**Методы решения иррациональных уравнений.**

**Цели:**

* *Образовательная* –познакомить учащихся с нестандартными методами решения иррациональных уравнений; систематизировать знания учащихся о методах решения иррациональных уравнений, способствовать формированию умений классифицировать иррациональные уравнения по методам решений, научить применять эти методы, выбирать рациональный путь решения.
* *Развивающая*–способствовать развитию математического кругозора, логического мышления.
* *Воспитательная*– содействовать воспитанию интереса к иррациональным уравнениям, воспитывать чувство коллективизма, самоконтроля, ответственности.

**Задачи урока:**

1. Повторить определение и основные методы решения иррациональных уравнений;
2. Продемонстрировать нестандартные методы решения иррациональных уравнений; формировать  умение выбирать рациональные пути решения;
3. Освоение всеми учащимися алгоритмов решения иррациональных уравнений, закрепление теоретических знаний при решении конкретных примеров;
4. Развитие у учащихся логического мышления в процессе поиска рациональных методов и алгоритмов решения;
5. Развитие культуры научных и учебных взаимоотношений между учениками и между учениками и учителем; воспитание навыков совместного решения задач.

* **Тип урока:** комбинированный

**Методы обучения:**

* Информационно- иллюстративный;
* репродуктивный;
* проблемный диалог;
* частично-поисковый;
* системные обобщения.

**Формы организации учебной деятельности:**

* Фронтальная,
* групповая,
* самопроверка,
* взаимопроверка,
* коллективные способы обучения.

**Оборудование урока:** компьютер, проектор, карточки с заданием, лист учета знаний.

**Продолжительность занятия**:   2 урока по 45 минут.

**План урока:**

1. Организационный момент. Постановка цели, мотивация.
2. Актуализация опорных знаний, проверка домашней работы.
3. Изучение нового материала.
4. Закрепление изученного материала на данном уроке и ранее пройденного, связанного с новым.
5. Подведение итогов и результатов урока. Рефлексия.
6. Задание на дом.

                                          Конспект урока.

1. **Организационный момент. Постановка цели, мотивация.**
2. **Актуализация опорных знаний** проводится в форме беседы по лекционному материалу по данной теме с использованием компьютерной презентации. Проверка домашнего задания.

* **Определение иррационального уравнения.**

Уравнение, содержащее переменные под знаком корня или дробной степени, называется иррациональным.

                 Назовите иррациональные уравнения:

* **Что значит решить иррациональное уравнение?**

Это значит  найти все такие значения переменной, при которых уравнение превращается в верное равенство, либо доказать, что таких значений не существует.

* **Основные методы решения иррациональных уравнений.**

1. **Уединение радикала. Возведение в степень.**

a) При решении иррационального уравнения с радикалом ***четной степени*** возможны **два пути**:

1. использование **равносильных преобразований**

для уравнения вида

для уравнения вида

1. после возведения в степень **выполнение проверки**, так как возможно появление посторонних корней

b)  При решении иррационального уравнения с радикалом **нечетной степени** возведение в нечетную степень правой и левой части уравнения всегда приводит к равносильному уравнению и потеря корней или их приобретения происходить не может.

Пример 1:

Ответ: x=1

Пример 2:

Ответ: x=1

Пример 3:

                     Проверка:   x=2           x=5

          - посторонний корень

 Ответ: x=2

Если радикалов несколько, то уравнение возводить в степень приходится возводить неоднократно.

Пример 4:

Проверка показывает, что оба корня подходят.

Ответ:

1. **Метод введения вспомогательного неизвестного или “метод замены**

Пример 5:

Сделаем замену      причём   тогда

                          не удовлетворяет условию

Возвращаемся к замене:

                            Проверка показывает, что оба корня подходят.

Ответ:1;2

Иногда удобно ввести не одну, а несколько переменных.

Пример 6:     *.*

Заметим, что знаки  х под радикалом различные. Введем обозначение

                                              ,      .

