**Министерство общего и профессионального образования**

**Свердловской области.**

**ГБПОУ СО «ИГРТ».**

ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНУ

По дисциплине «Математика»

для студентов первого курса дневного отделения

(Технические специальности).

Рассмотрено Утверждаю

цикловой комиссией Зам. директора по УВР

Председатель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А.Фот/

\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Н.С. Жукова/

Составил

Преподаватель математики Л.Н. Фот

Пояснительная записка

Максимальное количество часов за год - 366 часов, в том числе: аудиторных - 244 часов,

самостоятельная работа студентов - 122 часов.

Итоговая аттестация проводится в виде экзамена и включает в себя задания по темам.

Тема 1.1. Действительные числа. Уравнения, неравенства, системы

Тема 1.2. Функциональная зависимость

Тема 1.3. Показательная, логарифмическая и степенная функции. Уравнения и неравенства

Тема 1.4. Тригонометрические функции

Тема 2.1. Прямая и плоскость в пространстве, их взаимное расположение.

Тема 2.2. Геометрические тела, их объёмы и поверхности.

Тема 2.3. Векторы на плоскости и в пространстве.

Тема 3.1. Производная функции. Приложения производной.

Тема 3.2. Дифференциал функции.

Тема 4.1. Неопределенный и определенный интеграл.

**Критерии оценки.**

В экзаменационном билете 9 заданий. За каждое правильно выполненное задание, в зависимости от уровня сложности, студент получает определенное количество баллов. Общее количество баллов за работу – 57.

Из заданий, имеющих несколько примеров, достаточно решить один (по выбору студента).

На положительную оценку необходимо правильно решить задания и набрать не менее 40 баллов.

**Шкала перевода баллов.**

50-и более баллов – «отлично»

45-49 баллов – «хорошо»

40-44 баллов – «удовлетворительно»

Менее 40 баллов – «неудовлетворительно»

**Задание 1 (2 балла)**

Исследуйте и решите систему уравнений методом Крамера.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 

**Задание 2 (6 баллов)**

**Решите уравнение и неравенство:**

Для всех вариантов, *а* = n, *b* = n + 1, *c* = n + 2, где ***n*** *–* номер вашего варианта

2.1. (3 балла)

2.2. (3 балла)

**Задание 3 (4 баллов)**

**Решите тригонометрические уравнения:**

3.1. (2 балла); 3.2. . (2 балла).

**Задание 4 (10 баллов)**

Исследуйте функцию по правилу, с использованием первой и второй производной и постройте её график.

*, где* *- № варианта.*

(п.п. **1,2,5,6** *–* по функции; **7,8** *–* по 1-й производной; **9,10** *–* по 2-й производной;

**11** *–* график.

Исследовать по функции и первой производной – **4 балла**,

исследовать по второй производной – **3 балла**,

построить схематичный график функции – **3 балла.**

**Задание 5 (8 баллов)**

**Решите задачи:**

Для всех вариантов: ***n*** *–* номер вашего варианта

***а*** *=* ***n*** ***Н*** *=* ***n + 5***

**5**.1. В правильной треугольной призме сторона основания равна 2*а*, высота равна *Н*. Найдите полную поверхность и объем этой призмы. (3 балла)

5.2. Найдите полную поверхность и объём конуса, если диметр основания равен **2*а*** см**.**, образующая наклонена к плоскости основания под углом **60о. (**5 баллов)

**Задание 6 (5 баллов)**

Найдите производные функций

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. 
11. ;
12. ;
13. ;
14. ;
15. ;
16. ;
17. ;
18. ;
19. ;
20. 

**Задание 7 (10 баллов)**

Вычислите интегралы:

Для всех вариантов *a = n, b = n + 1, c = n + 2, где* ***n*** *–* номер вашего варианта.

