***Применение технологии проблемного обучения***

***на уроках математики



содержание:***

***1.Введение***

***2.Сущность технологии проблемного обучения***

***3.Проблемный подход в обучении математике***

***3.1.мышление как процесс разрешения проблемных ситуаций***

***3.2.сущность проблемного подхода в обучении***

***3.3.способы создания проблемных ситуаций***

***3.4.уровни проблемного подхода в обучении***

***4.Приложение***

***5.Список литературы***

***Введение***

В настоящее время в связи с развитием рыночного типа экономической системы обществу нужны граждане, обладающие математическим мышлением. Новое время предъявляет новые требование к выпускнику школы. Школа должна создать условия для самореализации и самоопределения личности каждого ученика. Выпускник школы должен обладать способностью творческого роста, практического применения теоретических знаний, полученных при обучении в школе.

Выполнение этих задач ложиться на каждого учителя – предметника и в первую очередь на учителя математики, так как именно на уроках математики идет формирование математического, а затем практического и экономического мышления. Но нельзя сформировать глубокие, прочные знания, а на их основе – творческое мышление без выработки непосредственного интереса к предмету изучения.

Пробуждая интерес к своему предмету, учителю необходимо укреплять веру в свои силы у каждого ребенка независимо от его способностей. Каждый учитель должен развивать творческие возможности у слабых учеников, не давать останавливаться в своем развитии более способным детям, воспитывать у ребят силу воли, целеустремленность при решении сложных заданий. Для создания глубокого интереса учащихся к предмету, для развития их познавательной активности необходим поиск дополнительных средств, стимулирующих активность, самостоятельность, личную инициативу и творчество учащихся разного возраста. Использование технологии проблемного обучения служит одним из эффективных средств развития творческих способностей учащихся и творческого процесса в целом. А так как творческий процесс в любой интеллектуальной сфере не может осуществляться без участия одаренной, целостной, интересной личности, то учителю необходимо способствовать развитию одаренности и соответственно оптимизировать творческие умения и способности всех учащихся.

Таким образом в современной школе обозначилось **противоречие**  между традиционными методами и формами обучения, ориентированными на передачу готовых знаний, и ориентацией нового содержания на развитее творческих способностей учащихся в процессе предметного образования. Школа должна выпускать людей творческих, способных самостоятельно приобретать новые знания и применять их в изменяющихся условиях современной действительности. Применение технологии проблемного обучения активно способствует развитию творческих способностей учащихся на уроках математики.

***Технология проблемного обучения.***

***Проблемное обучение*** – это такая организация учебных занятий, которая предполагает создание под руководством учителя проблемных ситуаций и активную самостоятельную деятельность учащихся по их разрешению, в результате чего и происходит творческое овладение профессиональными знаниями, навыками, умениями и развитие мыслительных способностей.

***Целевые ориентации***

- приобретение ЗУН.

- усвоение способов самостоятельной деятельности.

- развитие познавательных и творческих способностей.

***Особенности содержания***

Проблемное обучение основано на создании особой проблемной мотивации, поэтому требует адекватного конструирования дидактического содержания материала, который должен быть представлен как цепь проблемных ситуаций.

Оптимальная структура материала – это сочетание традиционного изложения с включением проблемных ситуаций.

Проблемные ситуации могут быть различными по:

По интересности (мотивации) содержания :

* новое содержание;
* необычность взгляда на старое;
* связь с жизнью;
* связь с практической деятельностью учащихся;
* связь с современностью;
* связь с историей;
* связь с будущим.

По содержанию неизвестного Х:

* Х – цель;
* Х – объект деятельности;
* Х – способ деятельности;
* Х – условие выполнения деятельности.

По уровню проблемности :

**I уровень** – возникающие независимо от приемов;

**II уровень** – вызываемые и разрешаемые учителем;

**III уровень** – вызываемые учителем, разрешаемые учеником;

**IV уровень** – самостоятельное формирование проблемы и решения.

По виду рассогласования информации:

* неожиданности;
* конфликта;
* предположения;
* опровержения;
* несоответствия;
* неопределенности.

По методическим особенностям:

* непреднамеренные;
* целевые;
* проблемное изложение;
* эвристическая беседа;
* проблемные демонстрации;
* исследовательские лабораторные работы;
* проблемный фронтальный эксперимент;
* мысленный проблемный эксперимент;
* проблемные решения задач;
* проблемные задания;
* игровые проблемные ситуации.