      Тогда,

 Выполним почленное сложение обеих частей уравнения    .

Имеем систему уравнений

Т.к. а + в = 4,  то

          Значит:                       9 – x = 8 ,   х = 1.

Ответ : х = 1

1. **Метод разложения на множители или расщепления.**

* Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из входящих в него сомножителей равен нулю, а остальные при этом имеют смысл.

Пример 7:

Ответ: -4;3

1. **Изучение нового материала.**

Нестандартные методы решения иррациональных уравнений.

1. **Умножение на сопряжённое выражение.**
2. **Переход к модулю.**
3. **Использование свойств функции:**

* **Область определения функции (ОДЗ)**
* **Область значения функции**
* **Свойство ограниченности функции (метод оценок)**
* **Свойство монотонности**
* **Использование суперпозиций функций**
* **Умножение на сопряжённое выражение.**

Воспользуемся формулой

Пример 8:

Умножим обе части уравнения  на  сопряжённое выражение:

Проверка показывает, что  число является корнем.

Ответ:

* **Переход к модулю.**

Для этого метода воспользуемся тождеством:

Пример 9:

Рассмотрим случаи:

* Если  , то , тогда

                                  тогда

* Если , тогда  ,а

                          2=6( ложно)

* Если , тогда , а

Ответ:   -3;3

* **Использование свойств функции:**
* **Область определения функции (ОДЗ)**

Иногда нахождение области определения  функций, входящих в уравнение, существенно облегчает его решение.

Пример 10:

                       ОДЗ:            ОДЗ: x=0  и  x=1

Проверка показывает, что только    x=1 является корнем.

Ответ:

Пример 11:

                    , тогда

              Тогда     невозможно.

Ответ: корней нет.

* **Область  значений функции**

Пример 12:

     Данное уравнение не имеет решений, так как его левая часть- функция  может принимать только неотрицательные значения.

Ответ: корней нет

Пример 13:

  Учитывая то, что левая часть уравнения – функция     может принимать только неотрицательные значения, решим неравенство:

  неравенство решений не имеет, тогда и исходное уравнение тоже.

Ответ: корней нет

* **Свойство ограниченности функции (метод оценок)**
* Если  и , то

Пример 14:

            Заметим, что , т.е. , а

                         Проверка показывает, что это значение является и корнем второго уравнения.

Ответ:

* **Свойство монотонности**
* Пусть  - функция, возрастающая (убывающая) на некотором промежутке *I*. Тогда уравнение имеет на промежутке *I*  не более одного корня.
* Пусть  - функция, возрастающая на некотором промежутке *I* , а функция   - убывающая на этом промежутке.  Тогда уравнение  имеет на промежутке *I*. не более одного корня

Пример 15:    .

                    Рассмотрим функции  и  .

 монотонно возрастает, а   - убывает, следовательно, уравнение имеет не более одного корня.

Значение корня легко найти подбором:

Ответ:

Пример 16:

          Функция   возрастает на своей области определения, как сумма двух возрастающих функций, следовательно, уравнение  имеет не более одного корня. Так как , то  - единственный корень .

Ответ:

* **Использование суперпозиций функций**
* Если  - монотонно возрастающая функция, то уравнения   и  равносильны.

Пример 17:

              Запишем уравнение в виде

       Рассмотрим функцию  - монотонно возрастающую, тогда уравнение имеет  вид  . Оно равносильно уравнению

Сделаем замену

     не удовлетворяет условию

Ответ:

1. **Закрепление изученного материала** на данном уроке и ранее пройденного, связанного с новым.

Решение уравнений в группах по 6 человек.

Ребята получают карточку с заданием. Решение уравнений обсуждают вместе, записывают его.

     После выполнения группами заданий проводится взаимопроверка. Группы меняются заданиями с решениями по кругу:

                        1                             6                             5

                         2                             3                            4

Учащиеся групп обсуждают решение, исправляют ошибки и выставляют оценки.

Потом работы с выставленными оценками возвращаются в группы для обсуждения вклада каждого в решение проблемы.

