**«Школьные» и не только**

**способы решения квадратного уравнения**

Квадратные уравнения - это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств. Все мы умеем решать квадратные уравнения со школьной скамьи до окончания вуза.

        В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать многие уравнения.

Прежде чем рассмотреть способы решения квадратных уравнений, вспомним определение:

*Квадратным уравнением называется уравнение вида аx² + bx + c = 0, где х- переменная, а,b и с-некоторые числа, причем, а ≠ 0.*

*Если в квадратном уравнении аx² + bx + c = 0 хотя бы один из коэффициентов b или с равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.*

**Способы решения неполных квадратных уравнений:**

1. Если c = 0, то уравнение примет вид

ax² + bx = 0.

x(ax + b) = 0 ,

x = 0 или ax + b = 0, x = -b : a.

1. Если b = 0, то уравнение примет вид

ax² + c = 0,

x² = -c / a,

x₁ͅͅͅ͵₂ = ±

1. Если b = 0 и c = 0 , то уравнение примет вид

ax² = 0,

x = 0

Остановимся на рассмотрении способов решения полных квадратных уравнений.

**Первый способ** известен из курса алгебры 7 класса - решение квадратного уравнения **по формуле**:

ах²+ bх + с = 0, а ≠ 0,

Х 1,2 = ,где х₁ и х₂-корни уравнения.

**2 способ. Разложение левой части на множители.**

х**2** - 2х - 8 = 0. Разложим левую часть на множители:

х**2** - 2х - 8 = х**2** - 4х +2х -8 = х(х -4 ) + 2(х -4) = (х + 2)(х -4).

(х + 2)(х -4)=0.

Так как произведение равно нулю, то, по крайней мере, один из его множителей равен нулю. Поэтому левая часть уравнения обращается нуль при х = -2, а также при х = 4.

Это означает, что число - 2 и 4 являются корнями уравнения х**2** - 2х - 8 = 0.

**3 способ.** **Решение квадратных уравнений по теореме Виета.**

Вспомним формулировку теоремы Виета:

*Сумма корней приведенного квадратного уравнения х2+ рх + q = 0 равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену, т.е.*

*Теорема, обратная теореме Виета. Если р, q, x1, x2 таковы, что х1 + х₂ = - р, х1 · х2 = q, то х1 и х2 – корни уравнения х2+ рх + q = 0.*

**4 способ. Метод выделения полного квадрата.**

Поясним этот метод на примере.

Решим уравнение х2 + 6х – 40 = 0

Выделим в левой части полный квадрат. Для этого запишем выражение х**2** + 6х в следующем виде: х2 + 6х = х2 + 2· х ·3.

В полученном выражении первое слагаемое – квадрат числа х, а второе – удвоенное произведение х на 3. поэтому чтобы получить полный квадрат, нужно прибавить 9, так как х2 + 2· х ·3 + 9 = (х + 3)2 .

Преобразуем теперь левую часть уравнения х2 + 6х – 40 = 0, прибавляя к ней и вычитая 9.

Имеем: х**2** + 6х – 40 = х**2** + 2х ·3 + 9 – 9 – 40 = (х + 3)**2** – 49.

Таким образом, данное уравнение можно записать так:

(х + 3)**2** –49 = 0, т.е. (х + 3)**2** = 49.

Следовательно, х + 3 = 7, х1= 4,

или х +3 = -7 , х2 = -10.

**5 Способ. Способ переброски коэффициентов.**

Рассмотрим квадратное уравнение ах**2** + bх + с = 0, а ≠ 0.

Умножая обе его части на а, получаем уравнение а**2** х**2** + а bх + ас = 0.

Пусть ах = у, откуда х =y/a; тогда приходим к уравнению у**2** + by + ас = 0,

равносильного данному. Его корни у1 и у2 найдем с помощью теоремы Виета. Окончательно получаем х1 = и х2 =  . При этом способе коэффициент а умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его и называют способом «переброски».

Например, решим уравнение 2х**2**-9x+9 = 0.

Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение у2 – 9y +18 = 0.

Согласно теореме Виета

= > =>

Ответ: 1,5; 3.

**6 способ: графический.**

Если в уравнении *х2 + px + q = 0* перенести второй и третий члены в правую часть, то получим *х2 = - px - q.*

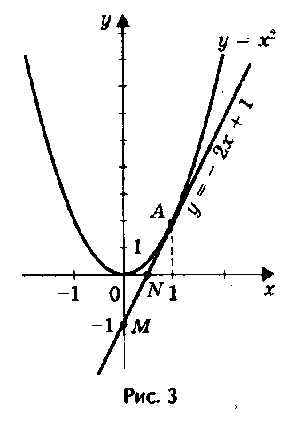
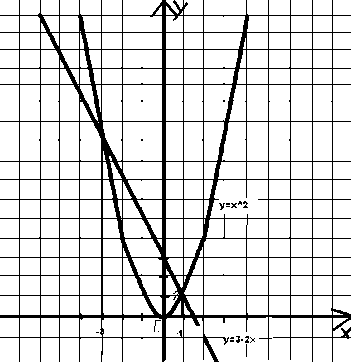
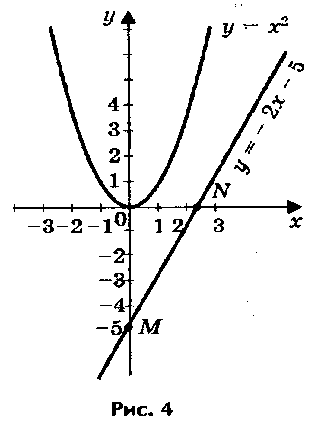
Построим графики зависимости у = х2 и у = - px - q.

График первой зависимости - парабола, проходящая через начало координат. График второй зависимости – прямая. Возможны следующие случаи:

- прямая и парабола могут пересекаться в двух точках, абсциссы точек пересечения являются корнями квадратного уравнения;

- прямая и парабола могут касаться (одна общая точка), т.е. уравнение имеет одно решение;

- прямая и парабола не имеют общих точек, т.е. квадратное уравнение не имеет корней.

**7 способ: геометрический.**

Опять же обратимся к примеру: решить уравнение у**2**+ 6у – 16 = 0.

Преобразуем уравнение:

у**2** + 6у = 16

|  |  |
| --- | --- |
| *у²* | *3у* |
| *3у*  3 | *9* |

Уравнение у**2** + 6у – 16 +9 – 9 = 0 равносильно исходному.

3

y

у²+ 6у + 9 = 16 + 9,у²+6у+9=25.На геометрическом языке площадь квадрата со стороной , равной 5, равна сумме площадей его частей, т.е. у²+3у+3у+9.Откуда после применения формулы сокращенного умножения и получаем, что( у + 3)² = 25,

y

у+3=±5

у1 = 2, у2 = – 8.

Значение квадратных уравнений заключается не только в изяществе и краткости решения задач, хотя и это весьма существенно. Не менее важно и то, что в результате применения квадратных уравнений, например, при решении задач нередко обнаруживаются новые детали, удается сделать интересные обобщения и внести уточнения, которые подсказываются анализом полученных формул и соотношений.

Так как эти методы решения квадратных уравнений просты в применении, то они, безусловно, должно заинтересовать увлекающихся математикой учеников.