По типу действий, требующихся для решения:

* выбора;
* принятия решения;
* сравнения сопоставления;
* устранения рассогласованности;
* изменения взгляда на вещи;
* эксперимента, пробы;
* поиска, исследования;
* творческого подхода.

По содержанию решаемых проблем различают три вида проблемного обучения:

* решение научных проблем(научное творчество) – теоретическое исследование, т.е. поиск и открытие обучаемым нового правила, закона, доказательства; в основе этого вида проблемного обучения лежат постановка и решение теоретический учебных проблем;
* решение практических проблем(практическое творчество) – поиск практического решения, т.е. способа применения известного знания в новой ситуации, конструирование, изобретение; в основе этого вида проблемного обучения лежат постановка и решение практических учебных проблем;
* создание художественных решений( художественное творчество) – художественное отображение действительности на основе творческого воображения, включающие рисование, игру, музицирование и т.п.

***Особенности методики***

*Проблемные методы* – это методы, основанные на создании проблемных ситуаций, активной познавательной деятельности учащихся, состоящей в поиске и решении сложных вопросов, требующих актуализации знаний, анализа, умения видеть за отдельными фактами явление, закон.

В современной теории различают два вида проблемной ситуации.

***Проблемные ситуации:***

*Педагогическая:*

Представляет организацию учебного процесса, создается с помощью активизирующих действий, вопросов учителя, подчеркивающих новизну, важность, красоту и другие отличительные качества объекта познания.

*Психологическая:*

 Касается деятельности учеников. Создание психологической проблемной ситуации сугубо индивидуально.

**I этап** – постановка педагогической проблемной ситуации, при которой у ребенка возникают вопросы, реакция на внешние раздражители. Педагогическая проблемная ситуация создается с помощью различных вербальных и технических средств.

**II этап** – перевод педагогически организованной проблемной ситуации в психологическую: состояние вопроса – начало активного поиска ответа на него, осознание сущности противоречия, формулировка неизвестного. На этом этапе учитель оказывает дозированную помощь, задает наводящие вопросы и т.д. Трудность управления проблемным обучением состоит в том, что возникновение психологической проблемной ситуации - акт индивидуальный, поэтому учителю нужно использовать дифференцированный и индивидуальный подходы.

**III этап** – поиск решения проблемы, выхода из тупика противоречий. Совместно с учителем или самостоятельно учащиеся выдвигают и проверяют различные гипотезы. Привлекают дополнительную информацию. Учитель оказывает необходимую помощь (в зоне ближайшего развития).

**IV этап** – «Ага-реакция», появление идеи решения, переход к решению, разработка его, появление нового знания( ЗНУ, СУД) в сознании учащихся.

**V этап** – реализация найденного решения в форме материального или духовного продукта.

**VI этап** – отслеживание ( контроль) отдаленных результатов обучения.

***Методические приемы создания проблемных ситуаций:***

* учитель подводит школьников к противоречию и предлагает им самим найти способ его разрешения;
* сталкивает противоречия практической деятельности;
* излагает различные точки зрения на один и тот же вопрос;
* предлагает классу рассмотреть явление с разных позиций( например, командира, юриста, финансиста, педагога);
* побуждает обучаемых делать сравнения, обобщения, выводы из ситуации, сопоставлять факты;
* ставит конкретные вопросы(на обобщение, обоснование, конкретизацию, логику рассуждения);
* определяет проблемные теоретические и практические задания( например: исследовательские);
* ставит проблемные задачи( например: с недостаточными или избыточными исходными данными, с неопределенностью в постановке вопроса, с противоречивыми данными, с заведомо допущенными ошибками, с ограниченным временем решения, на преодоление «психологической инерции» и др.).

Для реализации проблемной технологии необходимы:

* отбор самых актуальных, сущностных задач;
* определение особенностей проблемного обучения в различных видах учебной работы;
* построение оптимальной системы проблемного обучения, создание учебных и методических пособий и руководств;
* личностный подход и мастерство учителя, способные вызвать активную познавательную деятельность ребенка.

Уровни проблемного обучения отражают не только разный уровень усвоения учащимся новых знаний и способов умственной деятельности, но и разные уровни мышления.

***Уровень обычной несамостоятельной активности*** – это восприятие учащимся объяснений педагога, усвоение образца умственного действия в условиях проблемной ситуации, выполнение самостоятельных работ, упражнений воспроизводящего характера.

***Уровень полусамостоятельной активности*** характеризуется применением усвоенных знаний в новой ситуации участием учащихся в совместном с педагогом поиске способа решения поставленной учебной проблемы.

