|  |
| --- |
| **Практическая работа № 1 (2-й семестр)**«Векторы на плоскости и в пространстве»Решите задачуТреугольник АВС задан в прямоугольной системе координат пространства. Найдите:1. Координаты всех векторов;
2. Периметр треугольника АВС;
3. Косинусы всех углов треугольника;
4. Координаты середин сторон треугольника;
5. Координаты центра тяжести треугольника АВС;
 |
| № варианта | Координаты точки **А** | Координаты точки **В** | Координаты точки **С** |
| ***х*** | ***у*** | ***z*** | ***х*** | ***у*** | ***z*** | ***х*** | ***у*** | ***z*** |
|  | -1 | -3 | 1 | 2 | 4 | 4 | 6 | -1 | 4 |
|  | 1 | -2 | 3 | 7 | 2 | -2 | 2 | 3 | 2 |
|  | -3 | -3 | -1 | -2 | 3 | -1 | 3 | -2 | 3 |
|  | 1 | 3 | 0 | 6 | -1 | -1 | -3 | 1 | -1 |
|  | -4 | -2 | 2 | -3 | 3 | -3 | 5 | -3 | 3 |
|  | 3 | -2 | -2 | -3 | -4 | 4 | 1 | 3 | -4 |
|  | 3 | -1 | 2 | 2 | 1 | -2 | -2 | 7 | 1 |
|  | -2 | -2 | -3 | 1 | -3 | -2 | -1 | 3 | -3 |
|  | -2 | -3 | 1 | -3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 |
|  | 4 | 1 | -4 | 2 | -2 | 3 | 1 | 3 | -2 |
|  | -2 | 1 | 4 | 0 | 2 | -4 | 3 | 1 | -1 |
|  | -1 | 2 | -2 | 3 | 1 | 1 | -1 | 0 | 1 |
|  | -1 | 3 | -1 | 1 | -2 | 3 | 0 | 3 | -3 |
|  | -3 | -1 | -1 | 0 | -1 | -1 | 2 | 1 | 1 |
|  | 4 | 1 | -3 | -3 | 2 | 0 | -2 | 0 | -4 |
|  | -2 | -3 | 4 | 1 | -3 | 2 | 2 | 0 | 3 |
|  | -2 | -2 | -2 | 1 | 1 | -2 | -3 | 0 | 3 |
|  | 3 | -1 | -2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | -2 |
|  | 3 | 2 | 3 | -1 | 3 | -3 | -4 | 0 | -2 |
|  | -4 | -2 | 3 | 0 | -3 | 1 | 3 | -1 | 4 |
|  | 1 | 4 | -4 | 1 | -1 | -1 | 4 | -1 | -1 |
|  | 3 | 2 | 1 | 3 | -2 | 1 | 2 | 1 | -2 |
|  | -1 | 3 | 3 | -1 | -3 | -3 | 3 | -3 | -3 |
|  | 0 | -1 | -1 | 0 | 1 | 1 | -1 | 1 | 1 |
|  | 2 | 3 | 0 | 2 | 1 | -4 | 3 | -4 | 1 |
|  | -2 | -4 | 2 | -2 | 2 | 3 | -4 | 3 | 2 |
|  | 2 | 1 | -2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 |
|  | -3 | -3 | 2 | -3 | -1 | -2 | -3 | -2 | -1 |
|  | 1 | 2 | -3 | 1 | 1 | -2 | 2 | -2 | 1 |
|  | -4 | -2 | 1 | -4 | -3 | 4 | -2 | 4 | -3 |
|  | 3 | 2 | 8 | -3 | 2 | 3 | -1 | -2 | 1 |
|  | 4 | -3 | 5 | 2 | -3 | -2 | -2 | -2 | 3 |
|  | -2 | 1 | 2 | 1 | 1 | -2 | -3 | 3 | -1 |
|  | -2 | -4 | 4 | -3 | -4 | 3 | 1 | 3 | 0 |
|  | 3 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | -4 | 2 |

**Образец оформления и выполнения практической работы.**

В

**Задача.** Дано. АВС – треугольник, А(2;-3;0), В(4;3;6), С(0;-1;-2).

**Найти:**

М2

М1

1. координаты всех векторов

М0

1. периметр треугольника АВС
2. косинус всех углов треугольника;

С

А

1. координаты середин всех сторон треугольника;

М3

1. координаты центра тяжести треугольника АВС.

