис. 313).

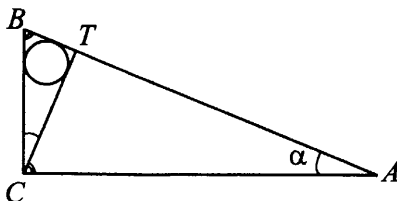


Рис. 313.

Тогда $\angle ACT = \angle TBC = 90^\circ - \alpha$ и $\angle TCB = \alpha$. Значит, $\triangle TCB \sim \triangle TCA$ по двум углам. При этом парой сходственных сторон, в частности, будут гипотенузы BC и AC .

2. Коэффициент подобия k равен отношению сходственных сторон:

$$k = \frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}.$$

3. Обозначим через r_1 радиус окружности, вписанной в треугольник $ТСВ$, а через r_2 — радиус вписанной окружности треугольника $ТСА$. По условию $r_1 = 10$. Тогда $\frac{r_1}{r_2} = k$, $\frac{10}{r_2} = \frac{5}{12}$, $r_2 = 24$.

Ответ: 24.

Решение варианта 37

$$21. \frac{3a - 2b + 4}{2a - 3b + 4} = 5,$$

$$3a - 2b + 4 = 5(2a - 3b + 4),$$

$$10a - 15b + 20 - 3a + 2b - 4 = 0,$$

$$7a - 13b + 16 = 0,$$

$$7a - 13b + 10 + 6 = 0,$$

$$7a - 13b + 10 = -6.$$

Ответ: -6.

22. Третий велосипедист выехал через $0,75 + 1,25 = 2$ (ч) после выезда первого. Пусть все велосипедисты выехали из пункта А. Через 2 часа после начала движения первый велосипедист будет на расстоянии $2 \cdot 15 = 30$ км (к тому времени он был в пути 2 часа), а второй — на расстоянии $(2 - 0,75) \cdot 12 = 15$ км (к тому времени он был в пути $(2 - 0,75)$ часа). Пусть скорость третьего велосипедиста равна v км/ч ($v > 12$). Тогда его скорость сближения с первым равна $(v - 15)$ км/ч, а со вторым — $(v - 12)$ км/ч. Значит, первого он догонит через $\frac{30}{v - 15}$ ч, а второго — через $\frac{15}{v - 12}$ ч. По усло-

вию задачи должно выполняться равенство $\frac{30}{v - 15} - \frac{15}{v - 12} = 1,5$;

$$\frac{20}{v - 15} - \frac{10}{v - 12} = 1; 20(v - 12) - 10(v - 15) = (v - 15)(v - 12);$$

$20v - 240 - 10v + 150 = v^2 - 27v + 180$; $v^2 - 37v + 270 = 0$, $v_1 = 27$, $v_2 = 10$. Из этих значений только $v = 27$ удовлетворяет условию $v > 12$. Значит, искомая скорость равна 27 км/ч.

Ответ: 27 км/ч.

23. Графиком функции $y = x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ является парабола с вершиной в точке $(-4; 0)$, ветви параболы направлены вверх. При этом $(-5 + 4)^2 = 1$, то есть парабола проходит через точку $(-5; 1)$. Графи-

ком функции $y = -\frac{5}{x}$ является гипербола, также проходящая через точку $(-5; 1)$.

Построим исходную кусочно-заданную функцию (см. рис. 314).

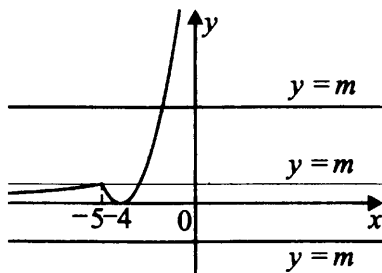


Рис. 314.

Из рисунка видно, что горизонтальная прямая $y = t$ имеет единственную точку пересечения с построенным графиком при $t = 0$ и $t > 1$. Две точки пересечения будут при $t = 1$.

Значит, условию удовлетворяют значения t из множества $\{0\} \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $\{0\} \cup [1; +\infty)$.

24. Пусть O — центр окружности, DC — диаметр (см. рис. 315). $AB^2 = AC \cdot AD$ по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки. Так как $AB = 7$, а $AC = 14$, то $49 = 14 \cdot AD$, откуда $AD = 3,5$. Тогда $DC = AC - AD$, $DC = 14 - 3,5 = 10,5$.

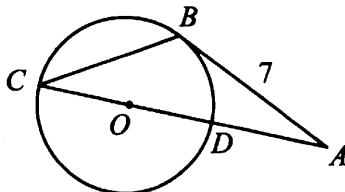


Рис. 315.

Ответ: 10,5.

25. $\angle MST = \angle 2 + \angle 4$ как внешний угол треугольника PST .

$\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ как вписанные углы, опирающиеся на одни и те же дуги (см. рис. 316).

$\angle MKP = \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$. Значит, $\angle MST = \angle MKP$.

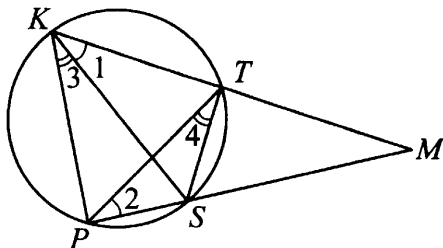


Рис. 316.

Угол M — общий у треугольников KPM и STM , $\angle MST = \angle MKP$, поэтому треугольники KPM и STM подобны.

26. В соответствии с условием рассмотрим рисунок 317.

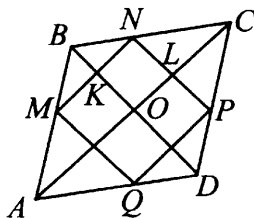


Рис. 317.

Пусть AC — большая диагональ и $AC = d_1$, а $BD = d_2$, тогда по условию $d_2 = \frac{2}{3}d_1$, $d_1 = \frac{3}{2}d_2$. Обозначим через a сторону ромба $MNPQ$ и через α угол COD между диагоналями параллелограмма. Тогда α будет углом между соответствующими сторонами ромба. Отсюда получаем, что

$$\frac{S_{MQPN}}{S_{ABCD}} = \frac{a^2 \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \alpha} = 2 \cdot \frac{a}{d_1} \cdot \frac{a}{d_2}.$$

$$\triangle AOB \sim \triangle MKB \text{ и } \triangle COB \sim \triangle NKB, \text{ откуда } \frac{AO}{MK} = \frac{BO}{BK} = \frac{OC}{KN}.$$

Но $AO = OC$, поэтому $MK = KN = \frac{a}{2}$. Аналогично $NL = LP = \frac{a}{2}$.

Так как $BD \parallel NP$, то $OK = NL = \frac{a}{2}$.

Следовательно, из равенства $\frac{AO}{MK} = \frac{BO}{BK}$ вытекает, что

$$\frac{\frac{d_1}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\frac{d_2}{2}}{\frac{d_2}{2} - \frac{a}{2}}, \frac{a}{d_1} = \frac{d_2 - a}{d_2}, \frac{a}{d_1} = 1 - \frac{a}{d_2}, \frac{a}{d_1} + \frac{a}{d_2} = 1.$$

Отсюда получаем: $\frac{a}{\frac{3}{2}d_2} + \frac{a}{d_2} = 1, \frac{2a}{3d_2} + \frac{a}{d_2} = 1, \frac{5a}{3d_2} = 1, \frac{a}{d_2} = \frac{3}{5};$

$$\frac{a}{d_1} + \frac{a}{d_2} = 1; \frac{a}{d_1} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}. \text{ Поэтому}$$

$$\frac{S_{MQNP}}{S_{ABCD}} = 2 \cdot \frac{a}{d_1} \cdot \frac{a}{d_2} = 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}.$$

Ответ: $\frac{12}{25}$.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Тома на 8% выше среднего. Какой рост у Тома?
2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 рублей?
3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота (в сантиметрах) прыжка взрослого кенгуру?
4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?
5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?
6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раза. В каком аквариуме хомячков стало больше?
7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?
8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?

9. В первом спичечном коробке было в 3 раза больше спичек, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек стало больше?
10. На складе А было на 50% продукции больше, чем на складе В. Через месяц количество продукции на складе А уменьшилось в 1,25 раза, а на складе В — увеличилось на 25% по сравнению с первоначальным. На каком складе продукции стало больше?
11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%. При этом неуспевающих по какому-либо предмету в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведены точные данные (не подвергались округлению)?
12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше: блондинов или блондинок?
13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?
14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была 20°C ?
15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5%-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)
16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?
17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?
18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Какова теперь зарплата рабочего, если до увеличения она составляла 4000 рублей?
19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?
20. По расчётам одной группы физиков масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков масса всех нейтронов, протонов и электронов

во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков относит массу барионной материи большую долю?

21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое количество клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

$$22. \frac{25x^2 - 9}{x^2 + x - 12} \cdot \frac{x + 4}{5x + 3} + \frac{2x}{3 - x}.$$

$$23. \frac{9x^2 - 49}{2x^2 + 15x - 8} \cdot \frac{x + 8}{3x + 7} - \frac{1}{1 - 2x}.$$

$$24. \left(\frac{x + 3y}{x^2y - 3xy^2} + \frac{3}{x^2 + 3xy} \right) \cdot \frac{9y^3 - x^2y}{(9y + x)^2}.$$

$$25. \left(\frac{2x + y}{2x^2y - xy^2} - \frac{2}{y^2 + 2xy} \right) : \frac{(6x + y)^2}{4x^3 - y^2x}.$$

$$26. \left(\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + ab - 6b^2} - \frac{a^2 - 9b^2}{a^2 + 6ab + 9b^2} \right) \cdot \frac{a + 3b}{b}.$$

$$27. \left(\frac{6a + 1}{a^2 - 6a} + \frac{6a - 1}{a^2 + 6a} \right) \cdot \frac{a^4 - 35a^2 - 36}{a^4 + 2a^2 + 1}.$$

$$28. \left(\frac{x + 7a}{7ax - x^2} + \frac{x - 7a}{7ax + x^2} \right) : \frac{28a}{x^2 - 49a^2}.$$

$$29. \left(\frac{x - 4a}{4ax - x^2} + \frac{4a + x}{4xa + x^2} \right) : \frac{16a}{x^2 - 16a^2}.$$

$$30. \left(\frac{x^2 - 2ax + 4a^2}{x - 2a} + \frac{x^2 + 2ax + 4a^2}{2a + x} \right) \cdot \frac{4a^2 - x^2}{2x^3}.$$

$$31. \left(\frac{x + 4a}{x - a} - \frac{3 - ax}{x + a} - \frac{5a - 3 - a^2}{x^2 - a^2} : \frac{1}{x} \right) \cdot (x^2 - a^2).$$

$$32. \frac{b^2}{a - b} : \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{ab + b^2} - \frac{a^2 - ab + b^2}{ab - b^2} \right).$$

$$33. \left(\frac{a + b}{a - b} - \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \right) \cdot \frac{ab^3 - a^4}{b^5 - 4a^4b}.$$

$$34. \left(\frac{2a-4b}{b^2+4ab} - \frac{3a+b}{b^2-4ab} \right) \cdot (b^2-4ab) + \frac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}.$$

$$35. \left(\frac{a+b}{a^2-b} - \frac{a-b}{a^2+b} \right) : \frac{a+1}{a^2-b}.$$

$$36. \frac{16}{a+5} - \frac{3-2a}{72a^2+24a+8} \cdot \frac{-8+216a^3}{2a^2+7a-15}.$$

$$37. \left(\frac{1}{a-1} - \frac{a^2-1}{a+1} \right)^{-1} + \frac{a^2-a-1}{a^2-2a}.$$

$$38. \left(\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a-1} \right)^{-1} + \frac{2}{a^2+1}.$$

$$39. \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.$$

$$40. \frac{(a+b)^3}{a^2-ab+b^2} - 3 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3}{a+b} \right)^{-1}.$$

$$41. \left(a + \frac{b-a}{1+ab} \right) : \left(1 - \frac{a(b-a)}{1+ab} \right).$$

$$42. \left(a - \frac{4a-9}{a-2} \right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2} \right).$$

$$43. \left(x+1 - \frac{12x-13}{x+3} \right) : \left(x-3 - \frac{7}{x+3} \right).$$

$$44. \frac{x}{\frac{2}{x+1} - 1} - \frac{2 + \frac{4x}{1-x}}{x+1} + 3.$$

$$45. \frac{18 \cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1} \cdot 2^{4n-3}}.$$

$$46. \left(\frac{3}{4a-b} - \frac{2}{4a+b} - \frac{1}{4a-5b} \right) : \frac{b^2}{16a^2-b^2}.$$

$$47. \left(\frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x^2+5x+6} \right) : \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right).$$

$$48. \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{13}{4-\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{3+3\sqrt{3}}.$$

$$49. \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}}.$$

$$50. \left(\frac{2m}{m-7} + \frac{4m}{m^2-14m+49} \right) \cdot \frac{m^2-9m+14}{m-5} + \frac{10m}{7-m}.$$

$$51. \left(\frac{m}{m-5} + \frac{3m}{2m^2-11m+5} \right) \cdot \frac{m^2+m-30}{m+1} - \frac{4m}{2m-1}.$$

$$52. \sqrt{(2 - \sqrt[3]{20})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt[3]{20})^2}.$$

$$53. \sqrt{(\sqrt[5]{240} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt[5]{240} - 3)^2}.$$

$$54. \left(\left(\frac{b^2 - 2b + 2}{b^4 + 4} \right)^{-1} - 1 \right) \cdot (b + 1)^{-1}.$$

$$55. x^{-8} \cdot \left(\frac{1}{x-1} + (x+1)(x^2+1)(x^4+1) \right).$$

$$56. \frac{4 \cdot 36^n}{2^{2n+2} \cdot 3^{2n-3}}.$$

$$57. \frac{8 \cdot 100^n}{5^{2n-2} \cdot 2^{2n+1}}.$$

$$58. \frac{(5^{1-5n})^2 \cdot (4^{2n+1})^3 \cdot (2,5)^{11n}}{160}.$$

$$59. 81 \cdot \frac{(3 \cdot 3^n)^{3n}}{(9^n)^2} : 27^{n^2-n}.$$

$$60. \frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}.$$

$$61. \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}.$$

Найдите сумму иррациональных чисел (62–63):

$$62. \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}.$$

$$63. \sqrt{21-12\sqrt{3}} + \sqrt{21+12\sqrt{3}}.$$

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение

$$\text{выражения } \frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}?$$

65. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} + \frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}+\sqrt{13})} + \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{15}-\sqrt{13})}.$$

Упростите выражение (66–67):

$$66. \frac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}.$$

$$67. \frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}} \quad (a < 0, b < 0).$$

Сократите дробь (68–71):

$$68. \frac{2ab - 10a + 5 - b}{2a^2 - 7a + 3}.$$

$$69. \frac{6 - 9n + 6mn - 4m}{3n^2 + n - 2}.$$

$$70. \frac{3ab + 21a + 2b + 14}{9a^2 + 9a + 2}.$$

$$71. \frac{4ab - 16a + b - 4}{16a^2 - 8a - 3}.$$

Упростите выражение (72–85):

$$72. \left(\frac{n+1}{n^2+4n+4} - \frac{n-1}{n^2-4} \right) : \frac{2n}{(n+2)^2}.$$

$$73. \left(\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x-1} \right) : \frac{5}{(x-1)^2}.$$

$$74. \left(\frac{a(1-a)}{2} + \frac{a^2-4a+3}{2a^2-6a} \right) : (a-1)^2.$$

$$75. \left(\frac{(b^2-3b+2)(b-1)}{b^2} - \frac{b^2-4b+3}{b} \right) : (b-1)^2.$$

$$76. \left(\frac{k+2}{k^2+3k-4} - \frac{k-8}{k^2+8k+16} \right) : \frac{5}{(k+4)^2}.$$

$$77. \left(\frac{1}{t^2-4} - \frac{1}{t^2+t-6} \right) : \frac{1}{t^2+5t+6}.$$

$$78. \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}.$$

$$79. \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$$

$$80. \left(\frac{m-3}{m^2-4m+3} - \frac{2m}{m^2-1} \right) : \frac{1}{5m+5}.$$

$$81. \left(\frac{m+3}{m^2+4m+4} - \frac{2m+6}{m^2+5m+6} \right) \cdot \frac{m^2-4}{m+1}.$$

$$82. \left(\frac{x-1}{x^2-6x+8} - \frac{3}{x^2-16} \right) : \frac{2x^2+4}{x^2+2x-8} + \frac{1}{8-2x}.$$

$$83. \left(\frac{x+6}{x^2-6x} + \frac{x-6}{x^2+6x} \right) : \frac{x^2+36}{x^2-36} - \frac{2}{x}.$$

$$84. \left(\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} - \frac{a^2}{a+b} \right) \left(\frac{-1}{b^2} \right).$$

$$85. \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} + \frac{b}{a+b} \right) \frac{a+b}{3b}.$$

$$86. \text{Докажите тождество } \left(\frac{2a+1}{2a-1} - \frac{2a-1}{2a+1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{4a^2} \right) = \frac{4a-2}{2a^2+a}.$$

Упростите выражение (87–95):

$$87. \left(a - b + \frac{4ab}{a-b} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{2ab}{b^2-a^2} \right).$$

$$88. \frac{1}{3b-1} - \frac{27b^3-3b}{9b^2+1} \cdot \left(\frac{3b}{9b^2-6b+1} - \frac{1}{9b^2-1} \right).$$

$$89. \frac{3}{2a-3} - \frac{8a^3-18a}{4a^2+9} \cdot \left(\frac{2a}{4a^2-12a+9} - \frac{3}{4a^2-9} \right).$$

$$90. \left(\frac{2x}{x+1} + \frac{3}{x-4} - \frac{6-4x}{x^2-3x-4} \right) : \frac{2x-3}{x}.$$

$$91. \frac{2x-5}{x} : \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{2}{x-2} - \frac{21-3x}{x^2+x-6} \right).$$

$$92. \left(\frac{1}{a+2} + \frac{5}{a^2-a-6} + \frac{2a}{a-3} \right) \cdot \frac{a}{2a+1}.$$

$$93. \left(\frac{2}{b+1} + \frac{10}{b^2-3b-4} + \frac{3b}{b-4} \right) : \frac{3b+2}{3}.$$

$$94. \left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m+2} - \frac{m^2-2m}{m^2-2m-3} \right) : \frac{1}{m^2-m-6} - \frac{5}{m+1}.$$

$$95. \left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m-4} - \frac{m^2-4m}{m^2-4m+3} \right) : \frac{m}{m^2+m-12}.$$

96. Разложите многочлен $mn^2 - n^2 + mn - n$ на линейные множители.