***Уровень самостоятельной активности*** предусматривает выполнение самостоятельных работ репродуктивно-поискового типа, когда обучаемый самостоятельно работает по тексту учебника, применяет усвоенные знания в новой ситуации, конструирует решение задачи среднего уровня сложности, путем логического анализа доказывает гипотезы – помощь педагога при этом минимальна.

***Уровень творческой активности***характеризует выполнение самостоятельных работ, требующих творческого воображения, логического анализа, открытия нового способа решения, самостоятельного доказательства. На этом уровне делаются самостоятельные выводы и обобщения, изобретения; художественное творчество тоже относится к этому уровню.

***Урок.*** Логическая структура проблемного урока имеет не линейный характер( одно-, двух-, трехлинейный), а более сложный – спиралеобразный, «криволинейный» вид. Логика учебного процесса такова: если в начале урока, предположим, поставлена проблема, а последующий ход урока будет направлен на ее разрешение, то учителю и учащимся периодически придется возвращаться к началу урока, к тому, как она была поставлена.

***ПРОБЛЕМНЫЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ***

**1. Мышление как процесс разрешения проблемных ситуаций**

Для того чтобы управлять мыслительной деятельностью учащихся при решении задач, необходимо иметь представление об этой деятельности.

 Мышление берет свое начало в проблемной ситуации и разрешает выдвинутую проблему через снятие ряда проблемных ситуаций.

Например, учащимся, которым предстоит изучать теорему о сумме углов треугольника, предлагается построить треугольник с углами 30°, 50°, 80°. Как выполнить задание? Почему невозможно выполнить это задание? Эти естественно возникающие вопросы ставят решающего в ситуацию, когда ему необходимо что-то узнать, чтобы выйти из нее. Проблемные ситуации возникают всякий раз, когда решающий не может сразу ответить на вопрос, как объяснить то или иное явление, не может продвинуться в своем решении, не может достичь цели известным ему способом, когда есть рассогласование на уровне интеллектуальных возможностей, на уровне становления действия.

 В определении проблемной ситуации, предложенном педагогом Т.В. Кудрявцевым, которая понимается им как сложное психологическое состояние, включающее в себя как познавательные, так и мотивационно-потребностные компоненты действия, подчеркиваются два существенных признака проблемной ситуации - наличие потребности, мотивирующей деятельность, и включение механизмов мышления.

При возникновении проблемной ситуации требуется открытие новых знаний о предмете, о способах выполнения действий, об условиях его выполнения. С проблемной ситуации процесс мышления только начинается. Решающий еще не знает, какие сведения, отношения он будет использовать при решении, т. е. он не знает условий, при которых будет происходить решение. Он не знает также, каким будет искомое, т. е. какова цель поиска, не знает, как будет искать, т. е. не знает способа действия.

Постепенно в ходе анализа проблемной ситуации вырисовываются контуры задачи, системы задач, проблемы, которую предстоит разрешить.

Понятия проблемы и задачи имеют несколько различных определений. Задачу в педагогической психологии определяют как цель, заданную при определенных условиях. Задача появляется из проблемной ситуации с выделением из нее, хотя бы приблизительным, условий и требований. Задача является моделью проблемной ситуации. В проблемной ситуации основной компонент -неизвестное, а в формулировке задачи уже выделено искомое, т. е. приблизительно известно, что нужно искать. Важной особенностью всякого неизвестного как центрального звена проблемной ситуации, является то, что оно всегда характеризуется некоторой мерой обобщения: неизвестна общая закономерность, общий способ действия, общие условия действия.

В сформулированной задаче между условиями и требованиями существует разрыв, а иногда и явное противоречие. Успешное решение задачи основано на выяснении связи между условиями и требованиями, т. е. основного отношения задачи. Возникает вторичная проблемная ситуация.

Процесс появления задачи, проблемы из проблемной ситуации, как и процесс их разрешения, предполагает прохождение ряда решающих этапов. Это анализ условия реальной ситуации, задачи; выдвижение гипотезы и составление плана решения; проверка гипотезы и реализация полученного плана; проверка ответа и исследование полученного решения.