**Решение.**

* 1. По формуле $\vec{АВ}$ (*хВ - хА; уВ - уА; zВ - zА*) = (4-2; 3-(-3); 6-0).получили

 $\vec{АВ}$ (2; 6; 6), $\vec{ВА}$ (-2; -6; -6)

Аналогично. $\vec{ВС}$ (-4; -4; -8) $\vec{СВ}$ (4; 4; 8)

 $\vec{АС}$ (-2; 2; -2) $\vec{СА}$ (2; -2; 2)

* 1. **Периметр** ∆ **АВС – есть сумма длин сторон этого треугольника.**

По формуле $\left|\vec{АВ}\right|=\sqrt{x\_{\vec{АВ}}^{2}+y\_{\vec{АВ}}^{2}+z\_{\vec{АВ}}^{2}}$; получаем $\left|\vec{АВ}\right|$ = $\sqrt{2^{2}+6^{2}+6^{2}}$ = $\sqrt{76}=8,7$

Аналогично $\left|\vec{ВС}\right|$ = $\sqrt{(-4)^{2}+(-4)^{2}+(-8)^{2}}$ = **9,8**; $\left|\vec{АС}\right|$ = $\sqrt{(-2)^{2}+2^{2}+(-2)^{2}}$ = **3,5**

**Р∆ABC =** $\left|\vec{АВ}\right|$ **+** $\left|\vec{ВС}\right|$ **+** $\left|\vec{АС}\right|$ **=** $8,7$ + 9,8 + 3,5 **= 22 (ед.)**

* 1. $∠В$ находится между векторами ВА и ВС; $\vec{ВА}$ $∙$ $\vec{ВС}$ = $x\_{\vec{ВА}}∙x\_{\vec{ВС}}+y\_{\vec{ВА}}∙y\_{\vec{ВС}}+z\_{\vec{ВА}}∙z\_{\vec{ВС}}$

$\vec{ВА}$ $∙$ $\vec{ВС}$ = (-2) $∙$ (-4) + (-6)$ ∙$ (-4) + (-6)$ ∙$ (-8) = **80**;

$∠А$ находится между векторами АВ и АС; $\vec{АВ}$ $∙$ $\vec{АС}$ = $x\_{\vec{АВ}}∙x\_{\vec{АС}}+y\_{\vec{АС}}∙y\_{\vec{АС}}+z\_{\vec{ВА}}∙z\_{\vec{АС}}$

$\vec{АВ}$ $∙$ $\vec{АС}$ = 2$∙$ (-2) + 6 $∙$2 + 6$∙$ (-2) = **- 4**;

$∠C$ находится между векторами СА и СВ; $\vec{СА}$ $∙$ $\vec{СВ}$ = $x\_{\vec{СА}}∙x\_{\vec{СВ}}+y\_{\vec{СА}}∙y\_{\vec{СВ}}+z\_{\vec{СА}}∙z\_{\vec{СВ}}$

$\vec{СА}$ $∙$ $\vec{СВ}$ = 2$∙$ 4 + 4$∙$ (-2) + 6$∙$ 2 = **16**;

Найдём значение $\cos(∠В)$ по формуле $\cos(∠В)$***=***$ \frac{\vec{ВА} ∙ \vec{ВС}}{\left|\vec{ВА}\right|∙\left|\vec{ВС}\right|}$ **=** $\frac{80}{8,7∙9,8}$ **= 0,9;**