97. Сократите дробь $\frac{3x^2+7x-6}{x^2-9}$ при $x \neq \pm 3$.

98. Разложите на множители $\frac{1}{xy} \cdot (x^3y - 2xy^3 - x^2y^2)$ при $xy \neq 0$.

99. Разложите на множители $\frac{1}{xy} \cdot (x^3y - 3xy^3 + 2x^2y^2)$ при $xy \neq 0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения $(2x^2 + 3y + x + 5)^2 + (y + 3 - 2x)^2$ и значения x и y , при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения $(7x - 3y + 11)^2 + (2x + 6y - 14)^2 - 5$ и значения x и y , при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения $(17 - 4x - 5y)^2 + (3x - y - 4,2)^2 + 3$ и значения x и y , при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0; y_0)$, при которых верно равенство $\sqrt{3x - 5y - 1} + \sqrt{x + 4y - 6} = 0$.

104. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при которых равны значения выражений $2 + \sqrt{2a - 3b - 1}$ и $\sqrt{4 - (a - 2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

105. $\frac{2}{x^2 - x - 12} + \frac{6}{x^2 + 4x + 3} = \frac{1}{x + 3}.$

106. $\frac{3}{x^2 + 4x - 5} - \frac{5}{x^2 - 8x + 7} = \frac{2}{x - 1}.$

107. $\frac{3}{x^2 + x - 6} - \frac{2}{2x^2 - 5x + 2} = \frac{x}{2x^2 + 5x - 3}.$

108. $\frac{x}{2 + 3x} - \frac{5}{3x - 2} = \frac{15x + 10}{4 - 9x^2}.$

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0.$

110. $2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0.$

111. $10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3.$

112. $(x^2 + 3)^2 + 3 = 7x^3 - 7x^2 + 7x.$

113. $5x^3 + 3x^2 - 5x - 3 = 0.$

114. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0.$

115. $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0.$

116. $x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = 0.$

117. $x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0.$

118. Докажите, что уравнение $(x^2 + 8x + 17)(x^2 - 4x + 7) = 3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $(x^2 - 6x + 10)(x^2 - 10x + 32) = 7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

120. $\frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{1 - x^2} = \frac{1}{x + 1}.$

121. $\frac{4}{x^2 + 6x + 9} - \frac{6}{9 - x^2} = \frac{1}{x - 3}.$

122. Найдите координаты точек пересечения параболы

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ и прямой $2x - y - 5 = 0.$

123. Найдите координаты точек пересечения параболы

$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7$ и прямой $3x + 2y - 1 = 0.$

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \frac{2}{x^2} = 3.$

125. График функции $y = ax^2 + bx + c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x.$

126. Найдите все решения уравнения $\frac{x^2 - 10}{x^2 + 2} + x^2 - 2 = 1.$

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9.$

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3.$

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4.$

130. $\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} - 3\right)\left(\frac{(x^2 - 5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0.$

131. $\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right)\left(\frac{(x^2 - 1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0.$

Решите систему уравнений (132–133):

132. $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

133. $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}.$

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение $x^2 + 2x\sqrt{2} + 8,4 = -3x.$

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:

1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

$$139. \begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$$

$$140. \begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$$

$$141. \begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$$

$$142. \begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$$

$$143. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$$

$$144. \begin{cases} \frac{x+3}{y+2} - \frac{y+4}{x-1} = \frac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

$$145. \begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

$$146. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

$$147. \begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$$

$$148. \begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$$

149. Среднее геометрическое двух чисел превышает меньшее из этих чисел на 12, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150–158):

$$150. \begin{cases} 2x - \frac{12x + y}{8} = 3, \\ \frac{x - y}{2} + \frac{1}{16} = \frac{y}{3}. \end{cases}$$

$$151. \begin{cases} \frac{x + y}{5} + 2x = 11, \\ \frac{3y}{5} + \frac{y - x}{15} = \frac{x}{5}. \end{cases}$$

$$152. \begin{cases} \frac{x - 2y}{3} + \frac{11}{3} = 2x, \\ 2 + \frac{y - x}{4} = \frac{y}{7}. \end{cases}$$

$$153. \begin{cases} \frac{x + 3y}{4} - \frac{15}{2} = -\frac{x}{2}, \\ \frac{5y}{2} + 3 = -\frac{x + y}{5}. \end{cases}$$

$$154. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7, \\ x + 5xy + y = 1. \end{cases}$$

$$155. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6, \\ x + 10xy + y = 2. \end{cases}$$

$$156. \begin{cases} 2(x - 3) - 4(y + 7) = 1, \\ 3(2 - x) + 7(y - 1) = 3. \end{cases}$$

$$157. \begin{cases} \frac{5x}{6} + \frac{2y - x}{3} = 1, \\ \frac{x}{6} - \frac{y - 2x}{3} = -2\frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$158. \begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами (x^2, y^2) . Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y^2 = 7, \\ xy^2 = 12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами $(|x|, |y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

162. $\begin{cases} \frac{9}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3, \\ \frac{18}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -3. \end{cases}$

163. $\begin{cases} \frac{6}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 7, \\ \frac{3}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$

164. $\begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3, \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$

165. $\begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2, \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$

166. $\begin{cases} (2x+y)^2 = 2x+2+y, \\ x-y = 7. \end{cases}$

167. $\begin{cases} (3x-y)^2 = 12-3x+y, \\ x+y = 5. \end{cases}$

168. $\begin{cases} \frac{x}{y} + 1 = \frac{6y}{x}, \\ x+y = 3. \end{cases}$

169. $\begin{cases} \frac{x}{y} + 3 = \frac{4y}{x}, \\ y-x = 5. \end{cases}$

170. $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1, \\ x - 11xy - y = -1. \end{cases}$

$$171. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ x + 10xy - y = 1. \end{cases}$$

$$172. \begin{cases} 3x^2 + 2xy = 9, \\ |2x + y| = 5. \end{cases}$$

$$173. \begin{cases} 2xy + y^2 = 15, \\ |x - y| = 6. \end{cases}$$

$$174. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{6y}{x} = 5, \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 18. \end{cases}$$

$$175. \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$$

$$176. \begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x + y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$$

$$177. \begin{cases} (x^2 - 4y^2)(x - 2y) = 640, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$$

$$178. \begin{cases} (x^2 - y^2)(x - y) = 81, \\ x + y = 9. \end{cases}$$

$$179. \begin{cases} (y^2 - x^2)(y - x) = 75, \\ x - y = -5. \end{cases}$$

$$180. \begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3. \end{cases}$$

$$181. \begin{cases} x(x + y) = 15, \\ y(x + y) = 10. \end{cases}$$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

$$182. x - 2 \leq \frac{-6,25}{x + 3}.$$

$$183. x - 2 \leq \frac{-2,25}{x + 1}.$$

$$184. \frac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{4x + 1} \geq \frac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{2x + 3}.$$

$$185. \frac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 - 0,5x + 0,5}} \geq \frac{5x + 1}{\sqrt{-x^2 - 0,5x + 0,5}}.$$

$$186. x^2 + \frac{1}{x^2} > 7.$$

$$187. x^2 + \frac{4}{x^2} < 5.$$

$$188. x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1 \leq 0.$$

$$189. x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leq 0.$$

Решите систему неравенств (190–193):

$$190. \begin{cases} \frac{6-x}{x+3} \geq 0, \\ \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$191. \begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \frac{1}{x} \geq \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$192. \begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 - \frac{x}{4} < x. \end{cases}$$

$$193. \begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$$

Найдите область определения выражения (194–201):

$$194. \frac{\sqrt{14x^2 - 3x - 5}}{x^3 - x}.$$

$$195. \frac{\sqrt{3x^2 - 20x - 7}}{2x^2 + 5x} + \frac{2x + 1}{3x - 21}.$$

$$196. \frac{\sqrt{x^2 - 4x - 21}}{x^2 - 25}.$$

$$197. \frac{100 - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}.$$

$$198. \frac{\sqrt[6]{x^2 + 2x + 1}}{14 - 3x}.$$

$$199. \frac{\sqrt[4]{x + 12 - x^2}}{4 - x^2}.$$

200. $\frac{\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x^2-36}}{x^2-49}.$

201. $\frac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7-x^2}}{5+x^3}.$

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2+9x-35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16-2x-3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{20x-11x^2-3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s , при которых выражение $\sqrt{\frac{123}{11s-6-3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x , при которых не определено выражение $\frac{x^2-9}{(x+3)\sqrt{2x^2-11x+12}}.$

207. Найдите множество значений x , при которых не определено выражение $\frac{\sqrt{4x^2-11x-3}}{1-\frac{6}{x+1}}.$

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств

$$\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств

$$\begin{cases} y < 1, \\ x - y < 5, \\ 3x + y > 3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6-x}{2} - 4 < \frac{2+3x}{5} - 1, \\ x - \frac{6-x}{2} < \frac{x}{3}. \end{cases}$$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{6x+1}{3} - \frac{5x-1}{2} \leq \frac{10-x}{5}, \\ 3 - \frac{2x}{3} \geq 1 - \frac{x}{6}. \end{cases}$$

Решите систему неравенств (212–221):

$$212. \begin{cases} (x^2 - 3x + 2)^4 \leq 0, \\ (x^2 + 4x + 1)^2 \geq 100. \end{cases}$$

$$213. \begin{cases} (x^2 - 13x + 42)^2 \leq 0, \\ (x^2 - 6x + 2)^2 \leq 64. \end{cases}$$

$$214. \begin{cases} (x^2 - 16x + 63)^2 \leq 0, \\ (8x - x^2 - 9)^2 \leq 81. \end{cases}$$

$$215. \begin{cases} (x^2 - 4x + 3)^2 \leq 0, \\ (-x^2 - x - 3)^2 \geq 49. \end{cases}$$

$$216. \begin{cases} \left(\frac{2}{x^2 - 2x - 1} + 2x^2 - 4x - 7 \right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0. \end{cases}$$

$$217. \begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \frac{2}{x^2 - 5x + 6} \right)^2 \leq 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leq 0. \end{cases}$$

$$218. \begin{cases} (x^2 + 5x)^2 - 12x^2 - 60x + 36 \leq 0, \\ (x^2 - 2x - 15)^2 \leq 900. \end{cases}$$

$$219. \begin{cases} (x^2 + 3x - 5)^2 - 10x^2 - 30x + 75 \geq 0, \\ (x^2 - x - 4)^2 \leq 625. \end{cases}$$

$$220. \begin{cases} (x - 2)^2(x^2 + 2x - 1)^2 \leq 0, \\ |x| - 1 < 1. \end{cases}$$

$$221. \begin{cases} (4x^2 - 4x + 1)(x^2 + 2x - 4)^2 \leq 0, \\ |2x + 3| < 4. \end{cases}$$

Решите неравенство (222–225):

$$222. x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 \geq 0.$$

$$223. x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81 \geq 0.$$

$$224. (2x^2 - x)^2 < 1.$$

$$225. (|x + 1| - |x|)^2 \cdot (|x + 1| + |x|) < \frac{1}{(|x + 1| + |x|)}.$$

Решите систему неравенств (226–231):

$$226. \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x + 3} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2 - 5x + 5)^2} \leq 1. \end{cases}$$

$$227. \begin{cases} \sqrt{5x+6-x^2} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2-8x+11)^2} \leq 4. \end{cases}$$

$$228. \begin{cases} \sqrt{-x^2+3,5x+4,5} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2-7x+11)^2} \geq 1. \end{cases}$$

$$229. \begin{cases} \sqrt{-x^2-4,5x+5,5} \geq 0, \\ \sqrt{(x^2+6x+6,5)^2} \geq 1,5. \end{cases}$$

$$230. \begin{cases} (x^2-4x-3)^2 + \frac{16}{(x^2-4x-3)^2} \leq 8, \\ x^2-4x-5 \geq 0. \end{cases}$$

$$231. \begin{cases} (x^2-3x+5)^2 + \frac{81}{(x^2-3x+5)^2} \leq 18, \\ x^2+x-2 \leq 0. \end{cases}$$

Решите неравенство (232–237):

$$232. \sqrt{x^2-4} \cdot (x^2+2x-15) \geq 0.$$

$$233. \sqrt{9-x^2} \cdot (x^2+x-2) \leq 0.$$

$$234. \frac{x^2}{16} \leq \frac{3-2x}{3}.$$

$$235. \frac{x^2}{8} \leq \frac{2-x}{3}.$$

$$236. \frac{x^2}{3} \leq \frac{5x-3}{4}.$$

$$237. \frac{x^2}{3} \geq \frac{x+14}{12}.$$

238. Найдите наибольшее целое значение x , при котором разность дробей $\frac{58-5x}{3}$ и $\frac{2x+12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x , при котором разность дробей $\frac{23-2x}{5}$ и $\frac{3x-11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

$$240. \frac{\sqrt{-15+13x-2x^2}}{x^2-4}.$$

$$241. \frac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x^2-16}.$$

242. $\frac{\sqrt{12 - x - x^2}}{9 - x^2}.$

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ...

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии $-41,4$; $-40,2$; ...

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ...

246. Турист, поднимаясь в гору, за первый час достиг высоты 580 м, а за каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньше, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

247. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание — на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

248. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

249. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.

250. Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?

251. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. Каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

252. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

253. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

254. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.

255. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.

256. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии 84,1; 78,3; ...

257. Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d , а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d .

258. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27 и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.

259. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12 и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.

260. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

261. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а из второго и третьего вычесть соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

262. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

263. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

264. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.

265. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.

266. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?

267. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7$, $a_{12} = -17$?
268. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5$, $a_{11} = 12$?
269. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.
270. Три числа образуют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.
271. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?
272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?
273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?
274. Составляют ли второй, четвёртый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 8, а восьмой равен 33?
275. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.
276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5 ?
277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти её членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.
278. Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трёх её членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.
279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.
280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трёх членов этой прогрессии к её третьему члену.

281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.

282. Ученик 9-го класса Петя решил с начала месяца делать по утрам зарядку. Каждый день он делал на 2 отжимания больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?

283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год на 15 единиц продукции больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8-го года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?

284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.

285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем за предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание — на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d . Найдите d .

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена

$a_n = \frac{n - 18}{0,25}$. Найдите сумму первых тридцати её членов с чётными номерами: $a_2 + a_4 + \dots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$b_n = 16 \cdot (-0,5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна (-72) . Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму первых 10 членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый больше третьего на 36.

296. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b .

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее утроить, а наибольшее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее удвоить, а наибольшее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменений, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменений, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность $x, x + 2, 5x - 2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x, x + 1, x - 5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a + b, b + c, c + a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c + a, a + b, b + c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q , а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q .

311. Первый, второй и четвёртый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе числа увеличить на 1, а третье уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$, $b_5 = 12$, $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n , если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n , если $b_2 + b_4 = \frac{20}{3}$ и $b_1 + b_3 = 20$.

322. Найдите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18$, $b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32$, $b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\frac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1; ... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1; ... ?

326. Три положительных числа b_1 , b_2 , b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{12}$.

Найдите b_2 .

327. Три положительных числа b_1 , b_2 , b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\frac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

$$328. y = -\frac{9x + x^3}{3x}.$$

$$329. y = \frac{8x - x^3}{4x}.$$

$$330. y = \frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}.$$

$$331. y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ -(x-1)^2 + 1, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$332. y = \begin{cases} -(x-1)^2, & \text{если } x \geq 0, \\ x^2 + 2x - 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

$$333. y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, & \text{если } x \geq 1, \\ -2x^2 + 4, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$

$$334. y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}.$$

$$335. y = \frac{x - 4}{x^2 - 4x}.$$

$$336. y = x + \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{9 - 12x + 4x^2}.$$

$$337. y = \sqrt{16x^2 + 56x + 49} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 5x.$$

$$338. y = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 4)}{(x - 4)(2 - x)}.$$

$$339. y = \frac{(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8)}{(3 - x)(x - 2)}.$$

340. На рисунке 318 изображён график функции вида $y = |ax + b| + c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a , b , c , считая, что $a > 0$.

341. На рисунке 319 изображён график функции вида $y = |ax^2 + bx + c|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a , b , c , считая, что $a > 0$.

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0,125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0,25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

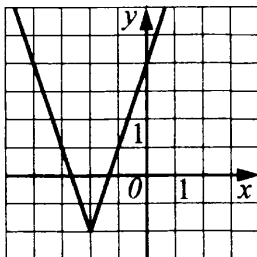


Рис. 318.

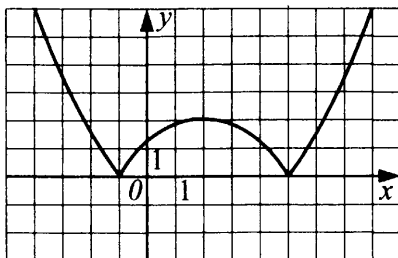


Рис. 319.

344. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.

345. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.

346. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.

347. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.

348. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.

349. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.

350. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.

351. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1 , касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.

352. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.

353. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.

354. Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболы.

355. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.

356. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.

357. Найдите точки, симметричные относительно оси Ox , одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболы $y = 16x^2 + 12x - 2$.

358. Найдите точки, симметричные относительно оси Oy , одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая — на параболы $y = 18x^2 - 33x$.

359. На рисунке 320 изображён график функции $y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A , B и C .

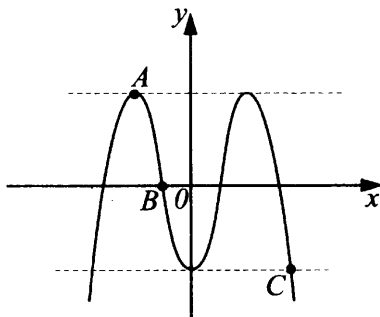


Рис. 320.

360. Постройте график функции $y = ||x + 1| - 2|$.

361. Парабола с вершиной в точке $(0; 4)$ проходит через точку $(3; -14)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?

362. Парабола с вершиной в точке $(0; -12)$ проходит через точку $(-1; -9)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?

363. Парабола с вершиной в точке $(4; -28)$ проходит через точку $(0; 4)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?