Выставляются каждому оценки с занесением в оценочную таблицу. Учитель контролирует и вносит, если нужно,  свои коррективы.

1. **Подведение итогов и результатов урока. Рефлексия.**
2. **Задание на дом:**

Решить уравнения:

1. \*

**Используемая литература.**

1. Чулков П.В. Материалы курса «Уравнения и неравенства в школьном курсе математики»: Лекции 1-8. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006.
2. Дьячков А.К., Иконникова Н.И., Казак В.М., Морозова Е.В. Единый государственный экзамен. Математика. – Челябинск: Взгляд, 2006 –Ч.1,2
3. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач. – М.: Просвещение, 1989
4. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. – М.: Айрис-пресс, 2004.
5. Ершова А.П., Голобородько В.В. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам анализа для 10-11 классов. – М.: Илекса, 2006.

Задания для работы в группах:

**Вариант 1(1,3,5 группы).**

Решите уравнения,

используя подсказку:

1. Возведи обе части в квадрат:
2. Выполни замену:
3. Найди ОДЗ:
4. Умножай на сопряжённое выражение:
5. Переходи к модулю:
6. Используй свойства функций:
7. Реши любым способом:

**Вариант 2( 2,4,6 группы)**

Решите уравнения,

используя подсказку:

1. Возведи обе части в квадрат:
2. Выполни замену:
3. Найди ОДЗ:
4. Умножай на сопряжённое выражение:
5. Переходи к модулю:
6. Используй свойства функций:
7. Реши любым способом:

**Проверочная работа** по теме: «*Методы*

Вариант 1

Решите уравнения,

используя подсказку:

1. Возведи обе части в квадрат:

1. Выполни замену:

1. Найди ОДЗ:

1. Разложи на множители:
2. Умножай на сопряжённое выражение:
3. Переходи к модулю:
4. Используй свойства функций:
5. Реши любым способом:

*решения иррациональных уравнений*»

Вариант 2

Решите уравнения,

используя подсказку:

1. Возведи обе части в квадрат:

1. Выполни замену:

1. Найди ОДЗ:

1. Разложи на множители:
2. Умножай на сопряжённое выражение:

1. Переходи к модулю:
2. Используй свойства функций:
3. Реши любым способом:

Анализ урока алгебры в 11б классе по теме: "Методы решения иррациональных уравнений"

(45 минут)

Содержание обучения

Методы обучения

Формы организации познавательной деятельности

Показатели реальных результатов

1**. Организационный момент**

Подготовка учащихся к работе на занятии.

(1 минута)

Подготовка учеников к работе.

Выполнение требований.

Фронтальная, индивидуальная

Полная готовность класса. Быстрое включение в работу.

2. **Подготовка к основному этапу урока**

Обеспечение мотивации и принятия учащимися цели учебно-познавательной деятельности, актуализация опорных знаний и умений.

(3 минуты)

Совместное формулирование целей урока для учащихся для определения действий школьников во время лекции; обеспечение осознания учащимися необходимости изучения новой темы. Повторение определения иррациональных уравнений, известных способов решения иррациональных уравнений стандартного вида. Создание поискового режима для подготовки и восприятия содержания лекции с помощью работы над предложенным уравнением. Учащиеся активно работают. Грамотно и обоснованно отвечают на вопросы учителя, хорошо владеют вычислительными навыками. Оставили уравнение, чтобы решить его после изучения нового материала.

Мотивации и стимулирования; информационно-рецептивные; эвристические, волевые методы

Фронтальная, индивидуальная

Указаны планируемые результаты, чётко поставлены образовательные и развивающие цели, сформулированные вместе с учащимися в их действиях, но нет чёткости в постановке воспитательных целей. Обеспечена мотивация и принятие учащимися целей урока. Осознанное и быстрое включение школьников в деловой ритм. Готовность учащихся к активной учебно-познавательной деятельности на основе повторенных опорных знаний и проведённой поисковой работы.