7.1. Вычислите интеграл, применяя формулы и правила интегрирования (**по 1 баллу за каждый пример**)

а) ; б) ; в) 

7.2.Вычислите интеграл, применяя преобразование подынтегральной функции и формулы и правила интегрирования (**3 балла**)



7.3. Вычислите интеграл, применяя правило 

(**по 2 балла за каждый пример**)

а) ; б) 

**Задание 8 (5 баллов)**

Найдите неизвестные элементы треугольника по заданным элементам

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар.  № | **Прямоугольный треугольник АВС** | | | | | | Вар.  № | **Косоугольный треугольник АВС** | | | | | | |
| ***a*** | ***b*** | ***с*** | **А** | **В** | **S** | ***а*** | ***b*** | ***с*** | **А** | **В** | **С** | **S** |
|  |  |  | 9.35 | 65010**′** |  |  |  |  |  | 370 |  | 86037**′** | 50030**′** |  |
|  | 10,24 |  | 32,12 |  |  |  |  | 510 | 317 |  |  |  | 76010**′** |  |
|  | 6,37 |  |  | 4020**′** |  |  |  | 87 | 65 |  | 750 |  |  |  |
|  |  |  | 3,65 | 50010′ |  |  |  |  |  | 450 | 87050**′** | 10050**′** |  |  |
|  | 0,2954 |  |  |  | 25037**′** |  |  | 225 | 800 |  |  |  | 36040**′** |  |
|  |  |  | 9,53 | 65015**′** |  |  |  | 350 |  |  |  | 86036**′** | 50050**′** |  |
|  |  | 10,20 | 32,10 |  |  |  |  | 520 | 330 |  | 76010**′** |  |  |  |
|  |  | 6,73 |  | 5020′ |  |  |  | 78 |  | 56 |  | 800 |  |  |
|  |  |  | 3,46 |  | 52010′ |  |  |  |  | 450 | 87030**′** | 10040**′** |  |  |
|  |  | 0,30 |  |  | 25040**′** |  |  |  | 220 | 800 |  |  | 36048**′** |  |

**Задание 9 (7 баллов)**

Решите задачу

Дано. АВС – треугольник. Найдите:

Координаты всех векторов (1 балл);

Периметр треугольника АВС с точностью до 0,01 (2 балла);

Косинусы внутренних углов треугольника АВС с точностью до 0,01 (2 балла)

Координаты центра тяжести треугольника АВС. (2 балла);

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Координаты точки  **А** | | Координаты точки  **В** | | | Координаты точки  **С** | |
| ***х*** | ***у*** | ***х*** | ***у*** | ***х*** | | ***у*** |
|  | -1 | -3 | 2 | 4 | 6 | | -1 |
|  | 1 | -2 | 7 | 2 | 2 | | 3 |
|  | -3 | -3 | -2 | 3 | 3 | | -2 |
|  | 1 | 3 | 6 | -1 | -3 | | 1 |
|  | -4 | -2 | -3 | 3 | 5 | | -3 |
|  | 3 | -2 | -3 | -4 | 1 | | 3 |
|  | 3 | -1 | 2 | 1 | -2 | | 7 |
|  | -2 | -2 | 1 | -3 | -1 | | 3 |
|  | -2 | -3 | -3 | 2 | 2 | | 4 |
|  | 4 | 1 | 2 | -2 | 1 | | 3 |
|  | -2 | 1 | 0 | 2 | 3 | | 1 |
|  | -1 | 2 | 3 | 1 | -1 | | 0 |
|  | -1 | 3 | 1 | -2 | 0 | | 3 |
|  | -3 | -1 | 0 | -1 | 2 | | 1 |
|  | 4 | 1 | -3 | 2 | -2 | | 0 |
|  | -2 | -3 | 1 | -3 | 2 | | 0 |
|  | -2 | -2 | 1 | 1 | -3 | | 0 |
|  | 3 | -1 | 1 | 2 | 1 | | 1 |
|  | 3 | 2 | -1 | 3 | -4 | | 0 |
|  | -4 | -2 | 0 | -3 | 3 | | -1 |