364. Парабола с вершиной в точке $(6; 33)$ проходит через точку $(0; -3)$. В каких точках она пересекает ось Ox ?

365. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -6$ и $x_2 = 2$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = 24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

366. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 6$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3 = -9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

367. Известно, что прямая $y = 2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = 1$.

368. Известно, что прямая $y = -2x - 1$ касается параболы $y = x^2$ в точке с координатами $x = -1, y = 1$. Напишите уравнение касательной к кривой $x = y^2$ в точке с координатами $x = 1, y = -1$.

369. Окружность с центром в точке $O(4; 3)$ проходит через точку $A(8; 6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

370. Окружность с центром в точке $O(2; 2)$ проходит через точку $A(3; 4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \frac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \frac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy ?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy ?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1,5 \leq y \leq 9$?

376. Постройте график функции $y = \frac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leq y \leq 2$?

377. Постройте график функции $y = \left| \frac{2 - x}{4} \right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left| \frac{3 + x}{6} \right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leq y \leq 2$?

379. Постройте график функции $y = 3 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

- 381.** Постройте график функции $y = \frac{5-x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 0,25$?
- 382.** Постройте график функции $y = \frac{3x-2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?
- 383.** Постройте график функции $y = \frac{x+2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1,5 \leq y \leq 3$?
- 384.** Постройте график функции $y = \frac{x+5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1,5$?
- 385.** Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leq y \leq 4$?
- 386.** Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leq y \leq -5$?
- 387.** Постройте график функции $y = \frac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leq 3\frac{2}{3}$?
- 388.** Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geq 3,3$?
- 389.** Постройте график функции $y = 7x - 5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40 .
- 390.** Постройте график функции $y = 6x - 7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49 .
- 391.** Постройте график функции $y = \frac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 3,5$?
- 392.** Постройте график функции $y = \frac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leq y \leq 4$?
- 393.** Постройте график функции $y = 3,5 - 0,5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 3,5$?
- 394.** Постройте график функции $y = 2,5 - 0,5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leq y \leq 2,5$?

395. Постройте график функции $y = -\frac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leq x \leq 4$?

396. Постройте график функции $y = \frac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leq x \leq 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397–401):

397. $y = \frac{\sqrt{2x-x^3}}{x^4-3x^2+1}$.

398. $y = \frac{\sqrt{x^3-7x}}{x^4-5x^2+4}$.

399. $y = \sqrt{x^2-9x-22} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2-2x-8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x-x^2-10} + \frac{1}{\sqrt{4x^2-20x+25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402–403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404–405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \frac{x^2-9}{6-2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \frac{9-x^2}{2x-6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \frac{4x-2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \frac{4}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0,5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$ всего

забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе за это же время съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\frac{2}{3}$

оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла до встречи в два раза большее расстояние, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причём скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом в 1 час. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется ещё столько же времени, чтобы второй катер догнал первый. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а себестоимость продукции, которая до этого составляла $\frac{3}{4}$ отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил суточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвёртая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвёртая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвёртая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвёртая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса, работая вместе?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч 20 мин; если 1-й, 2-й и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решат их за 7 минут. Второй студент и два школьника решат их за 10 минут. Два студента решат эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Вто-

рой, третий и четвёртый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвёртый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города А в город В, расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути, спустя 1 час после выезда из города В, водитель уменьшил скорость на 20 км/ч. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал из пункта А в пункт В со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью вдвое меньше первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта А, не меняя скорости. Найдите расстояние от пункта А до пункта В, если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше.

432. Два поезда выезжают одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт В через 50 часов, а второй — в пункт А через 8 часов. Сколько времени прошло с начала движения поездов до их встречи, если они двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человек, а затем на каждой следующей выходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

- 442.** Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд задержался в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?
- 443.** Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остаётся до начала матча?
- 444.** Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.
- 445.** Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50%-го раствора.
- 446.** Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.
- 447.** Катер должен проплыть 87,5 км за определённое время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут и, чтобы прийти вовремя в место назначения, увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера в км/ч.
- 448.** Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй — в A через 12 минут. Найдите время в пути каждого пешехода.
- 449.** В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.
- 450.** В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонементов увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на чётных местах среди первых двенадцати, к сумме членов, стоящих на нечётных местах среди первых двенадцати, равно $32 : 27$. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Вторым поездом прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B . Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B . Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришёл в пункт B на 4 часа позже, чем второй пришёл в пункт A ?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B . Пройдя 420 км, что составило 60% всего пути AB , поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда, с которой он прибыл на станцию B .

455. Двум швеям был поручен заказ. После того как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 6 дней, они установили, что им осталось выполнить $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнила бы весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила её за 3 часа. За какое время каждая машинистка смогла бы перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M , расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раза больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт B прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B , расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставшуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B . Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB , поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 минут, но в пункт B прибыл на 25 минут раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 минут, но в пункт B прибыл на 26 минут раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 минуты, и его скорость была в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B . Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A . Найдите расстояние между городами A и B .

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, за которое второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели полностью, причём Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута, а за третий и четвёртый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставшегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяжённость всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течёт со скоростью 5 литров в минуту, а из второго — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объём первого ведра больше объёма второго ведра?

472. Лодка плывёт в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошёл домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

479. Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?

480. Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?

481. Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.

482. Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.

483. Пароход идёт от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывёт плот от A до B , если известно, что собственная скорость парохода постоянна в течение всего пути.

484. Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?

485. Первый насос должен наполнить водой бассейн объёмом 360 м^3 , а второй — объёмом 480 м^3 . Первый насос перекачивал ежечасно на 10 м^3 воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объём воды перекачивает каждый насос за час?

486. Первый насос перекачивает 90 м^3 воды на 1 час быстрее, чем второй 100 м^3 . Сколько воды ежечасно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 м^3 воды больше, чем второй?

487. При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пароход идёт от пристани *A* до пристани *B* по течению реки 2,5 часа, а обратно — 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению реки больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта *A* в пункт *B* выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта *B* одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 9 часов после встречи приехал в пункт *A*, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт *B*. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта *A* в пункт *B* выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта *B* одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 16 часов после встречи приехал в пункт *A*, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт *B*. Сколько времени провёл в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий, то работа была бы выполнена за 3 дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 6 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два водных раствора одной и той же соли. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго растворов испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже четверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из *A* выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из *B*. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 часа расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами *A* и *B*. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-ного раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-ного раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоём они вырыли яму объёмом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы её в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоём они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевёз бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они перевезли бы всё зерно, если бы, работая по очереди, первый перевёз 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/ч скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-ного раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, вернулась назад, затратив на весь путь 35 минут. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 минут быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта *A* в пункт *B*, а второй — навстречу ему из пункта *B* в пункт *A* в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт *B* на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт *A*? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта *A* в пункт *B*, а в 9 ч из пункта *B* в пункт *A* выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт *A* на 11 часов раньше, чем велосипедист в пункт *B*? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше, чем работающим совместно второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько работающим совместно второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II сорта — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская фабрика производит два вида шоколада с содержанием какао-бобов — 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45% какао-бобов?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней мог бы вспахать всё поле каждый трактор в отдельности, если первый трактор может это сделать на два дня быстрее, чем второй?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъёмности. Вторым грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевезти весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a .

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a .

525. Найдите все положительные значения k , при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями $y = \begin{cases} -3x - 4, & \text{если } x < -2, \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ 3x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

526. Найдите все отрицательные значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями $y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x < -2, \\ -1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -x + 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

527. При каких значениях p прямая $y = 0,3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1,5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14?

- 531.** При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения $2x^2 - \frac{1}{2}x + (k - 3)(k + 5) = 0$?
- 532.** При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k - 1)(k + 7) = 0$?
- 533.** Найдите множество значений параметра l , при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l - 2)(l + 2) = 3$.
- 534.** Найдите все k , при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общие точки с параболой $y = kx^2 - (k - 3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k - 1)x^2 - 2kx + k + \frac{9}{4}$.
- 535.** Докажите, что уравнение $3 \cdot (4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a .
- 536.** Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a .
- 537.** Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x - a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.
- 538.** Найдите значения параметров k и b , при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.
- 539.** Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 - (a + 4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2 .
- 540.** Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $ax^2 - (2a + 3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.
- 541.** Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.
- 542.** Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 15.
- 543.** Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 14.
- 544.** Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трёх других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n -й степени из произведения этих чисел).
- 545.** Найдите все значения a , при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a - 1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1, 5; +\infty)$.

- 546.** Найдите все значения m , при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.
- 547.** Найдите все целые значения a , при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.
- 548.** Найдите все целые значения a , при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.
- 549.** Найдите все значения m , при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку.
- 550.** Найдите все значения m , при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ единственную общую точку.
- 551.** При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty)$ равно 7?
- 552.** При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?
- 553.** При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?
- 554.** При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?
- 555.** При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?
- 556.** При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x - 2} + \sqrt{7 - x} = c$ имеет хотя бы один корень?
- 557.** При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x + 3} + \sqrt{11 - 4x} = c$ имеет хотя бы один корень?
- 558.** Найдите все значения a , при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.
- 559.** Найдите все значения a , при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвёртой координатной четверти.
- 560.** Найдите число b , при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.
- 561.** Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.
- 562.** Найдите все значения параметра a , при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.
- 563.** Найдите все значения параметра a , при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.

- 564.** Найдите все значения параметра a , при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a + 1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.
- 565.** Найдите все значения параметра a , при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.
- 566.** Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a .
- 567.** Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a .
- 568.** При каких целых значениях n решение системы
$$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$$
 удовлетворяет условиям $x > 0, y < 0$?
- 569.** При каких целых значениях n решение системы
$$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases}$$
 удовлетворяет условиям $x > 0, y > 0$?
- 570.** Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.
- 571.** Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.
- 572.** Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.
- 573.** Найдите все значения a , при которых график функции $y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.
- 574.** Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k, l .
- 575.** Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b, c .
- 576.** Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b, c .
- 577.** Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b, c .

578. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет только положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2 - 6x + 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, & \text{если } x < -1, \\ |x| + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 3, \\ \frac{12}{x}, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ x + 1, & \text{если } -3 < x \leq 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ -x, & \text{если } -1 < x \leq 1, \\ -x^2 + 4x - 4, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \frac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

588. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?

589. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?

590. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?

591. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?

592. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и параболы $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?

593. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и параболы $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?

594. Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств
$$\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$$
 имеет ровно одно целое решение.

595. Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств
$$\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$$
 имеет ровно два целых решения.

596. При каких отрицательных значениях c параболы $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?

597. При каких значениях p параболы $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?

598. При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?

599. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и параболы $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?

600. Определите наибольшее целое значение a , при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.

601. При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?

- 602.** При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?
- 603.** При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?
- 604.** При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?
- 605.** При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?
- 606.** При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?
- 607.** При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?
- 608.** Найдите все значения a , при которых прямая $y = ax$ пересекает в трёх различных точках график функции
- $$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{при } x < -4, \\ -4, & \text{при } -4 \leq x \leq 4, \\ 2x - 12, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$
- 609.** При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a + 2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?
- 610.** При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a - 2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?
- 611.** Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 - (6a + 2)x + 9a + 3 \leq 0$ не имеет решений.
- 612.** Найдите все значения a , при которых неравенство $-x^2 + (3 - 4a)x + 3a - 1,75 \geq 0$ не имеет решений.
- 613.** Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $ax^2 + (a - 3)x + a > 0$ выполняется при любых x .
- 614.** Найдите все отрицательные значения параметра a , при которых неравенство $ax^2 + (a - 6)x + a \geq 0$ не имеет решений.
- 615.** Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||4x - 5| - 1|$.
- 616.** Найдите все значения параметра k , при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = ||3x - 2| - 4|$.

617. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках, где

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leq x < 2, \\ -0,5x, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -2, \\ -x + 2, & \text{если } -2 < x \leq 2, \\ x - 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями

$$y = \begin{cases} 3x + 3, & \text{если } x < 0, \\ x - 2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ -2x + 1, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6; 4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x = 2$, $x = 12$, $y = 4$ и $y = 8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

2.8. Геометрия

2.8.1. Вписанная и описанная окружность, треугольник

622. AB и CD — диаметры окружности. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (см. рис. 321).

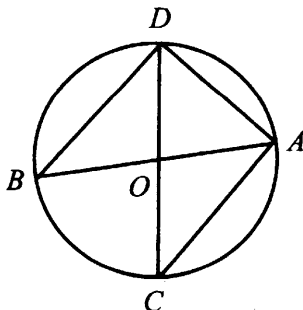


Рис. 321.

623. Длины двух сторон треугольника равны 2 и 3, его площадь $S = \frac{3\sqrt{15}}{4}$.

Медиана, проведённая к его третьей стороне, меньше её половины. Найдите $R\sqrt{15}$, где R — радиус описанной около этого треугольника окружности.

624. Катеты прямоугольного треугольника равны 36 и 48. Найдите расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до высоты, проведённой к гипотенузе.

2.8.2. Треугольник

625. Треугольник ABC — прямоугольный, CH — его высота (см. рис. 322). Докажите, что треугольники ABC и BCH подобны.

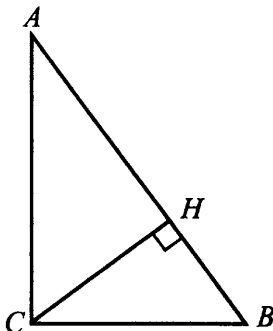


Рис. 322.

626. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке K . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCK , если $AC = 13$, $AK = 5$.

627. Точки M , N , P — середины сторон AB , BC , AC треугольника ABC соответственно (см. рис. 323). Докажите, что треугольник MNP подобен треугольнику ABC .

628. Две стороны треугольника равны 1 см и $\sqrt{15}$ см, а медиана к третьей стороне равна 2 см. Найдите $(5 - \sqrt{15})p$, где p — периметр треугольника.

629. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M и N — середины боковых сторон. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN , если периметр треугольника ABC равен 32, а длина отрезка MN равна 6.

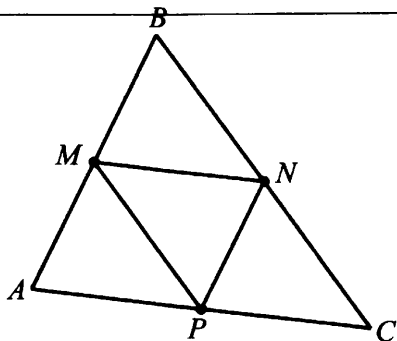


Рис. 323.

630. Отрезки AB и CD лежат на параллельных прямых, AD и BC пересекаются в точке O , при этом $BO = OC$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .

631. В треугольнике ABC проведена медиана AD . Найдите BL , если AL — высота треугольника и $AB = 1$ см, $AC = \sqrt{15}$ см, $AD = 2$ см.

632. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) длина средней линии MN равна 6 ($M \in AB$, $N \in BC$), а $\sin \angle BAC = \frac{4}{5}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MBN .

633. Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.

634. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена медиана CD , длина которой 2,5 см. Найдите периметр треугольника, если один из катетов на 1 см меньше гипотенузы.

635. Длина одного из катетов прямоугольного треугольника равна 12. Расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до этого катета равно 2,5. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.

636. В треугольнике MNP проведена медиана MD . Найдите её длину, если $MN = 1$, $MP = \sqrt{15}$ и $\cos \angle MNP = \frac{1}{4}$.

637. Тангенс острого угла BAC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) равен $\frac{5}{12}$, а расстояние от центра описанной около этого треугольника окружности до катета AC равно 2,5. Найдите периметр этого треугольника.

638. Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведённой к третьей стороне, равна 26. Найдите высоту треугольника, проведённую к стороне длиной 27.

639. Длины двух сторон остроугольного треугольника равны $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$. Найдите длину третьей стороны, если она равна длине проведённой к ней высоты.

640. В треугольнике ABC $AB = 5$, $AC = 2$, $BC = 4$. Точка K лежит на стороне BC и $BK = 1$, точка M лежит на стороне AB и $BM = 1,25$ (см. рис. 324). Докажите, что $MK \parallel AC$.

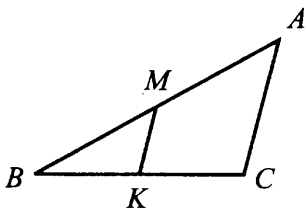


Рис. 324.

641. В равнобедренном треугольнике проведена медиана к боковой стороне, равной 4. Найдите квадрат длины основания треугольника, если длина медианы равна 3.

642. Треугольник MNK образован средними линиями треугольника ABC (см. рис. 325). Докажите, что все его углы равны соответствующим углам треугольника ABC .

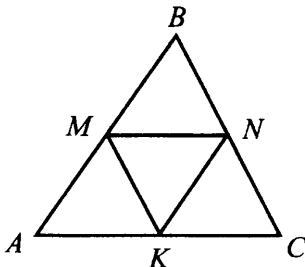


Рис. 325.

643. Основание равнобедренного треугольника равно 30, а высота, проведённая к боковой стороне, равна 24. Найдите длину боковой стороны.

644. Биссектриса прямого угла треугольника делит его на два равнобедренных треугольника. Докажите, что и исходный треугольник равнобедренный.

645. Медиана, проведённая к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на части длиной 15 и 6. Найдите длину боковой стороны.

2.8.3. Прямоугольник. Параллелограмм. Квадрат. Ромб

646. В ромб вписана окружность радиуса 5. Расстояние между точками касания этой окружности с двумя соседними рёбрами равно 6. Найдите сторону ромба.

647. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы при сторонах AB и CD пересекаются в точках K и L соответственно, причём $AD > CD$ и $KL = AB$. Найдите, во сколько раз AD больше CD .

648. В параллелограмме $ABCD$ диагонали перпендикулярны (см. рис. 326). Докажите, что $ABCD$ — ромб.

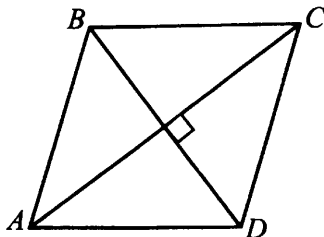


Рис. 326.

649. Биссектриса угла BAD ($\angle BAD = 60^\circ$) параллелограмма $ABCD$ пересекает продолжение прямой CD за точку C в точке N , $CN = 2$. Найдите BD , если $AB = 4$.

650. В параллелограмме $ABCD$ длина отрезка AB равна 4. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K , а продолжение стороны CD в точке E . Найдите длину отрезка KC , если $EC = 1$.