Аналогично найдём $\cos(∠А)$ **=** $\frac{\vec{АВ} ∙ \vec{АС}}{\left|\vec{АВ}\right|∙\left|\vec{АС}\right|}$ **=** $\frac{-4}{8,7∙3,5}$ **= - 0,13;** $\cos(∠C)$ **=** $\frac{\vec{СА} ∙ \vec{СВ}}{\left|\vec{СА}\right|∙\left|\vec{СВ}\right|}$$\frac{16}{3,5∙9,8}$ **= 0,47;**

* 1. Координаты середин сторон находим по формулам M3 $\left(\frac{x\_{A}+x\_{C}}{2};\frac{y\_{A}+y\_{C}}{2}; \frac{z\_{A}+z\_{C}}{2}\right)$;

Координаты середины стороны АВ найдём по формулам M1 $\left(\frac{2+0}{2};\frac{-3+(-1)}{2}; \frac{0+(-2)}{2}\right)$;

Середина стороны АВ – М1  ($\frac{2+4}{2};\frac{-3+3}{2}; \frac{0+6}{2}$) = (3; 0; 3); **М1 (3; 0; 3**)

Середина стороны ВС – М2 ($\frac{4+0}{2};\frac{3+(-1)}{2}; \frac{6+(-2)}{2}$) = (2; 1; 2); **М2 (2; 1; 2);**

Середина стороны АС – М3 $\left(\frac{2+0}{2};\frac{-3+(-1)}{2}; \frac{0+(-2)}{2}\right)$ = (1; -2; -1); **М3 (1; -2; -1)**

5. Центр тяжести треугольника находится в точке пересечения его медиан. Все медианы треугольника пересекаются в одной точке **М0**, которая делит каждую медиану в отношении $\frac{2}{1}$, считая от вершины. Рассмотрим медиану с удобными для решения координатами её концов. В нашей задаче – это **медиана СМ1**. Точка **М0** делит эту медиану в отношении 2:1, начиная от вершины, т.е.$ λ=\frac{СM\_{0}}{M\_{0}M\_{1}}$ = $\frac{2}{1}$ = 2 поэтому в следующих формулах , С(0;-1;-2), М1 (3; 0; 3)

M0$\left(\frac{x\_{С}+λ∙x\_{M\_{1}}}{1+λ}; \frac{y\_{С}+λ∙y\_{M\_{1}}}{1+λ}; \frac{z\_{С}+λ∙z\_{M\_{1}}}{1+λ}\right)$ = $\left(\frac{0+2∙3}{1+2} ; \frac{-1+2∙0}{1+2} ;\frac{-2+2∙3}{1+2}\right)$ = $\left(\frac{6}{3} ; \frac{-1}{3} ; \frac{4}{3}\right)$ = $\left(2 ; \frac{-1}{3} ; \frac{4}{3}\right)$

Если выбрана другая медиана, то формулы выглядят так:

Для медианы **АМ2** M0$\left(\frac{x\_{А}+λ∙x\_{M\_{2}}}{1+λ}; \frac{y\_{А}+λ∙y\_{M\_{2}}}{1+λ}; \frac{z\_{А}+λ∙z\_{M\_{2}}}{1+λ}\right)$, где , А(2;-3;0), М2 (2; 1; 2);

Для медианы **ВМ3** M0$\left(\frac{x\_{В}+λ∙x\_{M\_{3}}}{1+λ}; \frac{y\_{В}+λ∙y\_{M\_{3}}}{1+λ}; \frac{z\_{В}+λ∙z\_{M\_{3}}}{1+λ}\right)$, где , В(4;3;6), М3 (1; -2; -1);

Для всех случаев ответ должен получиться один и тот же: **M0** $\left(2 ; \frac{-1}{3} ; \frac{4}{3}\right)$

**ОТВЕТ**: **1. и. 4.** **См. решение**; 2. **Р∆ABC = 22 (ед.)**

**3.** $\cos(∠В)$***=***$ $**0,9;** $\cos(∠А)$ **= - 0,13;** $\cos(∠C)$ **= 0,47;** 5. **M0** $\left(2 ; \frac{-1}{3} ; \frac{4}{3}\right)$