3. **Усвоение новых знаний и способов действий**

Обеспечение восприятия, осмысления и первичного запоминания знаний и способов действий, связей и отношений в объекте изучения.

(25 минут)

Учитель представляет новый материал в виде лекции. Изложение последовательно, логично, аргументировано, с выделением главных вопросов и представлением основного материала одновременно в словесной и знаково-символической формах. Материал доступен учащимся. Они не просто записывают излагаемый материал в тетрадях, но и предлагают разные способы для решения уравнений, вникают в суть темы, пытаются понять, как им в дальнейшем применять полученные знания. Учитель одновременно представляет основной материал в словесной и знаково-символьной формах.

Лекция, диалог, символические методы, сочетание словесных и наглядных методов, опора на личностный опыт, побуждение к поиску альтернативных решений, практические методы, логические методы

Фронтальная, индивидуальная

Активные действия учащихся при решении одного иррационального уравнения разными способами, при изучении разных подходов к решению уравнений в зависимости от вида иррационального уравнения. Использование самостоятельности в добывании знаний и овладении способами действий. Знания и умения, которые приобрели учащиеся. Проговариваются основные выводы, теория представлена в системе. Представлены образцы решения уравнений.

4**. Первичная проверка понимания**

Установление правильности и осознанности усвоения нового учебного материала; выявление пробелов и неверных представлений и их коррекция.

(10 минут)

Учащиеся отвечали на вопрос учителя: “Почему данное уравнение не имеет корней”. Предложено было 6 уравнений. При фронтальной работе ученики грамотно, обоснованно, аргументировано отвечали на поставленный вопрос, дополняли, уточняли, исправляли ответы одноклассников. Один ученик решал предложенное уравнение на доске методом возведения в квадрат дважды, уединив при этом радикал. Работа учащихся в группах по 4 человека по выполнению заданий двух видов. Все учащиеся активно участвовали в обсуждении.

Беседа, упражнение, выполнение учебного задания, алгоритмизация, создание ситуации успеха, волевые методы; познавательные, практические, логические методы; самоуправление; социальные методы

Фронтальная, индивидуальная, групповая

Усвоение сущности новых способов решения иррациональных уравнений на репродуктивном и конструктивном уровнях. Хорошее качество ответов учащихся.

Работа в группах дала возможность всем учащимся проговаривать новый материал, участвовать в обсуждении решения уравнений, использовать знания, умения, навыки, сформированные ранее.

5. **Подведение итогов урока**

Дать анализ и оценку успешности достижения цели и наметить перспективу последующей работы.

(2 минуты)

Проверка усвоения основного материала во фронтальной беседе. Анализ и оценка успешности достижения цели, перспективы последующей работы при изучении темы. Учитель отметил, что тема намеренно раскрыта не полностью и предложил учащимся найти ещё другие способы решения иррациональных уравнений в пособиях по математике. Ребята сформулировали выводы из теории, которую сегодня узнали. Учитель оценил работу класса.

Словесные, эмоциональные методы; оценка практической значимости содержания обучения, прогнозирование будущей деятельности; логические методы

Фронтальная

Получение учащимися информации о реальных результатах учения. Чёткость и краткость этапа.

6.**Рефлексия**

Мобилизация учащихся на рефлексию своего поведения (мотивации, способов деятельности, общения). Усвоение принципов саморегуляции и сотрудничества.

(2 минуты)

Учащиеся провели самоконтроль за усвоением основного содержания лекции, отвечая на вопросы:

1) что на уроке было главным;

2) что на уроке было интересным;

3) что нового сегодня узнали;

4) чему научились?

Учащиеся оценивали успешность своей деятельности, отыскивали причины, приведшие к успеху и неудачам. На один и тот же вопрос отвечали несколько учащихся. Учитель наравне с учащимися высказывал своё мнение.