651. В параллелограмме сторона и большая диагональ равны соответственно 3 и $\sqrt{37}$. Найдите периметр параллелограмма, если его острый угол равен 60° .

652. В четырёхугольнике диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам. Докажите, что данный четырёхугольник — ромб.

653. Сторона ромба равна 5 см, а длины диагоналей относятся как 4 : 3. Найдите сумму длин диагоналей ромба.

654. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина BC (см. рис. 327). Докажите, что треугольник AMD равнобедренный.

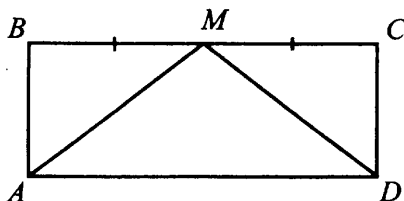


Рис. 327.

655. Периметр параллелограмма равен 90, а острый угол — 60° . Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении $1 : 3$. Найдите большую сторону параллелограмма.

656. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла B пересекает сторону AD в точке F . Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 12$ и $AF : FD = 4 : 3$.

2.8.4. Трапеция

657. Точки M, N, L, P — середины сторон AB, BC, CD, AD трапеции $ABCD$ соответственно (см. рис. 328). Докажите, что $MNLP$ — параллелограмм.

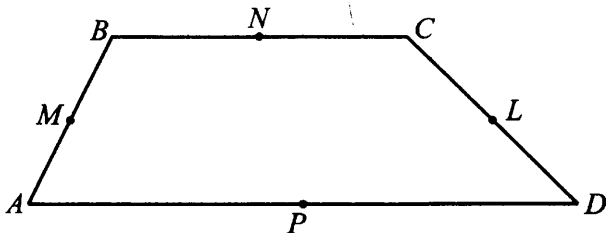


Рис. 328.

658. В трапецию $ABCD$ вписана окружность (см. рис. 329). Докажите, что $AB + CD = BC + AD$.

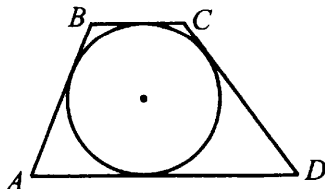


Рис. 329.

659. Трапеция с основаниями 6 и 8 вписана в окружность, причём расстояние от центра окружности до большего основания равно 3. Найдите высоту трапеции.

660. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность (см. рис. 330). Докажите, что она равнобедренная.

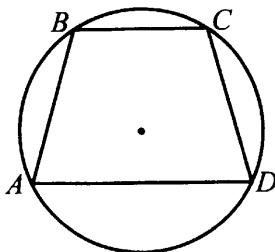


Рис. 330.

661. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 10$ и $BC = 5$ прямая, проходящая через точку A и середину диагонали BD , пересекает сторону CD в точке L и прямую BC в точке K . Найдите LD , если $CD = 9$.

662. В равнобокой трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 4 см. Найдите высоту трапеции.

663. Около круга радиуса 2 описана равнобедренная трапеция с острым углом 30° . Найдите длину средней линии трапеции.

664. Около круга описана равнобокая трапеция, средняя линия которой равна 10. Определите периметр трапеции.

665. Около окружности описана равнобокая трапеция, средняя линия которой равна 5, а синус острого угла при основании равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь трапеции.

666. Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны, а площадь трапеции равна 4. Найдите высоту трапеции.

2.8.5. n -угольники

667. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности больше радиуса вписанной в этот шестиугольник, на 1. Найдите сторону данного шестиугольника.

2.8.6. Окружность, хорда, касательная, секущая

668. Докажите, что треугольники ABK и CDK подобны (см. рис. 331).

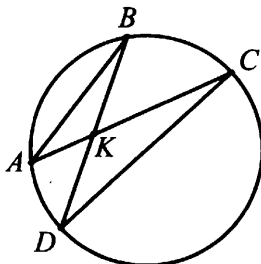


Рис. 331.

669. Докажите, что треугольники AOB и OBC равны (см. рис. 332).

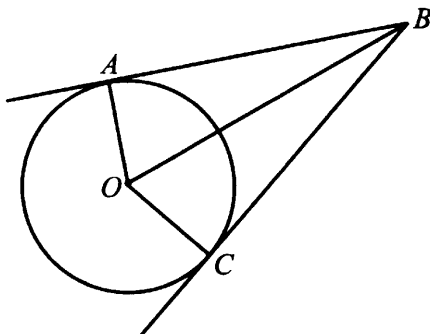


Рис. 332.

670. Окружности радиусов 13 и 20 пересекаются в двух точках, расстояние между которыми равно 24. Найдите расстояние между радиусами, проведёнными к общей касательной этих окружностей.

671. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 и 17. Найдите диаметр этой окружности, если расстояние между серединами хорд равно 5.

672. Центры двух окружностей находятся на расстоянии $\sqrt{80}$. Радиусы окружностей равны 4 и 8. Найдите длину общей касательной.

673. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AC пересекает окружность в точках C и D . Найдите AD , если $AC = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

674. К окружности проведена касательная AB (B — точка касания). Прямая AM проходит через центр окружности и пересекает ее в точках M и N . Найдите квадрат расстояния от точки B до прямой AN , если $AM = 1$, $AB = \sqrt{3}$.

675. В окружности радиуса 17,5 проведены диаметр AB , хорды AC и CB , перпендикуляр CD к диаметру AB . Найдите сумму длин хорд AC и CB , если $AC : AD = 5 : 3$.

676. Из точки, данной на окружности, проведены две взаимно перпендикулярные хорды. Отрезок, соединяющий их середины, равен 6. Найдите радиус окружности.

677. Окружность касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из двух других его сторон на отрезки, равные 2 и 23. Найдите радиус окружности.

Краткий теоретический справочник

Предлагаемый справочник содержит теоретические сведения и формулы, предусмотренные программой по математике для общеобразовательных учреждений. Надеемся, что его содержательная часть поможет школьнику при подготовке к ОГЭ.

§ 1. Приближённые значения. Округление чисел. Стандартный вид числа

Правила округления. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя из сохраняющихся цифр увеличивается на 1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из сохраняемых цифр остаётся неизменной.

Если число округляют до какого-нибудь разряда, то все следующие за этим разрядом цифры заменяют нулями, а если они стоят после запятой, то их отбрасывают.

Стандартным видом положительного числа a называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где $1 \leq a_0 < 10$, а m — целое число; число m называют **порядком числа a** , число a_0 — **мантиссой**.

Погрешностью приближения (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и её приближённым значением a .

Если a — приближённое значение числа x и $|x - a| \leq h$, то говорят, что число x равно числу a с точностью до h , и пишут $x = a \pm h$.

Неравенство $|x - a| \leq h$ можно записать в виде $a - h \leq x \leq a + h$. Числа $a - h$ и $a + h$ являются приближёнными значениями числа x с **недостатком** и с **избытком** соответственно.

Относительной погрешностью приближённого значения a называют отношение абсолютной погрешности $|x - a|$ к модулю приближённого значения.

Относительную погрешность выражают в процентах $\frac{|x - a|}{|a|} \cdot 100\%$.

§ 2. Отношения. Пропорции

Отношение двух чисел — это частное от деления одного из них на другое. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

Взаимно обратными называют числа, произведение которых равно 1 ($\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$).

Отношение $\frac{b}{a}$ называют обратным отношением $\frac{a}{b}$.

Обратное отношение — это отношение, взятое в обратном порядке по отношению к данному.

Пропорция — это равенство двух отношений.

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (или $a : b = c : d$) числа a и d называют **крайними**, а числа b и c — **средними** членами пропорции.

Основное свойство пропорции. В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению её средних членов.

Если для двух отношений $a : b$ и $c : d$ выполняется равенство $ad = bc$, то $a : b = c : d$ — верная пропорция.

Если в верной пропорции поменять местами средние или крайние члены, то получившиеся новые пропорции будут верны.

§ 3. Проценты

1% — это $\frac{1}{100}$ часть от целого.

Если $a — 100\%$
 $b — p\%$, то

- процент от числа $b = \frac{a \cdot p}{100}$;

- число по проценту $a = \frac{b \cdot 100}{p}$;

- количество процентов, которое составляет число b от числа a ,

$$p = \frac{b \cdot 100}{a}.$$

Формула простого процентного роста (формула простых процентов):

$$S_n = S \left(1 + \frac{pn}{100} \right),$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

Формула сложного процентного роста (формула сложных процентов):

$$S_n = S \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n,$$

где S_n — наращённая сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами);

S — исходная сумма;

$p\%$ — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период;

n — число периодов начисления.

§ 4. Действия с дробями

Если умножить числитель и знаменатель дроби на одинаковую величину, отличную от 0, то значение дроби останется прежним.

Если числитель и знаменатель заданной дроби имеют общий делитель, то обе части можно разделить на него; такая операция называется **сокращением дроби**.

Сравнение дробей. Для сравнения, сложения и вычитания обыкновенных дробей их следует привести к одному и тому же знаменателю.

Чтобы сравнить две обыкновенные дроби, следует привести их к общему знаменателю и сравнить числители получившихся дробей. Дробь с большим числителем будет больше.

На координатном луче точка, имеющая меньшую координату, лежит левее точки, имеющей большую координату.

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Умножение дробей. Чтобы умножить две обыкновенные дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить тем же: $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.

Деление дробей. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо умножить первую на дробь, обратную второй:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Чтобы разделить дробь на натуральное число, надо знаменатель умножить на это число, а числитель оставить тем же: $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{bc}$.

Чтобы получить дробь, обратную данной, следует поменять местами числитель и знаменатель.

Преобразование между разными форматами записи дробей. Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в дробь десятичную, следует разделить числитель на знаменатель. При этом не всегда можно получить конечную десятичную дробь.

Несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби, если в разложении её знаменателя на простые множители присутствуют только множители 2 и 5.

Чтобы преобразовать десятичную дробь в дробь обыкновенную, следует представить её дробную часть в виде натурального числа, делённого на соответствующую степень числа 10. Затем к результату справа приписать целую часть, формируя смешанную дробь.

§ 5. Алгебраические выражения

Алгебраическим (буквенным) выражением называется одна или несколько алгебраических величин (чисел и букв), соединённых между собой знаками алгебраических действий: сложения, вычитания, умножения и деления, извлечения корня и возведения в целую степень, а также скобки, определяющие порядок выполнения действий. Количество величин, входящих в алгебраическое выражение, должно быть конечным.

Если вместо всех букв, входящих в алгебраическое выражение, подставить некоторые числа и выполнить действия, то полученное в результате число называется **значением алгебраического выражения**.

Значения переменных, при которых алгебраическое выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями** переменных. Множество всех допустимых значений переменных называют **областью определения** алгебраического выражения.

Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

§ 6. Степень с целым показателем

Свойства степени с целым показателем.

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}.$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}, \text{ если } n > k.$$

$$(a^n)^k = a^{nk}.$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n.$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0.$$

По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$.

Если $a \neq 0$, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где n — натуральное число.

Справедливо равенство $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

§ 7. Многочлены. Преобразование выражений

Одночленом называют выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения.

Одночлен называется представленным в **стандартном виде**, если он записан в виде произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степеней переменных называют **степенью одночлена**.

Многочленом называется алгебраическая сумма одночленов.

Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен **стандартного вида**.

Формулы преобразования многочленов.

Для любых a , b и c верны следующие равенства:

$$1) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$2) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$3) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$4) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$5) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$6) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$7) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

8) $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

§ 8. Алгебраические дроби

Основное свойство дроби: $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

Действия с дробями (предполагается, что знаменатели дробей отличны от нуля):

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

§ 9. Квадратные корни

Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a , то есть выполняются условия:

$$\bullet \sqrt{a} \geq 0,$$

$$\bullet (\sqrt{a})^2 = a$$

при любом $a \geq 0$.

Свойства арифметического квадратного корня.

1) Квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению квадратных корней из этих множителей, то есть если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

2) Квадратный корень из дроби с неотрицательным числителем и положительным знаменателем равен частному от деления квадратного корня из числителя на квадратный корень из знаменателя, то есть если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

3) При любом значении a и натуральном k верно равенство

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k|.$$

§ 10. Линейные и квадратные уравнения

Линейное уравнение

Уравнение вида $ax + b = 0$, где a и b — некоторые числа, x — переменная, называется линейным. Корни линейного уравнения

- при $a \neq 0$, $b \in R$ $x = -\frac{b}{a}$;
- при $a = 0$, $b = 0$ $x \in R$;
- при $a = 0$, $b \neq 0$ $x \in \emptyset$.

Квадратное уравнение

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ называется квадратным уравнением.

Дискриминант $D = b^2 - 4ac$.

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных корня:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}.$$

Если $D > 0$ и b — чётное, то корни квадратного уравнения могут быть вычислены по формуле

$$x_1 = \frac{-b/2 - \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}, \quad x_2 = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}.$$

В этом случае $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = \frac{D}{4}$.

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет два кратных корня $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ (также иногда говорят, что квадратное уравнение в этом случае имеет один корень).

Если $D < 0$, то действительных корней нет.

Уравнение вида $x^2 + px + q = 0$ называется **приведённым квадратным уравнением**. Дискриминант $D = p^2 - 4q$. При $D > 0$ корни этого уравнения можно найти по формулам $x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. При $D = 0$ $x = -\frac{p}{2}$.

Неполные квадратные уравнения

1) $ax^2 + bx = 0, b \neq 0$; $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$.

2) $ax^2 + c = 0$. Если $ac < 0$, то $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Если $ac > 0$, то действительных корней нет.

3) $ax^2 = 0$; $x = 0$.

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.

Если $a + c = b$ (или, что то же самое, $a - b + c = 0$), то $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$.

Формулы Виета

Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Для уравнения вида $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q.$$

Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если $D > 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, (x_1, x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

Если $D = 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, (x_1 — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$).

§ 11. Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Система двух уравнений с двумя неизвестными имеет вид

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных $(x; y)$, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство. **Решить систему** уравнений — значит найти все её решения или установить, что их нет.

- Система имеет единственное решение, если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.
- Система не имеет решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.
- Система имеет бесконечно много решений, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

§ 12. Неравенства с одной переменной и системы неравенств

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

Неравенства, множества решений которых совпадают, называются **равносильными**.

Областью определения неравенства с одной переменной называется множество значений переменной, при которых обе части неравенства имеют смысл.

Из данного неравенства получается равносильное ему неравенство, если

- 1) из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком;
- 2) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число;

3) обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив знак неравенства на противоположный;

4) в какой-либо части неравенства или в обеих его частях выполнить тождественное преобразование, не меняющее области определения неравенства.

Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы. Множеством решений системы является пересечение множеств решений неравенств, входящих в эту систему.

§ 13. Решение квадратных неравенств.

Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Системы неравенств

Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a, b, c — действительные числа, $a \neq 0$.

Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства).

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное **при всех значениях** x , и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное **при всех значениях** x , и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ с отрицательным дискриминантом при всех значениях x имеет знак старшего коэффициента a .

Модуль вещественного аргумента $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$

Основные свойства модуля

$$|a| \geq 0$$

$$|a| = |-a| \qquad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$$

$$|ab| = |a| \cdot |b| \qquad |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|a|^2 = a^2 \qquad |a - b| \geq |a| - |b|$$

Решением неравенства $|x| < b$ являются значения x , удовлетворяющие неравенству $-b < x < b$.

Решением неравенства $|x| > b$ являются значения x , удовлетворяющие совокупности неравенств $\begin{cases} x < -b, \\ x > b. \end{cases}$

Некоторые методы решения уравнений и неравенств, содержащих модуль

1) **Общий метод.** Разобьём числовую ось точками, в которых обращаются в ноль выражения, стоящие под знаком модуля. Решаем неравенства на каждом из полученных промежутков.

2) **Метод возведения в квадрат.** $|f(x)| = g(x)$ равносильно системе $\begin{cases} f^2(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

3) **Метод замены.** $a f^2(x) + b |f(x)| + c = 0 \Rightarrow a |f(x)|^2 + b |f(x)| + c = 0$. Замена: $t = |f(x)|, t \geq 0, \Rightarrow at^2 + bt + c = 0$.

§ 14. Числовые последовательности.

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом. Это число называют **разностью арифметической прогрессии** и обычно обозначают буквой d .

1. Если a_n есть n -й член, d — разность и S_n — сумма n первых членов арифметической прогрессии, то

$$d = a_{n+1} - a_n, \quad a_n = a_1 + d(n-1),$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \quad \text{или} \quad S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}.$$

Арифметическая прогрессия возрастает, если $d > 0$, и убывает, если $d < 0$.

2. Если a_k, a_l, a_m, a_n — члены арифметической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $a_k + a_l = a_m + a_n$.

3. Каждый член арифметической прогрессии, отличный от первого и последнего, равен среднему арифметическому соседних с ним членов:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии** и обычно обозначают буквой q .

1. Если b_n есть n -й член, q — знаменатель и S_n — сумма n первых членов геометрической прогрессии, то

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \quad b_n = b_1 q^{n-1},$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad q \neq 1.$$

2. Если b_k, b_l, b_m, b_n — члены геометрической прогрессии с такими номерами, что $k + l = m + n$, то $b_k \cdot b_l = b_m \cdot b_n$.

3. Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, отличного от первого и последнего, равен произведению соседних с ним членов:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}.$$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия бесконечно убывающая, если $|q| < 1$.

Если S есть сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, то $S = \frac{b_1}{1 - q}$.

§ 15. Исследование функции и построение графика

Область определения функции

Областью определения $D(y)$ функции $y = f(x)$ называется множество всех значений аргумента x , для которых выражение $f(x)$ определено (имеет смысл).

Области определения основных элементарных функций. Область определения любого многочлена — R .

$$D\left(\frac{1}{x}\right) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k]{x}\right) = [0; +\infty)$$

$$D\left(\sqrt[2k+1]{x}\right) = R$$

Множество значений функции

Множеством (областью) значений $E(y)$ функции $y = f(x)$ называется множество всех таких чисел y_0 , для каждого из которых найдется такое число x_0 , что $f(x_0) = y_0$.

Области значений основных элементарных функций

Областью значений всякого многочлена чётной степени является промежуток $[m; +\infty)$, где m — наименьшее значение этого многочлена, либо промежуток $[-\infty; n]$, где n — наибольшее значение этого многочлена.

Областью значений всякого многочлена нечётной степени является R .