Механизм разрешения проблемных ситуаций психологи объясняют наличием в сознании субъекта опережающего отражения, предвосхищения, основанного на предыдущем опыте. При этом процесс мышления проходит не механически, не хаотично как перебор условий и гипотез, а осуществляется целенаправленно. В этом процессе человек начинает предвосхищать, догадываться о решении, опираясь на весь свой предшествующий опыт. Не каждая и не любая характеристика проблемной ситуации выделяется на передний план. В этом проявляются направленность, избирательность, детерминированность мышления. Неизвестное анализируется через его отношение к уже известному. Осуществляется анализ через синтез. Но если предвосхищения нет, механический перебор неизбежен. По этому принципу действует ЭВМ, работает человек, не ориентирующийся в проблеме.

Проблемные ситуации можно разделить на первичные, когда субъект лишь наталкивается на противоречие, но не осознает его; когда возникает необходимость сформулировать, поставить задачу, проблему; и вторичные, когда проблемная ситуация осознается, задача, проблема сформулированы, когда необходимо поставленную проблему разрешить.

 **2. Сущность проблемного подхода в обучении**

Под проблемным подходом в обучении будем понимать специальную организацию учебного процесса, при котором имеет место:

* целенаправленная организация системы проблемных ситуаций;
* систематическое включение учащихся в процесс выявления проблемных ситуаций и постановки проблем;
* открытие и усвоение учащимися знаний, в том числе о способах действий, происходите процессе решения задач, который имитирует творческий научный поиск;
* забота о повышении уровня самостоятельности обучаемых при разрешении проблемных ситуаций;
* создание и поддержание познавательного интереса через мотивацию деятельности.

Проблемный подход в обучении способствует развитию интеллектуальных способностей учеников, т. к. включает их в самостоятельную поисковую деятельность, создает внутренние условия для усвоения ими знаний, мотивирует это усвоение.

Однако проблемный подход в обучении обладает и рядом недостатков. Постоянное его использование требует больших затрат времени на уроке и большой предварительной работы учителя при его подготовке. Управляемость процессом обучения при этом подходе ниже, чем при традиционном. Проблемный подход неэффективен при формировании умений и навыков. Следовательно, необходимо разумное сочетание этого подхода с готовым изложением материала и репродуктивным методом.

**3. Способы создания проблемных ситуаций**

Проблемные ситуации в процессе обучения могут возникать непроизвольно, но учитель, ставящий перед собой задачу развития мышления учащихся, создает их специально.

Большие возможности для создания первичных проблемных ситуаций предоставляют нарушение естественного порядка изложения материала, использование опережающих задач, предъявление последних перед изучением той теории, которая будет изучаться на уроке и должна быть привлечена к решению задачи. Так, перед изучением формулы суммы членов геометрической прогрессии обучаемым можно предложить решить известную задачу об изобретателе игры в шахматы.

Для использования проблемной ситуации указанного вида, вместо того чтобы вначале рассмотреть теорию, а затем возможные применения ее на практике, учащимся предлагаются задания по обоснованию принципа действия различных приборов и устройств, использующих эту теорию. Например, перед изучением признака перпендикулярности прямой и плоскости можно попросить учащихся объяснить, почему, устанавливая столб, его вертикальность проверяют с двух различных точек, не лежащих на одной прямой с основанием столба, или спросить, как проверяют вертикальность сверла в сверлильном станке.

В приведенных примерах проблемные ситуации создаются при моделировании практических ситуаций.

Первичную проблемную ситуацию создает также требование, которое противоречит условию - исходным данным. Например, построить острый угол, опирающийся на диаметр и т. д.

Большие возможности для создания проблемных ситуаций имеют творческие задания по составлению задач. Это могут быть задания: составить задачу на определенный метод решения; на данную теорему; составить задачу, обратную по отношению к имеющейся; составить задачу с определенным порядком действий, по данному уравнению, по данному рисунку, схеме, аналогичную решенной.

К проблемной ситуации ведет требование учителя решить одну и ту же задачу разными способами, интерес учащихся вызывает урок решения одной задачи. Такой задачей может оказаться, например, следующая. Доказать, что середины оснований трапеции и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой. Эту задачу можно решить методом подобия, координатным и векторным методами.

Как правило, в школьных задачниках предлагаются задачи, которые имеют определенные условия и требования. При решении практических задач так не бывает. Условия и требования чаще приходится конструировать самим решающим. Такие задания являются проблемными. И в школе полезно предлагать ученикам неполные или переопределенные задания. Их предъявление побуждает учащихся к глубокому анализу имеющихся условий, осознанию структуры задачи и выбору альтернатив. Такие задачи могут быть получены из обычных путем снятия или добавления одного или нескольких условий, снятия вопроса, постановкой требования, противоречащего данным. В качестве примера подобной работы рассмотрим следующую задачу. Основание пирамиды -прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое, ребро пирамиды равно 13 см. Вычислить высоту пирамиды.