Рефлексия деятельности и поведения, словесные методы, социальные методы

Фронтальная, индивидуальная

Открытость некоторых учащихся в осмыслении своих действий и самооценке. Не все учащиеся готовы правильно оценить свою работу на уроке, последовательно и чётко изложить свои мысли. Чувствуется собранность учителя, рабочий настрой учащихся. Речь учителя грамотная, эмоциональная. Обстановка на уроке доброжелательная, что располагало учащихся к рефлексии.

7.**Информация о домашнем задании, инструктаж**

**по его выполнению**

Обеспечение понимания цели, содержания и способов выполнения домашнего задания. Проверка соответствующих записей.

(2 минуты)

Учитель обсуждает с учащимися вопрос о том, что должно содержать домашнее задание, чтобы новый материал был качественно закреплён. Домашнее задание предложено на выбор: 1) решить уравнения, которые записал учитель (5 уравнений); 2) подобрать или придумать иррациональные уравнения. Также дано индивидуальное задание для желающих: найти ещё другие способы решения иррациональных уравнений.

Словесные, наглядные, эмоциональные, познавательные методы

Фронтальная, индивидуальная

Реализация условий для успешного выполнения домашнего задания всеми учащимися в соответствии с актуальным уровнем их развития. Соответствие содержания домашнего задания уровню обученности учащихся, т.к. оно осознано всеми учащимися в процессе обсуждения.

**Триединая дидактическая цель**урока предусматривает взаимосвязь воспитательного, обучающего и развивающего компонентов. Цели урока были сформулированы в совместной деятельности учителя и учащихся. Чётко поставлены образовательные и развивающие цели, которые были направлены на действия всех учащихся.

**Реальные результаты** – на уроке активно участвовали все учащиеся (запись лекции, обсуждение, работа в группах, рефлексия). Ответы учащихся на уроке в основном были положительные.

**Тип урока** – урок изучения и первичного закрепления новых знаний. Его логика соответствует структуре урока данного типа. Включает следующие этапы урока: организационный момент, подготовка к основному этапу, усвоение новых знаний и способов действий, первичная проверка понимания, подведение итогов урока, рефлексия, информация о домашнем задании и инструктаж по его выполнению.

На этапе подготовки к основному этапу урока была обеспечена мотивация и принятие учащимися цели учебно-познавательной деятельности, актуализация опорных знаний и умений. Задача выполнена полностью. Методы, отобранные учителем, оптимально подобраны под содержание дидактической задачи.

Решение этой дидактической задачи обеспечило переход к следующему, главному этапу, который проходил с 5-ой по 30-ю минуту – положительно продуктивная часть урока. На этапе было обеспечено восприятие, осмысление знаний и способов действий репродуктивного и конструктивного уровня, частично были использованы задания творческого уровня. Учитывая возможности класса и особенности изучаемого материала, учитель оптимально выбрал методы: словесные, наглядные, практические, логические, опора на личностный опыт, побуждение к поиску альтернативных решений.

Первичный контроль, проверка понимания показали, что материал усвоен. Чередование словесных, практических методов, форм организации познавательной деятельности способствовали предупреждению перегрузки учащихся в процессе урока.

Рефлексия показала, что своим продвижением довольны все учащиеся, отметили сотрудничество.

**Формы организации познавательной деятельности** соответствовали содержанию учебного материала и возрастным особенностям учащихся.

**Методы обучения**, используемые учителем, были разнообразны (словесные, наглядные, практические, логические и другие) и способствовали лучшему усвоению учебного материала.

Для домашнего задания было предложено на выбор два задания, одно из которых требовало творческого подхода. Также было дано индивидуальное задание. Всё это способствовало изучению и освоению материала в зоне ближайшего развития.

Урок достиг целей, представляет целостную систему с полным набором элементов. Связи между дидактическими задачами, содержанием учебного материала, методами и формами обучения прочные и обеспечили оптимальное функционирование всей системы урока.

**Рекомендации**:

1. Более тщательно отбирать и дифференцировать материал для учащихся разных уровней, включённый в содержание урока – лекции.

Составитель анализа урока: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ФИО/

С анализом урока ознакомлена: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ФИО/