Чётность и нечётность функции

Функция $y = f(x)$ называется *чётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = f(x)$. График чётной функции симметричен относительно оси Oy .

Функция $y = f(x)$ называется *нечётной*, если для любого $x \in D(f)$ верно равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Графики элементарных функций. На рисунке 333 изображены графики некоторых элементарных функций.

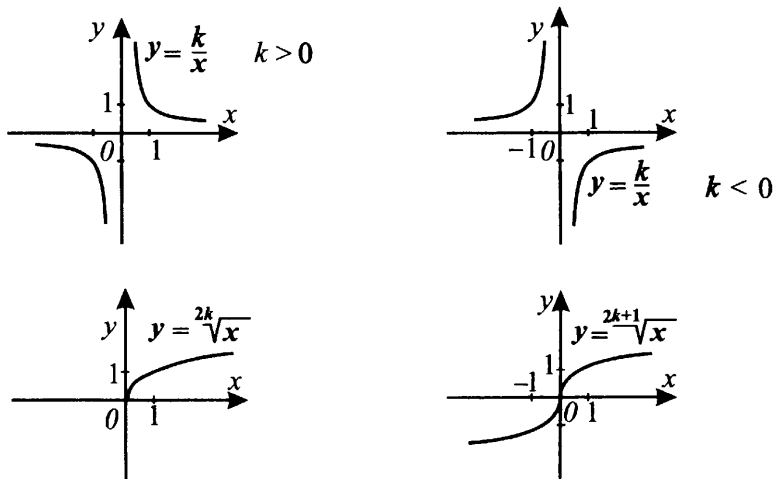


Рис. 333.

Построение графиков функций «механическими» преобразованиями

График функции $y = -f(x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Ox (см. рис. 334).

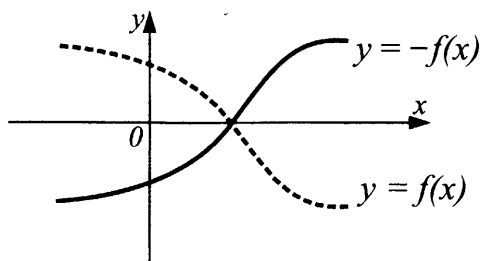


Рис. 334.

График функции $y = f(-x)$ получен из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Oy (см. рис. 335).

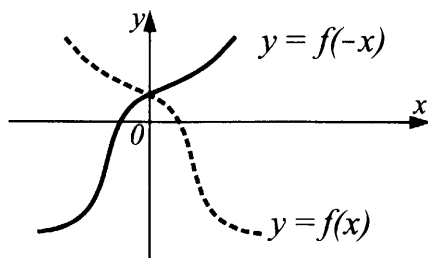


Рис. 335.

График функции $y = m \cdot f(x)$, $m > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в m раз вдоль оси Oy от оси Ox (см. рис. 336).

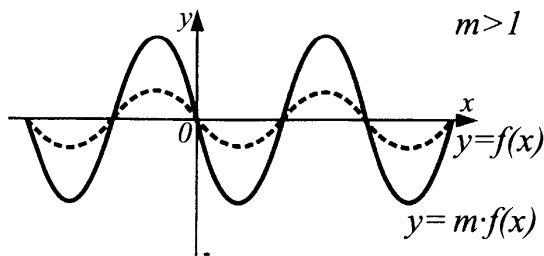


Рис. 336.

График функции $y = m \cdot f(x)$, $0 < m < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в $\frac{1}{m}$ раз вдоль оси Oy к оси Ox (см. рис. 337).

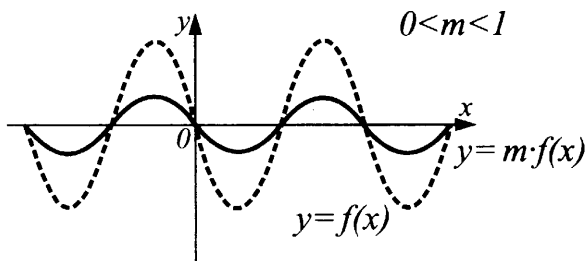


Рис. 337.

График функции $y = f(kx)$, $k > 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 338).

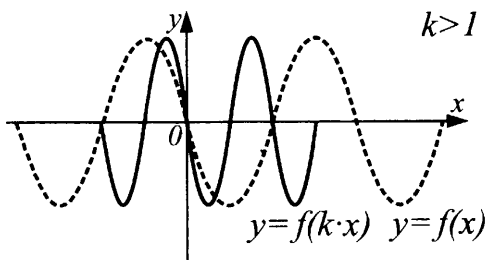


Рис. 338.

График функции $y = f(kx)$, $0 < k < 1$, получен из графика функции $y = f(x)$ растяжением в $\frac{1}{k}$ раз от оси Oy вдоль оси Ox (см. рис. 339).

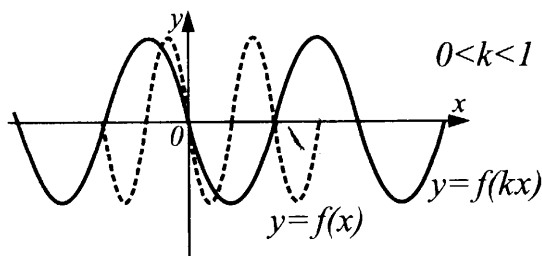


Рис. 339. -

График функции $y = f(x) + b$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вверх на число b при $b > 0$ и сдвигом вниз на число $(-b)$ при $b < 0$ (см. рис. 340).

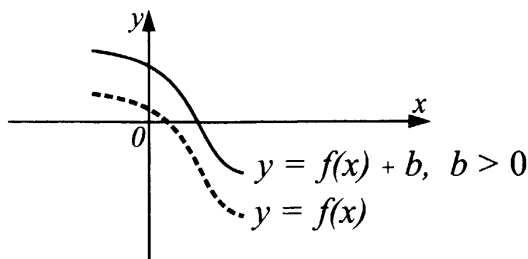


Рис. 340.

График функции $y = f(x + a)$ получен из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вправо на число $-a$ при $a < 0$ и сдвигом влево на число a при $a > 0$ (см. рис. 341).

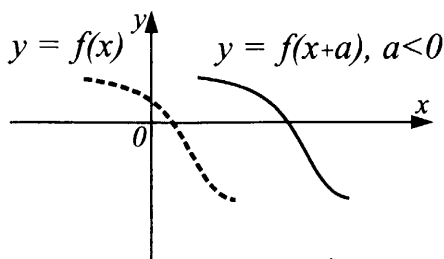


Рис. 341.

График функции $y = |f(x)|$ (см. рис. 343, а) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 342) отражением относительно оси Ox части этого графика, лежащей ниже оси Ox .

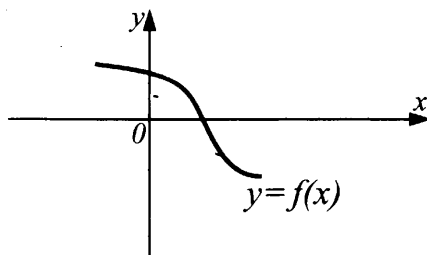


Рис. 342.

График функции $y = f(|x|)$ (см. рис. 343, б) получен из графика функции $y = f(x)$ (см. рис. 342) объединением части этого графика, лежащей правее оси Oy , с её отражением относительно оси Oy и удалением части, лежащей левее оси Oy .

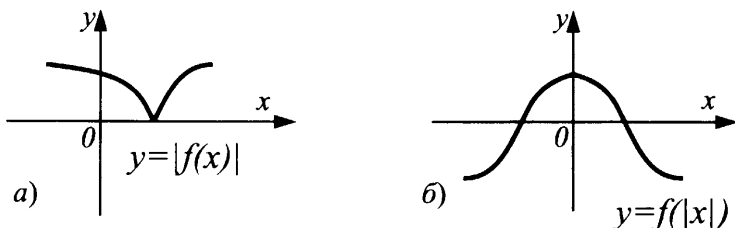


Рис. 343.

§ 16. Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений

Многочленом n -й степени называется многочлен вида

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n,$$

где $a_0, a_1, \dots, a_n$ — заданные числа, $a_0 \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$,

a_0x^n — старший член многочлена $P_n(x)$,

n — степень многочлена,

a_n — свободный член многочлена.

Алгебраическим уравнением n -й степени называется уравнение

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0.$$

Если уравнение $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$

с целыми коэффициентами $a_0, a_1, \dots, a_n$, где $a_n \neq 0$, имеет целый корень, то этот корень является делителем числа a_n (свободного члена уравнения).

Основная теорема высшей алгебры. На множестве комплексных чисел любое алгебраическое уравнение имеет хотя бы один корень.

§ 17. Решение иррациональных уравнений и уравнений, содержащих неизвестное под знаком модуля

Иррациональным уравнением называется уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня.

К простейшим иррациональным уравнениям относятся уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = g(x)$ и $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Основные способы решения иррационального уравнения

I. Переход к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием.

1) По определению $\sqrt{f(x)} = a$, $f(x) = a^2$.

2) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ можно перейти к равносильной ему системе:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

3) От иррационального уравнения вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ можно перейти к одной из равносильных ему систем:

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

или

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

Неравенство $g(x) \geq 0$ (или $f(x) \geq 0$) в этих системах выражает условие, при котором уравнение можно возводить в чётную степень, отсекает посторонние решения и позволяет обходиться без проверки.

II. Введение новой переменной

Если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины, то имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой переменной и попытаться решить уравнение сначала относительно введённой неизвестной, а затем уже найти исходную неизвестную.

Например, $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0$. Обозначим $\sqrt{f(x)} = t$, тогда уравнение равносильно системе уравнений $\begin{cases} at^2 + bt + c = 0, \\ t \geq 0. \end{cases}$

III. Метод сведения к эквивалентным системам рациональных уравнений

Уравнения вида $\sqrt{ax+b} \pm \sqrt{cx+d} = p$, где a, b, c, d — некоторые числа, часто удаётся решить при помощи введения двух вспомогательных неизвестных $y = \sqrt{ax+b}$ и $z = \sqrt{cx+d}$, где $y, z \geq 0$, и последующего перехода к эквивалентной системе рациональных уравнений. Полученное уравнение будет содержать две неизвестных, которые зависят одна от другой посредством старой переменной x . С помощью преобразований

можно получить систему двух уравнений относительно двух неизвестных y и z .

IV. Использование свойства монотонности функций

Если уравнение имеет вид

$$f(x) = 0,$$

где $f(x)$ возрастает (убывает), или

$$f(x) = g(x),$$

где $f(x)$ и $g(x)$ «встречно монотонны», то есть $f(x)$ возрастает, а $g(x)$ убывает или наоборот, то такое уравнение имеет не более одного корня. Если удаётся привести уравнение к такому виду и найти корень, то он и будет решением данного уравнения. Во многих случаях корень такого уравнения удобно находить подбором.

§ 18. Задания, содержащие параметр

Пусть дано уравнение вида $f(a, x) = g(a, x)$, где a, x — переменные величины.

Переменная a , которая при решении этого уравнения считается постоянной, называется **параметром**, а само уравнение — **уравнением, содержащим параметр**.

Решить уравнение (с переменной x и параметром a) значит на множестве действительных чисел решить семейство уравнений, получаемых из данного при всех допустимых значениях параметра a .

Многие уравнения с параметром могут быть решены с помощью следующего алгоритма.

1) Определить ограничения, налагаемые на значения неизвестного x и параметра a , исходя из того, что функции $f(a, x)$ и $g(a, x)$ имеют смысл.

2) Определить формальные решения уравнения, записываемые без учёта ограничений. Если при решении возникают контрольные значения параметра, то их наносят на числовую ось Oa . Эти значения разбивают область допустимых значений параметра на подмножества. На каждом из подмножеств решают заданное уравнение.

3) Исключить те значения параметра, при которых формальные решения не удовлетворяют полученным ограничениям.

4) На числовую ось Oa добавить значения параметра, найденные в п. 3. Для каждого из промежутков на оси Oa записать все полученные решения в зависимости от значений параметра a .

5) Записать ответ, то есть решения в зависимости от значений параметра a .

При решении заданий с параметрами часто встречаются задачи (или приводящие к ним) о расположении корней квадратного уравнения.

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена ($x_1 < x_2$).

$f(x) = ax^2 + bx + c$, у которого $D = b^2 - 4ac$, $a \neq 0$, $x_0 = -\frac{b}{2a}$ и даны некоторые точки A и B оси Ox .

Утверждение 1. Оба корня меньше числа A , то есть $x_1 < A$ и $x_2 < A$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 < A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 344}).$$

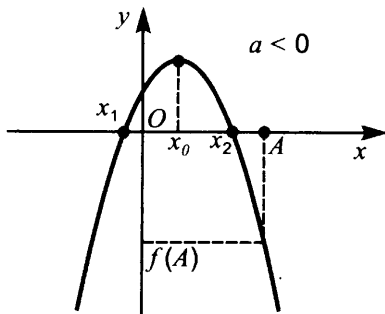
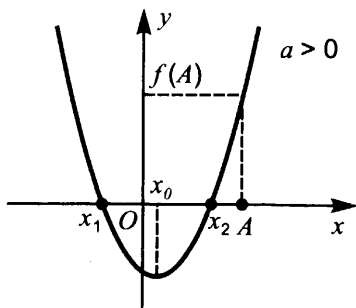


Рис. 344.

Утверждение 2. Корни лежат по разные стороны от числа A , то есть $x_1 < A < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 3. Оба корня больше числа A , то есть $x_1 > A$ и $x_2 > A$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ x_0 > A, \\ f(A) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 345}).$$

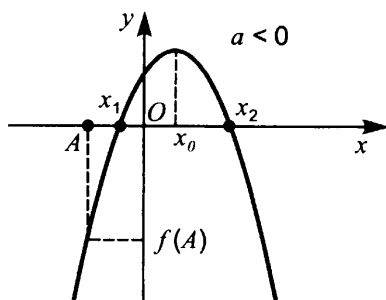
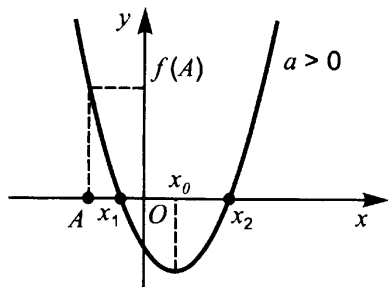


Рис. 345.

Утверждение 4. Оба корня лежат между точками A и B , то есть $A < x_1 < B$ и $A < x_2 < B$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D > 0, \\ a > 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} D > 0, \\ a < 0, \\ A < x_0 < B, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 346}).$$

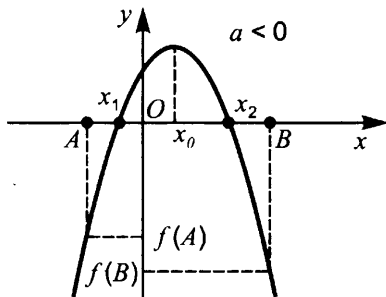
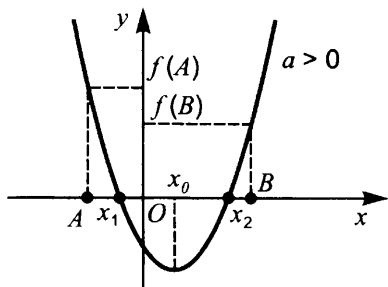


Рис. 346.

Утверждение 5. Корни лежат по разные стороны от отрезка $[A; B]$, то есть $x_1 < A < B < x_2$, тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a > 0, \\ f(A) < 0, \\ f(B) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a < 0, \\ f(A) > 0, \\ f(B) > 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 347}).$$

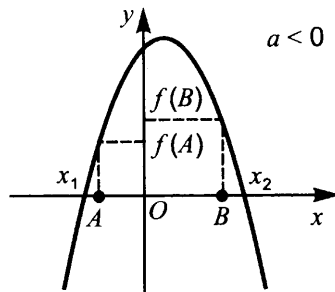
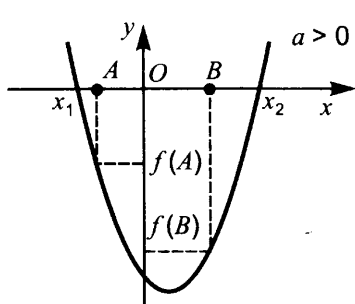


Рис. 347.

§ 19. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

Множество (совокупность элементов) называется **занумерованным**, если каждому элементу этого множества сопоставлено своё натуральное число (номер) от 1 до n . Для краткости занумерованные множества далее будут называться **наборами**.

Число перестановок. Отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества, называются **перестановками** этого множества.

Число всех перестановок множества из n элементов обозначается P_n и определяется по формуле $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Число размещений. Упорядоченные наборы, состоящие из k различных элементов, выбранных из данных n элементов, называются **размещениями** из n элементов по k . Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и порядком.

Число всех размещений из n элементов по k обозначается A_n^k и определяется по формуле

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Число сочетаний. Неупорядоченные наборы, состоящие из k элементов, взятых из данных n элементов, называются **сочетаниями** из n элементов по k . Сочетания отличаются друг от друга только элементами.

Число сочетаний из n элементов по k обозначается C_n^k и определяется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Случайные события и их вероятности

Опытом, или испытанием, называют всякое осуществление комплекса условий или действий, при которых наблюдается соответствующее явление. Возможный результат опыта называют **событием**.

Случайным называется событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти.

Событие называют **достоверным** в данном опыте, если оно обязательно произойдёт в этом опыте. Событие называется **невозможным** в данном опыте, если оно в этом опыте произойти не может.

Два события называются **совместными** в данном опыте, если появление одного из них не исключает появления другого в этом опыте, и **несовместными**, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании.

Два события называются **противоположными**, если появление одного из них равносильно непоявлению другого.

События считают **равновозможными**, если нет оснований полагать, что одно событие является более возможным, чем другие.

Суммой, или **объединением**, двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий A и B обозначается $A + B$. Аналогично определяется и обозначается сумма n событий

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_n.$$

Эта сумма означает событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

Произведением, или **пересечением**, двух событий называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий A и B обозначается через AB . Произведение n событий

$$\prod_{i=1}^n A_i = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$$

означает событие, состоящее в появлении всех событий $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Разностью событий A и B называется событие C , которое означает, что наступает событие A и не происходит событие B . Разность событий принято обозначать $A - B$.