В этой задаче можно снять вопрос и поставить учащихся перед необходимостью сформулировать новое требование. Таковыми могут оказаться: найти апофемы пирамиды, площадь полной поверхности, угол наклона ребра к плоскости основания, объем пирамиды и т. д. Можно снять одно из условий, например, последнее, и провести исследование по поводу того, какое условие следует добавить, чтобы ответить на вопрос задачи.

Вопросы, также вызывающие проблемную ситуацию, могут быть вопросы, требующие углубленного анализа содержания, сравнения, обобщения, разноплановой систематизации этого содержания, поиск причинно-следственных отношений.

Приведем примеры таких вопросов.

1. Перечислить всевозможные свойства подобных треугольников, полученные в процессе решения различных задач.
2. Сравнить определение биссектрисы угла и биссектрисы треугольника.
3. Указать преобразования фигур, в которых имеется неподвижная точка.
4. Указать, какую форму могут иметь сечения куба и т. д.

Уровень проблемности является характеристикой проблемной ситуации. Рассмотрим ряд заданий.

1. Докажите, что площадь треугольника вычисляется по формуле:
2. Докажите, что площадь треугольника равна половине площади соответствующего параллелограмма.
3. Укажите, нельзя ли задачу нахождения площади треугольника свести к нахождению площади какой-либо фигуры, площадь которой мы уже умеем находить.

Приведенные вопросы различаются уровнем трудности. На уровень трудности проблемной ситуации влияют уровень развития интеллекта, уровень сформированного того или иного умственного или практического действия, возможности его переноса.

**4. Уровни проблемного подхода в обучении**

В проблемном подходе можно выделить следующие уровни вовлечения обучаемых в процесс разрешения проблемных ситуаций в зависимости от уровня самостоятельности учащихся, от уровня оказываемой помощи: 1) проблемное изложение; 2) проблемная беседа; 3)исследовательский метод.

При проблемном изложении материала учитель демонстрирует учащимся процесс движения индивидуального сознания в решении проблемы, рассуждая вслух, возможно, несколько театрально. При этом знания предъявляются не в законченном виде, а учитель ищет ответы на возникающие и подчеркиваемые вопросы на глазах у обучаемых, показывая образцы мыслительного поиска, раскрывая противоречия процесса мышления.

При проблемном изложении основную проблему и подпроблемы ставит и решает учитель, а в проблемной беседе к выявлению основной проблемы и подпроблем и к их решению привлекаются учащиеся. Принципы организации проблемного изложения и проблемной беседы.

* **Во-первых**, объяснение нового материала начинается с интересной практической или исторической задачи, позволяющей создать исходную проблемную ситуацию, мотивирующую изучение нового. Использование таких задач стимулирует проявление познавательного интереса.
* **Во-вторых**, основная проблема, выдвинутая в ходе анализа исходной проблемной ситуации, разбивается на ряд подпроблем, каждая из которых порождает свою проблемную ситуацию. Проблемное изложение, проблемная беседа могут содержать от двух и более проблемных ситуаций.
* **В-третьих**, реальный процесс выхода из проблемной ситуации, разрешение проблемы возможно, как правило, в нескольких направлениях, опираясь на различную теоретическую базу. Поэтому и в процессе разрешения проблемной ситуации на уроке должно иметь место несколько способов решения. При подготовке к уроку необходимо предусмотреть различные пути решения каждой подпроблемы.
* **В-четвертых**, разрешение проблемных ситуаций имитирует реальный процесс мышления - открытие нового знания. А реальный процесс мышления, решение проблем - не накатанная дорога. В нем имеют место тупиковые ситуации, когда очередная гипотеза приводит либо к очевидному противоречию, либо к невозможности продолжать решение в данном направлении ввиду отсутствия необходимой базы. Такие ситуации должны иметь место и в процессе обучения. Они возникают естественным образом, когда учащимися предлагается неверный или неподходящий путь решения. Неверные шаги могут быть инициированы учителем. Ложные предположения не отвергаются, а подвергаются анализу. Если учащиеся попали в тупиковую ситуацию, необходим поиск ошибки. Тупиковые ситуации заставляют учащихся вернуться на исходные позиции и продолжить поиск, выдвигая новые гипотезы.
* **В-пятых**, в процессе обучения возможны два пути предъявления материала, две схемы - историческая и логическая. Логическая - более краткая, отражающая результат исследования, историческая - более естественная, отражающая реальный процесс решения проблемы человечеством. Вся история развития научного знания внутренне проблематична. Привлечение исторического материала для поисков решения проблемы при организации проблемного изложения, проблемной беседы обогащает ученика знакомством с реальными путями выхода человеческой мысли из проблемной ситуации и способствует повышению познавательного интереса. Использование исторического материала на уроке позволяет усилить его проблемность.