**Основные формулы и рекомендации к выполнению заданий. (1 курс)**

|  |
| --- |
| **К заданию № 1** Исследовать ирешить систему линейных уравнений. |
| Решить систему методом Крамера  **Метод Крамера:** 1) Составляем главный определитель системы ,  если , то система имеет единственное решение **;**  2) Составляем вспомогательные определители по ***х*** и по ***у*:**  и  Ответ: Система имеет единственное решение . |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **К заданию № 2**. Логарифмическая и показательная функции. | | | | | | | |
| Показательная функция. | | | | | | | |
| ***Формулы.*** | ***Показательные уравнения.*** | | | | | | |
|  | *, решить полученное ур-ние.* | | | | | | |
|  | *Записать* ***Ответ.*** | | | | | | |
|  | ***Показательные неравенства*** | | | | | | |
|  |  |  | | | | | |
|  | *если ,* ***знак******не меняется****,* | | | | | | |
|  |  | |  | | | | |
|  | *если ,* ***знак******меняется****,* | | | | | | |
|  |  | | |  | | | |
| Логарифмическая функция. | | | | | | | |
| ***Формулы.*** | ***Логарифмические уравнения.*** | | | | | | |
|  | *, решить ур-ние.* | | | | | | |
|  | ***Проверить корни в ОДЗ: и записать Ответ.*** | | | | | | |
|  |  | | | | | | |
|  | ***Логарифмические неравенства.*** | | | | | | |
|  |  | | | | |  | |
|  | *если ,* ***знак******не меняется,*** | | | | | | |
| *, где b*  *a a* ≠1; |  | | | |  | | |
|  | *если ,* ***знак меняется*** | | | | | | |
|  |  | | | | | |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К заданию № 3** Тригонометрические функции. | | |
| ***Формулы.*** | ***Тригонометрические уравнения.*** | |
|  |  |  |
| ***;*** | , | *x=*  *если*  то *x = если* то *x =*  ***+*** *,*  *если* то *x=*  ***+*** |
|  | , | *x=*  *если*  то *x =*  ***+*** *.если* то *x =*  *если* то *x =* ***+*** |
| ***;*** | , где  - любое число | *x=*  *если*  то *x =* |
|  | - любое число | *x=*  *если*  то *x =*  ***+*** *.* |

**К заданию № 4.**  Приложение производной.

**План исследования функции y = f(*x*)**

**По функции:** п/п 1;2;и 5;6 – корни знак ф-ции.

1. О.О.Ф. – *х …* 2. М.З.Ф. – *у …*

5.6. Ф-цию приравнять к нулю, f(*x*) = 0, найти корни – ***x1,x2, x3;*** расположить их в порядке возрастания на числовой оси; (числ. ось разбилась на интервалы). Определить знак функции в каждом полученном интервале.

**По производной первого порядка:** п/п7;8 – монотонность, экстремумы ф-ции.

1. Найти производную первого порядка **y′ = f ′(*x*);**
2. Приравнять производную к нулю **f ′(*x*) = 0**, найти корни (стационарные точки 1-го рода) ***x4,x5*;**
3. Расположить точки в порядке возрастания на числовой оси; (числ. ось разбилась на интервалы).
4. Определить знак производной в каждом полученном интервале:

- там, где **y′**, там y = f(*x*) возрастает

- там, где **y′**, там y = f(*x*) убывает

максимум, **ymax = f(*x4*),** **M1(*x4;* f(*x4*))** точка максимума

- в стационарной точке, в которой знак производной меняется с на, функция имеет минимум, **ymin = f(*x5*)**, **M2(*x5;* f(*x5*))** точка минимума

**По производной второго порядка:** п/п 9;10 – выпуклость кривой и точки перегиба.

1. Найти производную второго порядка **y′′ = f ′′ (*x*);**
2. Приравнять производную к нулю **f′′(*x*) = 0**, найти корни (стационарные точки второго рода) ***x6***;
3. Расположить точки в порядке возрастания на числовой оси; (числ. ось разбилась на интервалы).
4. Определить знак производной в каждом полученном интервале:

- там, где **y′**, там y = f(*x*) вогнута,

- там, где **y′**, там y = f(*x*) выпукла,

-.в стационарной точке, в которой знак второй производной меняется, функция имеет **перегиб**