Если при каждом осуществлении комплекса условий, при котором происходит событие A , происходит и событие B , то говорят, что A влечёт

за собой B , или A является частным случаем B , и обозначается $A \subset B$. Если $A \subset B$ и $B \subset A$, то говорят, что A и B равносильны: $A \equiv B$.

Вероятность события.

Классическое определение вероятности. Вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где n — число всех равновозможных элементарных исходов опыта, m — число элементарных исходов, благоприятствующих событию A .

Статистическое определение вероятности. Относительная частота события A (или просто частота) определяется формулой

$$W(A) = m/n,$$

где m — число опытов, в которых появилось событие A , n — число всех проведенных опытов.

Вероятность $P(C)$ наступления хотя бы одного из двух несовместных событий A и B равна сумме их вероятностей:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность $P(\bar{A})$ события $\bar{A}$, противоположного событию A :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

Элементы статистики

Математическая статистика — наука, разрабатывающая математические методы систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

Мода — значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

Среднее арифметическое (или просто среднее) набора чисел — это сумма всех чисел в этом наборе, делённая на их количество.

Медиана — это такое значение признака, которое разделяет ранжированный (упорядоченный) ряд распределения на две равные части. Для нахождения медианы нужно отыскать значение признака, которое находится в середине упорядоченного ряда.

§ 20. Геометрия

Параллельные прямые

Свойства и признаки параллельных прямых

1. **Аксиома параллельных.** Через данную точку можно провести не более одной прямой, параллельной данной.
2. Если две прямые параллельны одной и той же прямой, то они параллельны между собой.
3. Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны.
4. Если две параллельные прямые пересечь третьей, то образованные при этом внутренние накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, односторонние углы в сумме составляют 180° .
5. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные внутренние накрест лежащие углы, то прямые параллельны.
6. Если при пересечении двух прямых третьей образуются равные соответственные углы, то прямые параллельны.
7. Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

Теорема Фалеса

Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую сторону угла, то на второй стороне угла отложатся также равные отрезки.

Теорема о пропорциональных отрезках

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на них пропорциональные отрезки.

Треугольник

Признаки равенства треугольников

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то треугольники равны.
2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то треугольники равны.
3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то треугольники равны.

Признаки равенства прямоугольных треугольников

1. По двум катетам.
2. По катету и гипотенузе.
3. По гипотенузе и острому углу.
4. По катету и острому углу.

Теорема о сумме углов треугольника и следствия из неё

1. Сумма углов треугольника равна 180° .
2. Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.
3. Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

4. Углы со взаимно перпендикулярными сторонами равны, если они оба острые или оба тупые (на рис. 348 $\angle 1 = \angle 2$).

5. Угол между биссектрисами смежных углов равен 90° .

6. Биссектрисы внутренних односторонних углов при параллельных прямых и секущей перпендикулярны (на рис. 349 прямые $a \parallel b$, $m \perp n$).

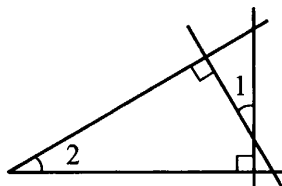


Рис. 348.

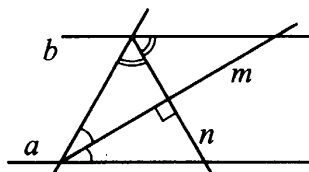


Рис. 349.

Основные свойства и признаки равнобедренного треугольника

1. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
2. Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.
3. В равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведённые к основанию, совпадают.
4. Если в треугольнике совпадает любая пара отрезков из тройки: медиана, биссектриса, высота — то он является равнобедренным.

Неравенство треугольника и следствия из него

1. Сумма двух сторон треугольника больше третьей стороны.
2. Сумма звеньев ломаной больше отрезка, соединяющего начало первого звена с концом последнего.
3. Против большего угла треугольника лежит большая сторона.
4. Против большей стороны треугольника лежит больший угол.
5. Гипотенуза прямоугольного треугольника больше катета.
6. Если из одной точки проведены к прямой перпендикуляр и наклонные, то

- 1) перпендикуляр короче наклонных;
- 2) большей наклонной соответствует бóльшая проекция и наоборот.

Средняя линия треугольника

Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника.

Теорема о средней линии треугольника. Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна её половине.

Теоремы о медианах треугольника

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.
2. Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.
3. Медиана делит треугольник на два равновеликих (равных по площади) треугольника.
4. Медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Свойство серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника.

Теорема о высотах треугольника

Прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.

Теорема о биссектрисах треугольника

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, вписанной в треугольник.

Свойство биссектрисы треугольника

Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам (на рис. 350 выполняется $\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$).

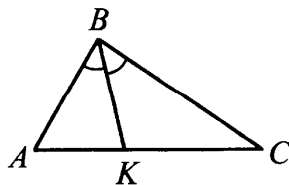


Рис. 350.

Признаки подобия треугольников

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы, заключённые между этими сторонами, равны, то треугольники подобны.
3. Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны.

Площади подобных треугольников

1. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
2. Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

Прямоугольный треугольник

1. В прямоугольном треугольнике (см. рис. 351) тригонометрические функции задаются следующим образом:

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}, \quad \cos \angle A = \frac{AC}{AB}, \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}.$$

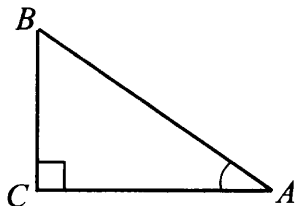


Рис. 351.

2. Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего или на косинус прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 351, $BC = AB \cdot \sin \angle A$, $BC = AB \cdot \cos \angle B$).
3. Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего или котангенс прилежащего к этому катету острого угла (см. рис. 351, $BC = AC \cdot \operatorname{tg} \angle A$, $BC = AC \cdot \operatorname{ctg} \angle B$).
4. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.
5. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, противолежащий этому катету, равен 30° .
6. $R = \frac{c}{2}$; $r = \frac{a+b-c}{2} = p - c$, где a, b — катеты, а c — гипотенуза прямоугольного треугольника; r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей соответственно.

Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора

1. Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов.

2. Если квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то треугольник — прямоугольный.

Средние пропорциональные в прямоугольном треугольнике

Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу, а каждый катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и своей проекции на гипотенузу.

Метрические соотношения в треугольнике

1. **Теорема синусов** (см. рис. 352).

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R.$$

2. **Теорема косинусов** (см. рис. 352).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A.$$

3. **Следствие из теоремы косинусов.** Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

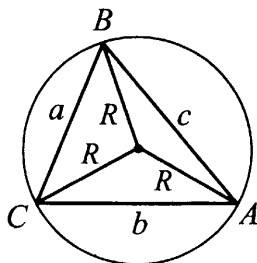


Рис. 352.

Формулы площади треугольника

Пусть дан треугольник (см. рис. 353), r и R — радиусы его вписанной и описанной окружностей

(соответственно), $p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр.

$$1. S = \frac{1}{2}ah. \quad 2. S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \angle C.$$

$$3. S = pr. \quad 4. S = \frac{abc}{4R}.$$

$$5. \text{Формула Герона: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

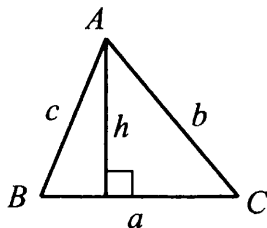


Рис. 353.

Элементы равностороннего треугольника. Пусть h , S , r , R — высота, площадь, радиусы вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника со стороной a . Тогда

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}; \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \quad R = 2r; \quad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Параллелограмм

Параллелограммом называется четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

Свойства и признаки параллелограмма

1. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника.
2. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны.
3. Противоположные углы параллелограмма попарно равны.
4. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
5. Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
6. Если две противоположные стороны четырёхугольника равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
7. Если диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

Свойство середин сторон четырёхугольника

Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, площадь которого равна половине площади четырёхугольника.

Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм с прямым углом.

Свойства и признаки прямоугольника

1. Диагонали прямоугольника равны.
2. Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Квадрат

Квадратом называется прямоугольник, все стороны которого равны.

Ромб

Ромбом называется четырёхугольник, все стороны которого равны.

Свойства и признаки ромба

1. Диагонали ромба перпендикулярны.
2. Диагонали ромба делят его углы пополам.
3. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
4. Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

Трапеция

Трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противоположные стороны (основания) параллельны. Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины непараллельных сторон (боковых сторон).

1. **Теорема о средней линии трапеции.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности её оснований.

Замечательное свойство трапеции

Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Равнобедренная трапеция

Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

Свойства и признаки равнобедренной трапеции

1. Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
2. Диагонали равнобедренной трапеции равны.
3. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.
4. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.
5. Проекция боковой стороны равнобедренной трапеции на основание равна полуразности оснований, а проекция диагонали — полусумме оснований.

Формулы площади четырёхугольника

1. Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.
2. Площадь параллелограмма равна произведению его соседних сторон на синус угла между ними.
3. Площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.
4. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.
5. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
6. Площадь четырёхугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

7. Формула Герона для четырёхугольника, около которого можно описать окружность:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где a, b, c, d — стороны этого четырёхугольника, p — полупериметр, а S — площадь.

Подобные фигуры

1. Отношение соответствующих линейных элементов подобных фигур равно коэффициенту подобия.

2. Отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия.

Правильный многоугольник

Пусть a_n — сторона правильного n -угольника, а r_n и R_n — радиусы вписанной и описанной окружностей. Тогда:

$$a_n = 2R_n \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad a_n = 2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \cdot r_n; \quad r_n = R_n \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}.$$

Окружность

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной точки, называемой центром окружности, на одно и то же положительное расстояние.

Основные свойства окружности

1. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягиваемые ею дуги пополам.

2. Диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен этой хорде.

3. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

4. Равные хорды удалены от центра окружности на равные расстояния.

5. Хорды окружности, удалённые от центра на равные расстояния, равны.

6. Окружность симметрична относительно любого своего диаметра.

7. Дуги окружности, заключённые между параллельными хордами, равны.

8. Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

9. Диаметр есть наибольшая хорда окружности.

Замечательные свойства окружности

1. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под прямым углом ($\angle AMB = 90^\circ$), есть окружность с диаметром AB без точек A и B .

2. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под острым углом ($\angle AMB < 90^\circ$), есть внешность круга с диаметром AB без точек прямой AB .

3. Геометрическое место точек M , из которых отрезок AB виден под тупым углом ($\angle AMB > 90^\circ$), есть внутренность круга с диаметром AB без точек отрезка AB .

4. Геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом, есть две дуги равных окружностей (без концов этих дуг).

Касательная к окружности

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

2. Если прямая a , проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведённому в эту точку, то прямая a — касательная к окружности.

3. Если прямые, проходящие через точку M , касаются окружности в точках A и B , то $MA = MB$ и $\angle AMO = \angle BMO$, где точка O — центр окружности (см. рис. 354).

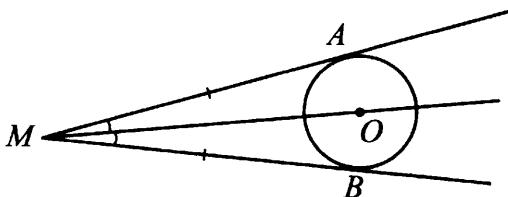


Рис. 354.

4. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла.

Касающиеся окружности

Говорят, что две окружности касаются, если они имеют единственную общую точку (точку касания).

1. Точка касания двух окружностей лежит на их линии центров.

2. Окружности радиусов r и R с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом тогда и только тогда, когда $R + r = O_1O_2$.

3. Окружности радиусов r и R ($r < R$) с центрами O_1 и O_2 касаются внутренним образом тогда и только тогда, когда $R - r = O_1O_2$.

4. Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке K (см. рис. 355). Некоторая прямая касается этих окружностей в различных точках A и B и пересекается с общей касательной, проходящей через точку K , в точке C . Тогда $\angle AKB = 90^\circ$ и $\angle O_1CO_2 = 90^\circ$.

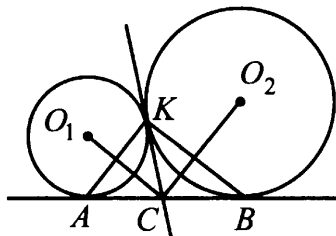


Рис. 355.

5. Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен отрезку общей внутренней касательной, заключённому между общими внешними. Оба эти отрезка равны $2\sqrt{Rr}$ (см. рис. 356: $AC = BD = MN = 2\sqrt{Rr}$).

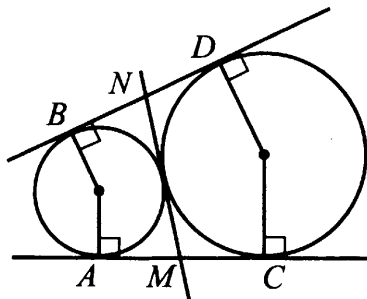


Рис. 356.

Углы, связанные с окружностью

1. Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

2. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

3. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

4. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, отсекаемых хордами (см. рис. 357: $\angle ANC = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle BD}{2}$).

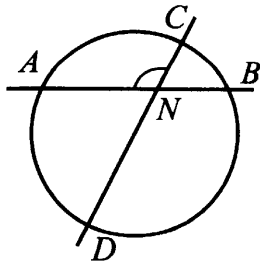


Рис. 357.

5. Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности (см. рис. 358:

$$\angle ABC = \frac{\smile AC - \smile DE}{2}.$$

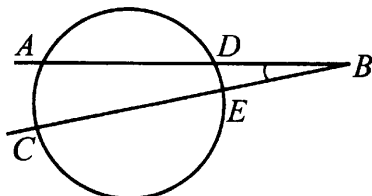


Рис. 358

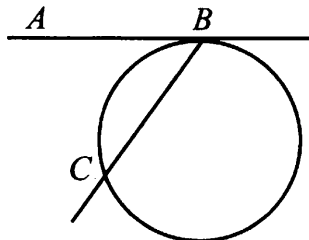


Рис. 359

6. Угол между касательной и хордой, проведенной из точки касания, равен половине угловой величины дуги, высекаемой на окружности этой хордой (см. рис. 359: $\angle ABC = \frac{1}{2} \smile BC$).

Свойства хорд окружности

1. Линия центров двух пересекающихся окружностей перпендикулярна их общей хорде.

2. Произведения длин отрезков хорд AB и CD окружности, пересекающихся в точке E , равны, то есть $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ (см. рис. 360).

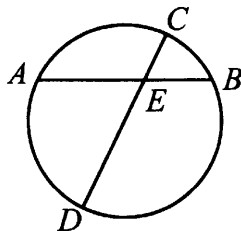


Рис. 360.

Вписанные и описанные окружности

1. Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника совпадают.

2. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — это середина гипотенузы.

3. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.

4. Если четырёхугольник можно вписать в окружность, то сумма его противоположных углов равна 180° .

5. Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.

6. Если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции видна из центра окружности под прямым углом.

7. Если в трапецию можно вписать окружность, то радиус окружности есть среднее пропорциональное отрезков, на которые точка касания делит боковую сторону.

8. Если в многоугольник можно вписать окружность, то его площадь равна произведению полупериметра многоугольника на радиус этой окружности.

Теорема о касательной и секущей и следствие из неё

1. Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на её внешнюю часть равно квадрату касательной (см. рис. 361: $AB^2 = AD \cdot AC$).

2. Произведение всей секущей на её внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

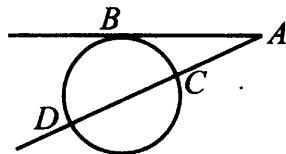


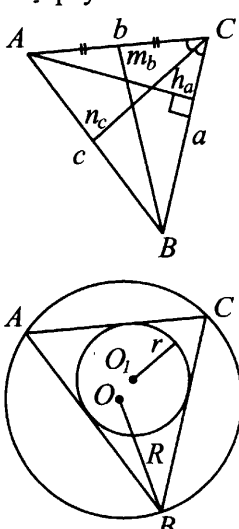
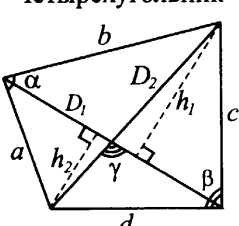
Рис. 361.

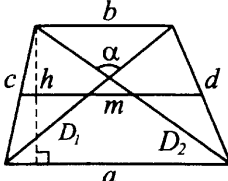
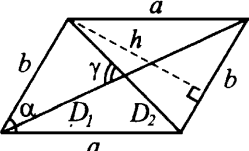
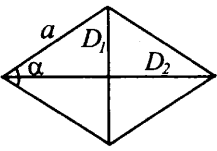
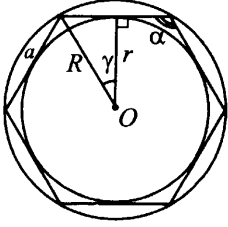
Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

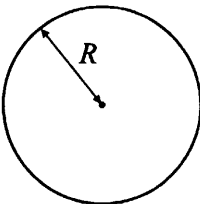
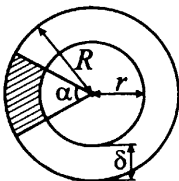
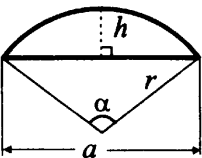
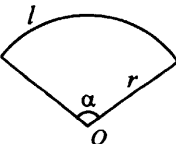
Площадь круга радиуса R равна πR^2 .

Основные формулы

Далее S — площадь фигуры, P — периметр, p — полупериметр.

