**"Методы решения логарифмических уравнений"**

**Цели урока:**

* *образовательная:* формирование знаний о разных способах решения логарифмических уравнений, умений применять их в каждой конкретной ситуации и выбирать для решения любой способ;
* *развивающая:* развитие умений наблюдать, сравнивать, применять знания в новой ситуации, выявлять закономерности, обобщать; формирование навыков взаимоконтроля и самоконтроля;
* *воспитательная:* воспитание ответственного отношения к учебному труду, внимательного восприятия материала на уроке, аккуратности ведения записей.

**Тип урока**: урок ознакомления с новым материалом.

**Оборудование**: мультимедиа проектор, [**презентация**](http://festival.1september.ru/articles/583024/Pril.ppt) к уроку.

«Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь».  *Французский математик и астроном П.С. Лаплас*

**Ход урока**

**I. Постановка цели урока**

Изученные определение логарифма, свойства логарифмов и логарифмической функции позволят нам решать логарифмические уравнения. Все логарифмические уравнения, какой бы сложности они не были, решаются по единым алгоритмам. Эти алгоритмы рассмотрим сегодня на уроке. Их немного. Если их освоить, то любое уравнение с логарифмами будет посильно каждому из вас.

Запишите в тетради тему урока: «Методы решения логарифмических уравнений». Приглашаю всех к сотрудничеству.

**II. Актуализация опорных знаний**

Подготовимся к изучению темы урока. Каждое задание вы решаете и записываете ответ, условие можно не писать. Работайте в парах.

(Демонстрируется слайды с заданиями для устной работы).

*1) При каких значениях х имеет смысл функция:*

а) http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image002.gif

б)http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image004.gif

в) http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image006.gif

д) http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image008.gif

(По каждому слайду сверяются ответы и разбираются ошибки)

*2) Совпадают ли графики функций?*

а) y = x и *http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image010.gif*

б) http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image012.gif и *http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image014.gif*

*3) Перепишите равенства в виде логарифмических равенств:*



*4) Запишите числа в виде логарифмов с основанием 2:*

4 =

- 2 =

0,5 =

1 =

*5) Вычислите*: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image018.gif

**III. Ознакомление с новым материалом**

Демонстрируется на экране высказывание:

«Уравнение – это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».  
*Современный польский математик С. Коваль*

Попробуйте сформулировать определение логарифмического уравнения. (*Уравнение, содержащее неизвестное под знаком логарифма*).

Рассмотрим ***простейшее логарифмическое уравнение:* logax = b** (где а>0, a ≠ 1 ). Так как логарифмическая функция возрастает (или убывает) на множестве положительных чисел и принимает все действительные значения, то по теореме о корне следует, что для любого b данное уравнение имеет, и притом только одно, решение, причем положительное.

Вспомните определение логарифма. (*Логарифм числа х по основанию а – это показатель степени, в которую надо возвести основание а, чтобы получить число х*). Из определения логарифма сразу следует, что **аb** является таким решением.

Запишите заголовок: **Методы**

**1. По определению логарифма***.*

Так решаются простейшие уравнения вида http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image020.gif.

**http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image022.gif**

Рассмотрим **№ 514(а**): Решить уравнение **http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image024.gif**

Как вы предлагаете его решать? (*По определению логарифма*)

*Решение*. http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image026.gif, Отсюда 2х – 4 = 4; х = 4.

*Ответ: 4.*

В этом задании 2х – 4 > 0, так как http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image028.gif> 0, поэтому посторонних корней появиться не может, и *проверку нет необходимости делать*. Условие 2х – 4 > 0 в этом задании выписывать не надо.

**2. Потенцирование** *(переход от логарифма данного выражения к самому этому выражению).*

Рассмотрим **пример 2** **(стр. 242)**: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image030.gif

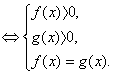
Какую особенность вы заметили? *(Основания одинаковы и логарифмы двух выражений равны)*. Что можно сделать? *(Потенцировать).*

При этом надо учитывать, что любое решение содержится среди всех х, для которых логарифмируемые выражение положительны.

*Решение 1*. ОДЗ:http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image032.gif

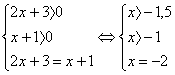
Потенцируем исходное уравнение http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image034.gif, получим уравнение 2x + 3 = х + 1. Решаем его: х = -2. Это решение не подходит ОДЗ, значит, данное уравнение корней не имеет.

Можно решить это уравнение иначе – **переходом к равносильной системе**:

Уравнение http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image036.gif****

(Система содержит избыточное условие – одно из неравенств можно не рассматривать).

*Решение 2.* Уравнение http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image034_0000.gif равносильно системе:



Эта система решений не имеет.