**уперегиба = f(*x6*); M3(*x6;* f(*x6*))** точка перегиба;

п. 11. **Построить график функции в системе координат.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К заданию № 5.** Стереометрия | | |
| ***Многогранники*** | | |
| Призма | Пирамида | Усечённая пирамида |
| Sполн= Sбок+2Sосн | Sполн= Sбок+ Sосн | Sполн.ус.пир.= Sбок+ Sн+ Sв |
| Sбок = боковых граней. | Sбок = боковых граней. | Sбок = боковых граней. |
| V призмы = Sосн ,  где призмы | V пирам. = 1/3Sосн ,  где пирамиды. |  |
| ***Полезно знать:* 1)**. , где *a, b* – стороны треугольника,  - угол между сторонами *a, b*. **2)**. S∆ABC = ·*a·h,* **3)**. Sпараллелограмма = *a·h,***4)**. Sромба = *mn,* где *m* и *n –* длины диагоналей ромба | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Круглые тела*** | | |
| Прямой круговой цилиндр | Прямой круговой конус | Усечённый конус |
| Sбок=2 | Sбок= | Sбок=() |
| Sполн=Sбок+2Sосн=2 + 2 = (r +) | Sполн=Sбок+Sосн=  + = (+) | Sполн. = Sбок + Sв + Sн |
| V= | V=1/3 | V=1/3(Sв + + Sн),  где Sв  ; Sн |
| ***Шар. Сфера.*** | | |
| Vш = 4/3; Sш=4 | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **К заданию № 8** Решение треугольников. | |
| Прямоугольный треугольник | Косоугольный треугольник |
| = ; =  = ; =  Теорема Пифагора        S∆ABC = ·***a·b*** | ***img693Теорема синусов***  ***Теорема косинусов***        где ***a****,* ***b*** – стороны треугольника,  - угол между сторонами ***a, b*.** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Значения тригонометрических некоторых углов.** | | | | | | | | | | | | |
|  | **00** | **300** | **450** | **600** | **900** | **1800** | **2100** | **2400** | **2700** | **3000** | **3300** | **3600** |
| 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sin** | 0 |  |  |  | 1 | 0 |  |  | 1 |  |  | 0 |
| **cos** | 1 |  |  |  | 0 | 1 |  |  | 0 |  |  | 1 |
| **tg** | 0 |  | 1 |  | Не сущ. | 0 |  |  | Не сущ. |  |  | 0 |
| **ctg** | Не сущ. |  | 1 |  | 0 | Не сущ. |  |  | 0 |  |  | Не сущ. |

|  |  |
| --- | --- |
| **К заданию № 6** | **К заданию № 7** |
| Вычисление производной функции. | Вычисление интегралов. |
| 1. (с) ' = 0 где с – const 2. (x) ' = 1 3. (cu) ' = cu)' 4. (u ± v)' = u' ± v' 5. (uv)' = u'v+v'u 6. ' = 7. (um)' = mu'; 8. (au)' = au lna u' 9. (eu)' = eu u' 11. (lo*g a* u)' = 12. (sin u)' = cos u u' 13. (cos u)' = sin u u' 14. (tg u)' = 15. (ctg u)' = 16. (arcsin u)' = 17. (arccos u)' = 18. (arctg u)' = 19. (arcctg u)' = | 1. ∫ d*x* = *x* + C, 2. ∫ *x*m d*x* = +C; где m ≠ 1 3. = ln + C 4. ∫*ax* d*x* = + C (*a*>0, *a* ≠1). 5. ∫e*x* d*x* = e*x* + C. 6. ∫sin *x* d*x* = cos *x* + C. 7. ∫cos *x* d*x* = sin *x* + C. 8. = tg *x* + C. 9. = ctg *x* + C 10. . = arcsin *x* + C. 11. . = arccos *x* + C. 12. = arctg *x* + C 13. = arcctg *x* + C 14. ∫ df(*x*) = f(*x*)+C, 15. ∫kf(*x*)d *x* = k ∫f(*x*)dx , где k =const, 16. ∫(f(*x*) +(*x*)) d*x* = ∫f(*x*)d*x* + ∫ g(*x*)d*x*. 17. ∫f(k*x* +b)d*x* = F(k*x* +b), где k ≠ 1 и F(k*x* +b) – первообразная для f(k*x* +b) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К заданию № 9** Векторы. | | |
| А (х1;у1)  В (х2;у2)  С (х3;у3)  img693  М0  АМ1 ВМ2 = М0 , где М0  – центр тяжести АВС | на плоскости | в пространстве |
| ( *х2 х1; у2у1*) | ( *х2х1; у2у1; z2z1*) |
|  |  |
| M2 | M2 |
| M0, где | M0 |
| Скалярное произведение векторов. | |
| , где - угол между векторами.  = | = |