Чертежи	Обозначения	Формулы
Треугольник 	a, b, c — стороны; A, B, C — противолежащие им углы; h_a, h_b, h_c — высоты, проведённые к соответствующим сторонам; n_a, n_b, n_c — биссектрисы, проведённые к соответствующим сторонам; b_a и b_c — отрезки, на которые делится биссектрисой сторона b; m_a, m_b, m_c — медианы, проведённые к соответствующим сторонам; $\mu = \frac{(m_a + m_b + m_c)}{2}$ — полусумма медиан; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности.	$h_b = \frac{2S}{b}$ $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ $n_b = \frac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)}$ $n_b = \sqrt{ac - b_ab_c}$ $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab \sin C$ $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$ $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$ $S = r^2 \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$ $S = pr = \frac{abc}{4R}$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S = \frac{4}{3}\sqrt{\mu} \times$ $\times \sqrt{(\mu - m_a)(\mu - m_b)(\mu - m_c)}$
Четырёхугольник 	a, b, c, d — стороны; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями; h_1, h_2 — длины перпендикуляров, опущенных на диагональ D_1; α, β — два противолежащих угла четырёхугольника.	$S = \frac{h_1 + h_2}{2} D_1$ $S = \frac{1}{2} D_1 D_2 \sin \gamma$ $S = \frac{1}{2} (ab \sin \alpha + cd \sin \beta)$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Трапеция 	a, b — основания; c, d — боковые стороны; D_1, D_2 — диагонали; α — угол между диагоналями; m — средняя линия; h — высота.	$m = \frac{1}{2}(a + b)$ $P = 2m + c + d$ $S = \frac{1}{2}(a + b)h = mh$ $S = \frac{1}{2}D_1D_2 \sin \alpha$
Параллелограмм 	a, b — стороны; h — расстояние между сторонами b (высота); α — угол параллелограмма; D_1, D_2 — диагонали; γ — угол между диагоналями.	$S = bh$ $S = ab \sin \alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1D_2 \sin \gamma$ $D_1^2 + D_2^2 = 2a^2 + 2b^2$
Ромб 	a — сторона; α — угол ромба; D_1, D_2 — диагонали.	$S = a^2 \sin \alpha$ $S = \frac{1}{2}D_1D_2$
Правильный многоугольник 	n — число сторон; a — сторона; R — радиус описанной окружности; r — радиус вписанной окружности; $\alpha = 180^\circ - 2\gamma$ — угол многоугольника $\left(\gamma = \frac{180^\circ}{n}\right)$.	$a = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ $P = na$ $P = 2nR \sin \gamma = 2nr \operatorname{tg} \gamma$ $S = \frac{1}{4}na^2 \operatorname{ctg} \gamma$ $S = nr^2 \operatorname{tg} \gamma$ $S = \frac{1}{2}nR^2 \sin 2\gamma$ $S = \frac{1}{2}nar$

Чертежи	Обозначения	Формулы
Круг 	R — радиус; l — длина окружности.	$S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$
Кольцо 	r — внутренний радиус; R — наружный радиус; d — внутренний диаметр; D — наружный диаметр; $\varrho = \frac{r+R}{2}$ — средний радиус; $\delta = R - r$ — ширина кольца; α — центральный угол части кольца (в градусах).	$S = \pi(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ $S = 2\pi\varrho\delta$ Площадь части кольца $S = \frac{\pi\alpha}{360}(R^2 - r^2)$ $S = \frac{\pi\alpha}{90}(D^2 - d^2)$ $S = \frac{\pi\alpha}{180}\varrho\delta$
Сегмент 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги; a — длина хорды; h — высота.	$P = l + a$ $S = \frac{1}{2}r^2\left(\frac{\pi\alpha}{180} - \sin\alpha\right)$ $S = \frac{r(l - a) + ah}{2}$
Сектор 	r — радиус; α — центральный угол (в градусах); $l = \frac{\pi\alpha}{180}r$ — длина дуги.	$P = l + 2r$ $S = \frac{lr}{2}$ $S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$

Ответы к учебно-тренировочным тестам

Ответы к заданиям части 1 (начало)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. 1	8000	3	4	-1,6	431	-13	37	1	3	40	108	16	13	3	2	18	8	2	0,4	2
Вар. 2	64 000	4	2	8,5	321	-19	64	1	3	80	111	12	1	2	1	175	46,5	2	0,56	1
Вар. 3	2700	3	3	-3	412	-5	47	3	4	10	69	18	13	4	3	1960	280	4	0,6	3
Вар. 4	12 500	4	3	-5	431	-12	68	4	5	25	58	22,5	13	3	6	6720	400	4	0,4	2
Вар. 5	1,9	1	3	-5; 6	134	-0,25	62	2	11,25	8,5	101	1,5	12	4	30	52	1700	4	0,2	0,693
Вар. 6	2,2	3	1	3; 4	321	-0,5	12	3	12,75	25	104	2	2	3	60	117	1300	1	0,5	0,845
Вар. 7	40	4	2	-6; 2	431	0,4	4	4	14,25	14	76	3	3	3	45	16 800 000	410	3	0,2	1500
Вар. 8	150	2	4	-2; 4	142	-0,25	3	1	15,75	18	63	0,6	12	4	30	980 000	170	2	0,4	2100
Вар. 9	4	3	2	6,5	321	1	8,75	1	16	94	123	135,75	3	2	-9	224 000	30	2	0,15	203
Вар. 10	4	3	3	4	412	2	8	4	16	110	84	134,25	3	3	5	75 950	20	2	0,06	185
Вар. 11	-2,2	3	4	1	214	2	-1	4	10	36	107	143,25	2	4	3	234	8	1	0,98	208,4
Вар. 12	0	1	3	-1	423	-33	-1	1	5	38	71	144,75	1	4	-7	2499	15	4	0,95	167
Вар. 13	9,59	4	3	-0,8; 0	412	-7	16	2	21	72	156	177	23	2	9	1824	5,4	3	0,5	75
Вар. 14	19,11	1	1	0; 3,5	143	-2	21	1	24	82	75	183	12	1	14	2916	4,8	1	0,25	98
Вар. 15	6,07	3	2	-5,5; 5,5	312	8	3	3	16	75	108	189	23	3	15	2398	12	4	0,125	95
Вар. 16	7,79	4	4	-0,6; 0,6	231	7	8	2	10	69	112	195	12	4	10	2880	12	1	0,125	60
Вар. 17	2	4	3	-1,4; 5,5	321	655,8	-0,5	3	20	104	144	2	1	1	2	1690	15	3	0,25	1,5
Вар. 18	2	3	1	-4,25; 5	312	42	-0,25	2	8	111	36	2,5	3	3	-6	1120	15	2	0,38	3
Вар. 19	2,4	2	2	-7,5; 3	324	7,875	1	1	9	99	2	2,5	2	2	4	224	300	3	0,37	8,96
Вар. 20	3,6	3	4	-7,5; 4	231	123,72	1	2	6	102	4,5	3	13	1	3	388	150	2	0,38	5
Вар. 21	50,2	4	4	2	23	9	1	1	336	54	90	20	12	1	16	2200	60	14	0,5	296
Вар. 22	46,7	3	3	-2	42	7	0,25	4	360	46	85	27,5	13	3	16	5600	120	13	0,1	260
Вар. 23	-2	4	2	2	431	-256	1	4	34	46	196	46	23	3	12	17	120	4	0,75	89200

Ответы к заданиям части 1 (окончание)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Вар. 24	-1	2	1	-0,6	413	768	1,12	4	36	42	225	34	13	2	15	6	36	1	0,8	98050
Вар. 25	-7,24	4	3	1,125	421	304,8	0,6	2	24	5	36	45	12	4	9	35	400	2	0,4	42,25
Вар. 26	-9,3	2	4	0,4	234	317,5	0,1	3	240	12	160	45	12	3	9	34	3000	2	0,36	56,25
Вар. 27	44,7	3	4	10	321	-248	18	2	180	28	48	16	3	2	4	41,7	1600	134	0,00512	12
Вар. 28	35,5	2	3	6	124	462	24	3	270	33	60	12	12	3	6	4,2	450	24	0,00729	12
Вар. 29	-670	4	2	57	413	4	0,3	4	57	93	450	1	13	4	-7	2,1	2,9	34	0,54	6000
Вар. 30	-860	2	1	17	431	-3	0,7	3	48	91	200	1	12	1	-9	9	2,55	12	0,32	7000
Вар. 31	6,3	1	4	-11	31	8	-90	3	108	54	6	45	1	1	1,5	25	1,2	2	0,018	0,016
Вар. 32	53,9	2	3	4	14	4	9,8	3	92	64	3	45	2	4	2,5	40	2,1	3	0,009	0,00625
Вар. 33	0,0033	2	2	-6	321	-345	0,5	1	18	13	12	236	1	2	120	1848	10	2	0,125	9
Вар. 34	0,0052	3	3	15	412	-872	0,4	4	3	14	18	244	3	4	60	567	15	2	0,0625	9
Вар. 35	0,000077	1	3	2,5; 4	342	-46,8	24	1	588	26244	60	16,5	12	2	1,4	15	5,8	14	0,95	400
Вар. 36	0,000056	3	2	2; 8	214	-30,4	64	4	540	30276	48	11	2	4	1	10	8	3	0,96	80
Вар. 37	0,5302	2	2	-1,5	143	704	-1	2	15	70	126	26	23	3	1,8	2520	12	1	3	4
Вар. 38	0,7403	3	4	-14	241	1750	-1,5	3	25	60	224	36	13	1	1,6	4080	9	3	1	4
Вар. 39	0,4035	3	3	-24	432	10	41	4	0,5	16	36	23	2	3	1,2	25	5	2	0,375	1,2
Вар. 40	0,0925	4	2	-4	413	12	73	3	0,2	26	45	23	3	4	0,8	150	6,5	4	0,04	3

Ответы к заданиям части 2 (начало)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 1	160	28	-4; 5	10		6
Вар. 2	12	26	-9; 16	13		9
Вар. 3	0,5	49	-12,25	25		60
Вар. 4	3	12	-20,25	25		120
Вар. 5	-1; 4	75 км/ч	3; 3,25	4		14
Вар. 6	1; 2,5	70 км/ч	-2; -2,2	102		16
Вар. 7	-4; 1	59 км/ч	$(-\infty; 3,6) \cup (3,6; 4) \cup (4; +\infty)$	12		19,5
Вар. 8	4	70 км/ч	$(-\infty; -7) \cup (-7; -3) \cup (-3; +\infty)$	12		$\frac{65}{12}$
Вар. 9	-3; -1; 2	20 км/ч	$\{-9\} \cup [0; 16]$	2		45; 45
Вар. 10	-9; -8; 1	10 км/ч	$\{-9\} \cup [-5; 5]$	2		45; 45
Вар. 11	0,5; 3,5; 4	72 км/ч	$[-5; 4]$	4		6,4
Вар. 12	0,25; 1,75; 2	80 км/ч	$[-9; -8] \cup \{1\}$	3		$12\sqrt{3}$
Вар. 13	-9; -4; 1	47	-4; 4	12,5		$2\sqrt{3}$
Вар. 14	1; 7; 13	184	-2; 2	6,25		$\frac{5\sqrt{3}}{2}$
Вар. 15	-1; ± 2	200	-3; 3	11,25		$\sqrt{10}$
Вар. 16	1; ± 7	10	-6; 6	9,225		$\sqrt{15}$
Вар. 17	-8; 2	10	4; 8	8		48
Вар. 18	0; 6; 8; 14	8	6; 7	9		48
Вар. 19	-7; -3	4	-7,5; 0	6		$\frac{20}{3}$

Ответы к заданиям части 2 (продолжение)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 20	-2; 4	6	4; 7	21		$\frac{18}{5}$
Вар. 21	-5; -1; 1	57,6 км/ч	-6,25; -4; 6	31		4,8
Вар. 22	-2; -1; 1	72 км/ч	-2,25; -2; 4	46		7,5
Вар. 23	-4; 3	143	-9	44		22; 8
Вар. 24	1; 4	163	12	58		26; 8
Вар. 25	-1	750	25	60; 120		$\frac{2040}{7}$
Вар. 26	2	800	8	120; 60		$\frac{5520}{7}$
Вар. 27	(-2; 3)	16	-1; 3	9		$\frac{15 \cdot 9\sqrt{17}}{2}, \frac{2}{2}$
Вар. 28	$(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$	8	-5; -4	7		$4\sqrt{13}; 12\sqrt{5}$
Вар. 29	72	6 км/ч	-10; -8; 8	112		$\frac{9}{2}$
Вар. 30	150	4 км/ч	3	40		$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$
Вар. 31	12	124 км	-16; 0	30		$\frac{44}{81}$
Вар. 32	35	80 км	-1; 0	26		$\frac{68}{275}$
Вар. 33	(2; -3), (2; 3)	10 км/ч	$(-4; 0) \cup (4; +\infty)$	62°; 54°; 64°		24

Ответы к заданиям части 2 (окончание)

№	21	22	23	24	25	26
Вар. 34	$(0; 0), \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right)$	15 км/ч	$(-3; 0) \cup (3; +\infty)$	$66^\circ; 44^\circ; 70^\circ$		16
Вар. 35	16	4	4	17		12
Вар. 36	-4	2	4	15		6
Вар. 37	-6	27 км/ч	$\{0\} \cup [1; +\infty)$	10,5		$12\frac{2}{25}$
Вар. 38	6	24 км/ч	$\{0\} \cup (4; +\infty)$	52,8		$20\frac{20}{49}$
Вар. 39	-1	19,2	4	4		$13\frac{13}{\sqrt{3}}$
Вар. 40	1	72	$[-8; -4] \cup [8; +\infty)$	3		$\frac{\sqrt{183}}{3}$

Ответы к сборнику задач

1. 162. 2. 57,8. 3. 192. 4. Во втором. 5. В первой библиотеке. 6. Хомячков
осталось поровну. 7. 100. 8. Рыб стало поровну. 9. В первом коробке.
10. В. 11. 180. 12. Блондинок. 13. 25. 14. 14. 15. 3,8. 16. 25. 17. 75.
18. 4800. 19. 690 руб. 20. Вторая. 21. Количество клиентов в обоих
филиалах осталось одинаковым. 22. $\frac{3(x-1)}{x-3}$. 23. $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. 24. $-\frac{1}{x+9y}$.
25. $\frac{1}{6x+y}$. 26. 5. 27. $\frac{12}{a}$. 28. -1. 29. 0. 30. -1. 31. $x^2 + ax^2 + 4a^2 + 3a$.
32. $-\frac{a+b}{2}$. 33. $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. 34. $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. 35. $\frac{2ab}{a^2+b}$. 36. 3. 37. 1. 38. 1.
39. $2(a+b)$. 40. $a+b$. 41. b . 42. $\frac{a-3}{2a}$. 43. $\frac{x-4}{x+4}$. 44. $1-x$. 45. $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$.
46. $\frac{24}{5b-4a}$. 47. $\frac{1}{x+2}$. 48. 1. 49. $2\sqrt{3}$. 50. $2m$. 51. $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$.
52. 1. 53. 1. 54. $b+1$. 55. $\frac{1}{x-1}$. 56. 27. 57. 100. 58. 10^{n+1} . 59. 9^{n+2} .
60. $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. 61. 1. 62. 4. 63. $4\sqrt{3}$. 64. 3 и 4. 65. 7. 66. $\sqrt{-a} + \sqrt{-b}$.
67. $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. 68. $\frac{b-5}{a-3}$. 69. $\frac{2m-3}{n+1}$. 70. $\frac{b+7}{3a+1}$. 71. $\frac{b-4}{4a-3}$. 72. $\frac{1}{2-n}$.
73. 0,2. 74. $-\frac{a+1}{2a}$. 75. $\frac{2}{b^2(b-1)}$. 76. $\frac{3k}{k-1}$. 77. $\frac{1}{t-2}$. 78. 0. 79. 1.
80. -5. 81. $\frac{2-m}{2+m}$. 82. 0. 83. 0. 84. $\frac{1}{a+b}$. 85. $\frac{a}{3b}$. 87. $\frac{(a+b)^2}{a}$. 88. -1.
89. -1. 90. $\frac{x}{x-4}$. 91. $\frac{x-2}{x}$. 92. $\frac{a}{a-3}$. 93. $\frac{3}{b-4}$. 94. -5. 95. $\frac{7}{m-1}$.
96. $n(n+1)(m-1)$. 97. $\frac{3x-2}{x-3}$. 98. $(x+y)(x-2y)$. 99. $(x-y)(x+3y)$.
100. 0; $x_1 = 0,5$; $y_1 = -2$; $x_2 = -4$; $y_2 = -11$. 101. -5; $x = -0,5$;
 $y = 2,5$. 102. 3; $x = 2$; $y = 1,8$. 103. (2; 1). 104. (2; 1). 105. 2; 9.
106. 4; -3. 107. 3. 108. $x = 0$. 109. $x_1 = 0$, $x_2 = 2,5$. 110. 0; 2; -2; -1,5.
111. 0; -1,5; $\pm\sqrt{3}$. 112. $x_1 = 3$, $x_2 = 4$. 113. $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{3}{5}$, $x_3 = 1$.
114. $x = -1$. 115. $x_1 = -2$, $x_2 = -1$. 116. $\pm\sqrt{2}$. 117. $\pm\sqrt{2}$; ± 2 ; $\pm 2\sqrt{2}$.

120. $x = 4$. 121. $x = 1$. 122. $(3; 1)$, $(9; 13)$. 123. $(-3; 5)$, $(5; -7)$.
 124. -1 ; 1 . 125. $(2; 4)$; $(6; 12)$. 126. -2 ; 2 . 127. $(0; 3)$; $(-3; 0)$. 128. 2 ; 4 .
 129. -1 и -3 . 130. ± 1 ; ± 3 . 131. ± 2 . 132. $(-1; 1)$; $(-2; 2)$. 133. $(2; -4)$;
 $(4; -8)$. 134. Нет. 135. Нет. 136. Да. 137. 2 . 138. 3 . 139. $(2; -3)$,
 $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. 140. $(-5; 2)$, $(2; 5)$. 141. $(1; 1)$, $(-1; -1)$. 142. $(2; 1)$, $(-2; -1)$.
 143. $(0, 4; 2)$. 144. $(0, 6; -1, 4)$; $(0, 4; -1, 6)$. 145. $(0; -3)$, $(4; 5)$. 146. $(3; 4)$,
 $(4; 3)$, $(-3; -4)$, $(-4; -3)$. 147. $(2; 4)$, $(-3; 9)$. 148. $(4; 10)$. 149. 6 ; 54 .
 150. $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. 151. $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. 152. $x = 5$, $y = -7$.
 153. $x = 12$, $y = -2$. 154. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. 155. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.
 156. $(130, 5; 56, 5)$. 157. $(-2; 3)$. 158. $(0; -2)$, $(-2; 2)$. 159. $(0; 0)$, $(0; 1)$,
 $(1; 0)$, $(1; 1)$. 160. $(3; 2)$, $(3; -2)$, $(4; \sqrt{3})$, $(4; -\sqrt{3})$. 161. $x \geq 0$, $y \geq 0$.
 162. $(5; 4)$. 163. $(2; 1)$. 164. $(5; 1)$. 165. $(2, 5; -0, 5)$. 166. $(2; -5)$, $(3; -4)$.
 167. $(0, 25; 4, 75)$, $(2; 3)$. 168. $(2; 1)$, $(4, 5; -1, 5)$. 169. $(-4; 1)$.
 170. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. 171. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. 172. $(-9; 13)$, $(-1; -3)$,
 $(1; 3)$, $(9; -13)$. 173. $(-7; -1)$, $(-1; 5)$, $(1; -5)$, $(7; 1)$. 174. $(-3; -1)$,
 $(3; 1)$, $(2\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(-2\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. 175. $(2; -2)$, $(-2; 2)$. 176. $(2; -2)$,
 $\left(\frac{2}{3}; -6\right)$. 177. $(9; 0, 5)$, $(1; 4, 5)$. 178. $(6; 3)$, $(3; 6)$. 179. $(-1; 4)$.
 180. $\left(2; \frac{1}{2}\right)$, $\left(2; -\frac{1}{3}\right)$, $(-4; -1)$. 181. $(3; 2)$; $(-3; -2)$.
 182. $(-\infty; -3) \cup \{-0, 5\}$. 183. $(-\infty; -1) \cup \{0, 5\}$. 184. $(-\infty; -5] \cup \{4\}$.
 185. $\left(-1; -\frac{2}{3}\right]$. 186. $\left(-\infty; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup$
 $\cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$. 187. $(-2; -1) \cup (1; 2)$. 188. $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$.
 189. $\left[\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right]$. 190. $[-2; 0)$. 191. $(0; 4]$. 192. $\left(\frac{12}{5}; 18\right)$.
 193. $(-\infty; 0)$. 194. $(-\infty; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.
 195. $(-\infty; -2, 5) \cup \left(-2, 5; -\frac{1}{3}\right] \cup (7; +\infty)$. 196. $(-\infty; -5) \cup (-5; -3] \cup$
 $\cup [7; +\infty)$. 197. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. 198. $\left(-\infty; \frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3}; +\infty\right)$.