Есть еще один вариант решения – переход к следствию из данного уравнения. **При неравносильных преобразованиях найденное решение необходимо проверить подстановкой в исходное уравнение**.

*Решение 3*. http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image043.gif. Сделаем проверку: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image045.gifневерно, так как не имеет смысла.

*Ответ: корней нет*.

**Вопрос классу**: Какое из этих трех решений вам больше всего понравилось? (Обсуждение способов).

Вы имеете право решать любым способом.

**3. Введение новой переменной**.

Рассмотрим **№ 520(г)**. http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image047.gif.

Что вы заметили? (*Это квадратное уравнение относительно log3x)* Ваши предложения? (Ввести новую переменную)

*Решение*. ОДЗ: х > 0.

Пусть http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image049.gif, тогда уравнение примет вид:http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image051.gif. Дискриминант D > 0. Корни по теореме Виета:http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image053.gif.

Вернемся к замене: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image055.gifили http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image057.gif.

Решив простейшие логарифмические уравнения, получим:

http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image059.gif; http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image061.gif.

*Ответ*: 27; http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image063.gif

**4. Логарифмирование обеих частей уравнения.**

Решить уравнение:http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image065.gif.

*Решение*: ОДЗ: х>0, прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image067.gif. Применим свойство логарифма степени:

(lgx + 3) lgx =http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image069.gif

(lgx + 3) lgx = 4

Пусть lgx = y, тогда (у + 3)у = 4

http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image071.gif, (D > 0) корни по теореме Виета: у1 = -4 и у2 = 1.

Вернемся к замене, получим: lgx = -4,http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image073.gif; lgx = 1, http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image075.gif.

*Ответ*: 0,0001; 10.

**5. Приведение к одному основанию.**

№ 523(в). Решите уравнение: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image077.gif

*Решение:* ОДЗ: х>0. Перейдем к основанию 3.

http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image079.gif или http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image081.gif;http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image083.gif.

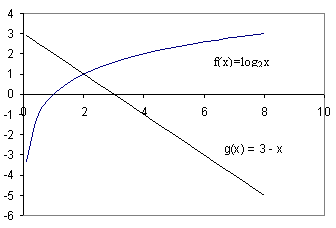
*Ответ*: 9.

**6. Функционально-графический метод.**

**№ 509(г).** Решить графически уравнение: http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image085.gif= 3 – x.

Как вы предлагаете решать? *(Строить по точкам графики двух функций у =* log2x *и y =* 3 – x *и искать абсциссу точек пересечения графиков)*.

Посмотрите ваше решение на *слайде*.



Есть способ, позволяющий не строить графики***.*** Он заключается в следующем**: *если одна из функций*** *у = f(x)* ***возрастает, а другая*** *y = g(x)* ***убывает на промежутке Х, то уравнение*** *f(x)= g(x)* ***имеет не более одного корня на промежутке Х***.

Если корень имеется, то его можно угадать.

В нашем случае функция http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image089.gifвозрастает при х>0, а функция *y =* 3 – x убывает при всех значениях х, в том числе и при х>0, значит, уравнение http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image091.gifимеет не более одного корня. Заметим, что при х = 2 уравнение обращается в верное равенство, так как http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image093.gif.

*Ответ*: 2

**IV. Первичное закрепление**

Демонстрируется высказывание:

«Правильному применению методов можно научиться,  
только применяя их на различных примерах».  
*Датский историк математики Г. Г. Цейтен*

Предложите метод решения уравнений:

1) **№ 520 (в).** http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image095.gif

2) **№ 514 (в)**. http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image097.gif

3) **№ 522 (а).** http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image099.gif

4) **№ 519 (в)**. http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image101.gif

5) **№ 509(в).** http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image103.gif

6) **№ 523(а).** http://festival.1september.ru/articles/583024/f_clip_image105.gif

**V. Домашнее задание**

П. 39 рассмотреть пример 3, решить № 514, № 520 (в).

**VI. Подведение итогов урока**

Какие методы решения логарифмических уравнений мы рассмотрели на уроке?

На следующих уроках рассмотрим более сложные уравнения. Для их решения пригодятся изученные методы.

Демонстрируется последний слайд:

**«Что есть больше всего на свете?  
Пространство.  
Что мудрее всего?  
Время.  
Что приятнее всего?  
Достичь желаемого». *Фалес***

Желаю всем достичь желаемого. Благодарю за сотрудничество и понимание.

**Литература:**

1. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 – 11 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2006.
2. Устные упражнения по алгебре и началам анализа: Кн. для учителя / Лукин Р. Д. и др. – М.: Просвещение.
3. Газета «Математика» № 23 – 2008.