В качестве примера рассмотрим проблемную беседу на тему «Формула корней квадратного уравнения». Проблемное изложение по данной теме будет отличаться от проблемной беседы тем, что на все вопросы учителя будет отвечать он сам.

Беседа начинается введением учителя в проблему.

- Вы знаете, что математика - одна из древнейших наук. Еще в древности возникла необходимость решать задачи, содержащие уравнения не только первой, но и второй степени, что было связано с решением задач на нахождение площадей земельных участков, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения решали еще в Древнем Вавилоне.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто предъявлялись в стихотворной форме. Сегодня вам предлагается одна из таких задач.

Обезьянок резвых стая,

 Всласть поевши, развлекалась.

 Их в квадрате часть восьмая

 На поляне забавлялась.

А двенадцать по лианам

 Стали прыгать, повисая...

Сколько ж было обезьянок,

 Ты скажи мне, в этой стае?

После предъявления текста задачи по нему составляется уравнение. При этом может быть допущена или спровоцирована учителем ошибка: .После проверки окончательно получаем уравнение: . Общий вид такого уравнения: . Далее рассматривается, почему оно называется квадратным, являются ли квадратными уравнения вида , , .

Далее рассматриваются предлагаемые учащимися пути решения неполных квадратных равнений, предпринимаются безуспешные попытки решения полученного уравнения

 или уравнения общего вида .

Вынесение общего множителя по аналогии с уравнением или перенос свободного члена по аналогии с уравнением ничего не приносят для решения уравнения.

Все эти попытки обсуждаются. Если возникает сомнение, можно ли вообще решить эту задачу, учитель предъявляет учащимся уравнение:, которое учащиеся могут решить и в котором после проведенных преобразований узнают исходное уравнение.

 

Рис. 1

Учитель приходит на помощь. Он говорит, что в древности такие уравнения решали не алгебраически, а геометрически. В те времена вообще геометрия была более развита, алгебра развивалась внутри геометрии. Вот, например, как древние греки решали уравнение
Решение представлено на рис. 1, оно сопровождается записями:, откуда .

Далее разбирается, что такое; как в уравнении (\*) появляется число 5; что сделано с обеими частями уравнения; где на рисунке добавленное к обеим частям равенства число 9; будет ли число -8 корнем исходного уравнения; в ходе какой операции этот корень был потерян; почему древние были обречены его потерять. Затем выясняется, что выражения и 16+ 9 геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное уравнение и уравнение
 есть одно и то же уравнение. Откуда и получаем, что и.

 

Рис. 55

Далее учителем ставится новая проблема: как геометрически изобразить ситуацию, если второй коэффициент в квадратном уравнении отрицателен? Например, пусть уравнение имеет вид . По аналогии с первой ситуацией появляются квадраты со сторонами и .

Если учащиеся предлагают, исходя из рисунка 55, равенство , то после преобразований получим 0 = 0. На вопрос, почему последняя запись не дала продвижения в решении уравнения, следует ответ, что эта запись - алгебраическое тождество и в нем не использовано данное условие, что . При преобразовании последнего равенства получаем.) . На рисунке 4 находим изображение выражения , обращая внимание, что в нем из площади квадрата со стороной у два раза вычитается площадь квадрата со стороной 3. Значит, если к выражению прибавить 9, то получим площадь квадрата со стороной . Заменяя выражение равным ему числом 16, получим: , т.е.

.

Далее возникает следующая, четвертая по счету, проблемная ситуация: как представить рассмотренные решения квадратных уравнений в краткой алгебраической форме, обобщив геометрические решения. В результате обобщения получаем метод выделения полного квадрата. Затем происходит возврат к исходной задаче.

**Список литературы:**

Г.К.Селевко «Энциклопедия образовательных технологий» НИИ школьных технологий 2006г.

Л.В.Виноградова «Методика преподавания математики в средней школе» Ростов-на-Дону «Феникс» 2005г.

А.М.Матюшкин «Проблемные ситуации в мышлении и обучении» М.: Педагогика 1972г

М.И.Махмутов « Организация проблемного обучения в школе» М.: Педагогика 1977г