199. $[-3; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; 4]$. 200. $[6; 7) \cup (7; +\infty)$. 201. $[-\sqrt{7}; -\sqrt[3]{5}) \cup (-\sqrt[3]{5}; 2]$. 202. $(-7; 2,5)$. 203. $[-2\frac{2}{3}; 2]$. 204. $[-5; 0) \cup (0; \frac{4}{3}]$.
205. $(\frac{2}{3}; 3)$. 206. $\{-3\} \cup [1,5; 4]$. 207. $\{-1\} \cup (-0,25; 3) \cup \{5\}$. 208. $(1; 5)$, $(2; 5)$, $(0; 6)$, $(1; 6)$, $(2; 6)$. 209. $(2; -2)$, $(2; -1)$, $(2; 0)$, $(3; -1)$, $(3; 0)$, $(4; 0)$. 210. $0; 1; 2$. 211. $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$. 212. $\{2\}$. 213. $\{6\}$. 214. $\{7\}$. 215. $\{3\}$. 216. $\{-1; 3\}$. 217. $\{4\}$. 218. $\{1\}$. 219. $\{2\}$. 220. $\{-1 + \sqrt{2}\}$. 221. $\{-1 - \sqrt{5}\}$. 222. $(-\infty; 1 - \sqrt{3}) \cup [1 + \sqrt{3}; +\infty)$. 223. $(-\infty; 3 - 3\sqrt{2}) \cup \{3\} \cup [3 + 3\sqrt{2}; +\infty)$. 224. $(-\frac{1}{2}; 1)$. 225. $(-1; 0)$. 226. $[1; 2] \cup [3; 4]$.
227. $[1; 3] \cup [5; 6]$. 228. $[-1; 2] \cup [3; 4]$. 229. $[-5,5; -5] \cup [-4; -2] \cup [-1; 1]$. 230. $\{-1; 5\}$. 231. $\{1\}$. 232. $(-\infty; -5] \cup \{-2; 2\} \cup [3; +\infty)$. 233. $\{-3; 3\} \cup [-2; 1]$. 234. $-12 \leq x \leq \frac{4}{3}$. 235. $-4 \leq x \leq \frac{4}{3}$. 236. $0,75 \leq x \leq 3$.
237. $(-\infty; -1,75] \cup [2; +\infty)$. 238. 5. 239. 7. 240. $[1,5; 2) \cup (2; 5]$. 241. $-6 \leq x < -4, -4 < x < 4$. 242. $-4 \leq x < -3, -3 < x < 3$. 243. 0,9. 244. $-0,6$. 245. $-0,3$. 246. 5 ч. 247. 11. 248. 2436. 249. 2600. 250. 145 км/ч. 251. 10 дней. 252. 9646. 253. 8910. 254. 2436. 255. 11109. 256. 15. 257. 0. 258. $\{4, 9, 14\}$ и $\{13, 9, 5\}$. 259. $\{1, 4, 7\}$ и $\{17, 4, -9\}$. 260. $\{11, 5, -1\}$ и $\{2, 5, 8\}$. 261. $\{3, 10, 17\}$ и $\{12, 10, 8\}$. 262. 3. 263. 4,5. 264. 7. 265. 17. 266. Да. 267. Нет. 268. Нет. 269. 18; 8; -2 . 270. 10; 6; 2. 271. Нет. 272. Нет. 273. Да. 274. Нет. 275. 0; 12. 276. Да. 277. 10. 278. 8. 279. 5241. 280. 2,25. 281. 0. 282. 754. 283. 3185. 284. 1925. 285. 2525. 286. 20. 287. 8. 288. 0,9. 289. 11520.
290. 3953. 291. 1560. 292. $-10\frac{2}{3}$. 293. $b_8 = \frac{1}{9}$. 294. $b_8 = -384$.
295. 3069. 296. 81. 297. $a = 32; b = 2$. 298. $\frac{1}{3}$. 299. $\frac{5 - \sqrt{23}}{2}$. 300. $3 + \sqrt{6}$.
301. $2 + \sqrt{\frac{10}{3}}$. 302. 3; 6; 9. 303. 16; 11; 6. 304. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$. 305. $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.
306. 2. 307. 1. 308. -2 . 309. $-\frac{1}{2}$. 310. 1. 311. 2. 312. 9. 313. 4; 8; 16.
314. 12; 6; 3. 315. $5 + 2\sqrt{5}$. 316. $\frac{5 - \sqrt{5}}{4}$. 317. Нет. 318. Да. 319. Да. 320. 16. 321. 27. 322. -14 . 323. -20 . 324. Да. 325. Да. 326. 6. 327. 64.

334. Прямая $y = x - 1$ без точки $(3; 2)$. 335. Гипербола $y = \frac{1}{x}$ без точки

$$\left(4; \frac{1}{4}\right). 336. y = \begin{cases} 6 - 2x, & \text{если } x < 1,5; \\ 2x, & \text{если } 1,5 \leq x < 3; \\ 4x - 6, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

$$337. y = \begin{cases} -10x - 5, & \text{если } x < -1,75; \\ 9 - 2x, & \text{если } -1,75 \leq x < 2; \\ 5, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек $(2; 1)$ и $(4; -3)$. 339. Парабола $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек $(2; 2)$ и $(3; 2)$. 340. $a = 3, b = 6, c = -2$.

$$341. a = \frac{2}{9}, b = -\frac{8}{9}, c = -\frac{10}{9}. 342. (-4; 15). 343. \left(-\frac{3}{2}; 4\right).$$

344. $(1, 5; 5)$. 345. $(1; 5)$. 346. $(3; 14)$. 347. $(7; 58)$. 348. $(2; 7)$. 349. $(1; -13)$. 350. $y = x^2 - x + 1$. 351. $y = -x^2 + x + 1$.

$$352. \left(\frac{-1 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}; \frac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}\right). 353. \left(\frac{\sqrt{5} - 3}{4}; \frac{3 - \sqrt{5}}{4}\right).$$

354. $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{41}{8}\right)$. 355. $(-2; 0), (1; 0), (2; 0), (0; 4)$. 356. $(-2; 0), (-1; 0), (1; 0), (0; 2)$. 357. 1) $(-0,5; 4), (-0,5; -4)$; 2) $(-0,375; 4,25), (-0,375; -4,25)$. 358. 1) $\left(-\frac{1}{6}; 6\right), \left(\frac{1}{6}; 6\right)$; 2) $\left(-\frac{5}{3}; -5\right), \left(\frac{5}{3}; -5\right)$.

$$359. A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{13}{4}\right), B\left(-\frac{\sqrt{5} - \sqrt{13}}{2}; 0\right), C\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; -3\right). 361. (\sqrt{2}; 0),$$

$(-\sqrt{2}; 0)$. 362. $(2; 0), (-2; 0)$. 363. $(4 + \sqrt{14}; 0), (4 - \sqrt{14}; 0)$.

$$364. (6 + \sqrt{33}; 0), (6 - \sqrt{33}; 0). 365. y = 32. 366. y = -12.$$

$$367. y = \frac{1}{2}(x + 1). 368. y = -\frac{1}{2}(x + 1). 369. (0; 0), (8; 0), (0; 6).$$

370. $(1; 0), (3; 0), (0; 1), (0; 3)$. 371. $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$.

$$372. (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty). 373. (0; -16). 374. (0; 30). 375. $-1 \leq x \leq 1,5$.$$

$$376. $0 \leq x \leq 2$. 377. $-2 < x < 6$. 378. $-15 \leq x \leq 9$. 379. $-7 < y < 7$.$$

$$380. $-1 < y < 7$. 381. $4 \leq x \leq 5$. 382. $0 < x < 2$. 383. $1 \leq x \leq 4$.$$

$$384. $-13 < x < -8$. 385. $0 \leq x \leq 2$. 386. $-4 \leq x \leq 0$. 387. $-\frac{7}{9} \leq y < \frac{1}{3}$.$$

$$388. $0 < x \leq \frac{10}{11}$. 389. $x \geq -5$. 390. $x \geq -7$. 391. $-5 \leq x \leq 2$.$$

$$392. $-3 \leq x \leq 6$. 393. $0 \leq x \leq 7$. 394. $0 \leq x \leq 5$. 395. 2. 396. 3.$$

397. $(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -\sqrt{2}] \cup [0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \sqrt{2}]$.
398. $[-\sqrt{7}; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. 399. $[11; +\infty)$.
400. $[4; +\infty)$. 401. $[2; 2,5) \cup (2,5; 5]$. 402. 2. 403. 1. 404. 5. 405. -1.
406. $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. 407. $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. 408. -12,25.
409. $2\frac{2}{3}$. 410. $\frac{3}{4}$. 411. $[3; +\infty)$. 412. $-4 \leq x \leq 2$. 413. 24,2 м. 414. 9 кг.
415. $v_1 = 30$ км/ч; $v_2 = 25$ км/ч. 416. 600 км. 417. 24 км/ч, 32 км/ч.
418. 90; 130. 419. 10 деталей в час. 420. 60 км/ч. 421. 80 км/ч. 422. 20.
423. 30. 424. 8 ч. 425. 9 дней. 426. за $1\frac{29}{31}$ ч. 427. 1 ч. 428. $\frac{840}{137}$ мин.
429. $\frac{600}{47}$ часа. 430. 100 км/ч. 431. 500 км. 432. 20. 433. 36. 434. 45.
435. 40. 436. 15. 437. 8,25. 438. 10 км/ч. 439. 5 км/ч. 440. 10 кг; 25 кг.
441. 120 г. 442. 5,25 ч. 443. 2 ч. 444. 12 км/ч, 4 км/ч. 445. 1 : 3.
446. 3 : 1. 447. 15 км/ч. 448. 30 мин, 45 мин. 449. Медь — 75%, цинк — 25%.
450. 2400. 451. 5. 452. 40 км/ч, 50 км/ч. 453. 10 ч, 6 ч.
454. 80 км/ч. 455. 24; 40. 456. 9 ч, 18 ч. 457. 60 км/ч, 75 км/ч. 458. 120.
459. 3. 460. 2,5. 461. 72 км/ч. 462. 70 км/ч. 463. 100, 60. 464. 120, 48.
465. 180 км. 466. 36 км/ч, 48 км/ч. 467. 72 км/ч, 60 км/ч. 468. 75 км/ч, 60 км/ч.
469. 4 кг. 470. 96 км. 471. $\frac{7}{3}$. 472. 4 км/ч. 473. 10 ч, 15 ч.
474. 12 ч, 24 ч. 475. 28 ч, 21 ч. 476. 12. 477. 2,4 км. 478. 2,4. 479. 100.
480. 12. 481. 60 км/ч. 482. 90 км/ч. 483. 35. 484. 10. 485. 20 и 30.
486. 30 и 25. 487. 1 : 2. 488. 3 : 1. 489. 3 : 7. 490. 3 : 4. 491. 2.
492. 7. 493. 1,5. 494. 24. 495. 2,4. 496. 8. 497. 80 и 12. 498. 5 и 20.
499. 8 и 4. 500. 30 и 60. 501. 800. 502. 75. 503. 4. 504. 6,3.
505. 10. 506. $\frac{10}{3}$. 507. 24 и 40. 508. $2\frac{2}{3}$. 509. 3. 510. 4. 511. 21. 512. 21.
513. 2. 514. 6. 515. 12, 8 и 24 месяца. 516. 4, 6 и 12 месяцев. 517. $\frac{40}{9}$.
518. 10.
519. 4 : 3. 520. 5 : 4. 521. 8 и 10 дней. 522. 15 и 12 дней.
523. 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. 524. 4 при $0 < a < 9$; 3 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. 525. (0,5; 3). 526. (-1; -0,5). 527. -6; 6. 528. -14; 14.
529. ± 15 . 530. ± 7 . 531. (-4; 2). 532. (-5; -1). 533. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

534. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$. 537. $k = 4, a = 1$. 538. $k = 0, b = -4$. 539. $(-\infty; -2,8] \cup (-2,5; -2) \cup (2; +\infty)$. 540. $(-1; 0) \cup (0; 9)$. 541. 11,5. 542. 32850. 543. 35392. 544. 72. 545. 0,5, 3,5. 546. $(-3; 3)$. 547. $-1; 0; 1; 2; 3$.

548. $a \in Z$. 549. $0; 1; -\frac{1}{3}$. 550. $0; 1; -\frac{1}{3}$. 551. $-10; 6$. 552. $-15; 9$.

553. $a \in (2; 4)$. 554. $a \in \left(\frac{11}{9}; +\infty\right)$. 555. $m \in (-1,75; 0)$. 556. 3.

557. 5; 6. 558. $-4,5 < a < 0,75$. 559. $-0,4 < a < \frac{1}{3}$. 560. 1.

561. $y = -0,5x + 2,5; y = 2x - 5$. 562. $0; 1$. 563. $a \in (-6; +\infty)$.

564. $-1; 3$. 565. $a \in (-\infty; -0,5)$. 566. 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 5)$; 3 при $a = 5$; 2 при $a > 5$. 567. 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0; 4)$; 3 при $a = 4$; 2 при $a > 4$. 568. $0; 1$. 569. $0; 1$. 570. $(-\infty; -3)$. 571. $(0; 3)$. 572. $(2; +\infty)$. 573. $(-\infty; -4)$. 574. 7; -4 . 575. 2; -5 . 576. $b = 4; c = 4$. 577. $b = -6; c = 11$. 578. $(-6; -2]$. 579. $[3; +\infty)$. 580. $m \in (-2; -1) \cup \{0\}$.

581. $m \in (0; 1) \cup (2; 4)$. 582. $\{-2\} \cup (4; +\infty)$. 583. $(-1; 0)$. 584. -1 . 585. -6 . 586. $0 \leq k < 1$. 587. $-2 \leq k < 0$. 588. -10 . 589. -2 . 590. $k > 9$. 591. $k > 2$. 592. $0 < k < 11$. 593. $0 < k < 18$.

594. $3,5 < a \leq 4$. 595. $4 < a \leq 4,5$. 596. $-\frac{9}{8} \leq c < 0$. 597. $p > \frac{4}{3}$.

598. $p < 12, p > 14$. 599. $-7 < k < 0$. 600. -1 . 601. $b = 8; c = 23$.

602. $k < -1$. 603. $-1 < k \leq 0$. 604. $-6 < a < 3$. 605. $-4 < k < 6$.

606. $1 < k < 3$. 607. $-3 < k < 2$. 608. $(1; 2)$. 609. $-6 \leq a < 2$.

610. $-2 < a \leq 6$. 611. $-\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$. 612. $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$. 613. $a > 1$.

614. $a < -6$. 615. $k \in \{-4\} \cup \left[-\frac{12}{5}; -\frac{8}{3}\right]$. 616. $k \in [-1; 3]$.

617. $k \in (0,5; 2)$. 618. $(0; 0,5] \cup [1; 3)$. 619. $(-\infty; -2] \cup \{-1\}$.

620. $0 \leq k < \frac{2}{5}; k = \frac{2}{3}; \frac{4}{3} < k \leq 2$. 621. $\frac{2}{3} \leq k < \frac{6}{7}; \frac{6}{7} < k \leq 2$. 623. 8.

624. 2,4. 626. 15,6. 628. 10. 629. 1,5. 631. 0,25. 632. 1,5. 634. 12.

635. 2. 636. 2. 637. 30. 638. 20. 639. 3. 641. 10. 643. 25. 645. 10.

646. $\frac{125}{12}$. 647. 2. 649. $2\sqrt{7}$. 650. 1. 651. 14. 653. 14. 655. 30. 656. 66.

659. 1; 7. 661. 6. 662. 4. 663. 8. 664. 40. 665. 20. 666. 2. 667. $2\sqrt{3} + 4$.

670. $14\sqrt{2}$. 671. 21,25. 672. 8. 673. 3. 674. 0,75. 675. 49. 676. 6. 677. 17.

ОГЭ

Учебное издание

**Коннова Елена Генриевна, Кривенко Виктор Михайлович,
Нужа Галина Леонтьевна, Ольховая Людмила Сергеевна,
Резникова Нина Михайловна, Фридман Елена Михайловна,
Ханин Дмитрий Игоревич**

**МАТЕМАТИКА. 9-й класс.
ПОДГОТОВКА К ОГЭ-2017.**

40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.О. Иванова

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Обложка Н. Раевская

Компьютерная верстка С. Иванов

Корректоры Н. Пимонова, Л. Андреева

Подписано в печать с оригинал-макета 23.09.2016.

Формат 60х84¹/₁₆. Бумага типографская.

Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,32.

Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 39070.

ООО «ЛЕГИОН»

Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.

Адрес редакции: 344082, г. Ростов-на-Дону, ул. Согласия, 7.

www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных издательством
электронных носителей в АО «Саратовский полиграфкомбинат».

410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru