Задачи для математического конкурса 10-11 классы

 « Школа - наш общий дом » с решениями

Задачи, стоимость 5 балл

1. На розовом кусте каждое утро, начиная с понедельника, расцветают 5 бутонов. Каждое утра садовник срезает три из них. Из скольких роз будет составлять букет, если в ближайшее воскресенье садовник срежет все розы?

2. Из плохо закрытого крана за сутки вытекает до 300л пресной воды. Сколько пресной воды будет потеряно за год?

3. Сегодня в распоряжении человечества находится 11 млрд. га пахотной земли, которая может прокормить 47 млрд. человек. Сколько кормит 1 га пахотной земли (считать, что урожай снимается 1 раз в год)?

4. На земном шаре поверхность, занимаемая сушей, относится к поверхности, занимаемой водой, как 1:2;4. Суша занимает 149 млн. $км^{2}$. Какую площадь занимает вода?

5. Про климат в районе одного австралийского заповедника, где обитают кенгуру, точно известно, что:

- если светит солнце, то температура воздуха не ниже $25^{0}С $,

-если температура превышает $26^{0}С$ , то светит солнце.

А) - Тогда обязательно – ночью температура ниже $25^{0}С$

В) - днем температура выше $24^{0}С$

С) - ночью не бывает температура $27^{0}С$

Д) – днем не бывает температура $24^{0}С$

Е) – если температура равна $25^{0}С$ , то светит солнце.

7. с 1600г. На земле вымерло 94 вида птиц. Из них гибель 86% птиц связана с деятельностью человека. Сколько примерно видов птиц погибло по вине человека?

8. В палаточном лагере на площади в 1га за 3 месяца отдыхают 10 тыс. туристов. За сутки один невоспитанный турист может:

1) сжечь 1$м^{3}$ древесины;

2) оставить на дереве автограф площадью 1$дм^{3}$;

3) сломать до 10 молодых деревьев.

Какой вред могут нанести лесу до 10 тыс. невоспитанных туристов?

9. Использование недр связано с ежегодным извлечением около 150 млрд. т горных пород. Но лишь их незначительная часть реализуется в виде продукции производства, а остальное превращается в отходы. Какова высота горы отходов, если считать, что эта гора имеет форму конуса, высота которого равна радиусу основания. При добыче 1 т руды получается 1,05 $м^{3}$ отходов.

Задачи стоимостью 10 балл

1. Установлено, что 1т нефти, разлитая на водной поверхности, образует нефтяное пятно площадью около 6 $м^{2}$. Какую площадь акватории покроет нефтяное пятно в случае аварии танкера водоизмещением 5000т? Сравните с помощью ладожского озера – 17700 $км^{2}$.

2. Аральское море в год недополучает воды: из Амударьи более 60 млрд. $км^{3}$ и Сырдарьи – более 40 млрд. $км^{3}$. Эта вода направляется из этих вод на орошение земель. В 1986 г. ученые подсчитали, что сохранись такие темпы расходования воды к 2000 г., от этого крупнейшего водоема осталось бы только десятая часть. Каков объем воды в Аральском море в 1986 г.?

3. Сосновый лес задерживает на своих кронах 20% выпадающих осадков, еловый – 40%, пихтовый – 60%. За время дожди выпало 10см осадков. Сколько вылилось на вас влаги, если вы прятались под пихтой, елью, сосной? Считайте, что площадь занимаемая вами, равна $\frac{1}{6}м^{2}$. («Выпадение 10 см осадков» на языке метеорологов означает, что выпало 10см осадков на 1см площади).

4. «В 79 г.н.э. произошло сильное извержение вулкана Везувий. В результате ближайшие города Помпея и Геркуланум были погребены под пеплом. Только в XVIII в был раскопан Геркуланум под 20 – метровой толщей наноса. Опустошения вокруг Везувия произошло в радиусе 18 км на площади свыше 310 $км^{3}$». Так писала о деревней трагедии одна из газет. Определите ошибку в расчетах площади.

7. Свежие грибы по массе содержат 90% воды, а сухие – 12%. сколько получится сухих грибов из 22кг свежих?

8. Некий ихтиолог решил определить, сколько в пруде рыб, годных для улова. Для этого он забросил сеть с заранее выбранным размером ячеек и, вытащив ее, обнаружил 30 рыб, отметил каждую из них меткой и бросил обратно в пруд. На другой день забросил ту же самую сеть и поймал 40 рыб, на двух из которых были метки. Как по этим данным он приблизительно вычислил количество рыб в пруде?

9. Смолу для промышленных нужд собирают, подвешивая конические воронки к соснам. Сколько воронок диаметром 10см с образующей 13 см нужно собрать, чтобы заполнить 10 – литровое ведро?

Задачи, стоимостью 15 балл

1. Длинные и острые зубы бобра помогают ему легко и быстро перегрызать дерево. Дерево диаметром 12 см бобр перегрызает за 3 мин. Сколько всего времени понадобится бобру, чтобы свалить 7 деревьев, из которых два дерева толщиной по 12 см, два по 20 см, остальные по 28 см.

3. Стрекоза и муха двигаются по прямой. Стрекоза догоняет муху, их скорость равна 1,2 м/с и 30 м/с. Через сколько секунд расстояние между насекомыми сократится с 6,5 м до 20 см?

4. Длина Дуная относится к длине Днепра как $\frac{19}{3}$ : 5, а длина Дона относится к длине Дуная как 6,5 : 9,5. Найти протяженность каждой из рек, если Днепр длиннее Дона на 300 м.

7. Из 40 т железной руды выплавляют 20 т стали, содержащей 6% примесей. Каков процент примесей в руде?

8.Над озерами летели гуси. На каждом озере садились половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было гусей?

Задачи, стоимостью 20 балл

1. Кислотные осадки разрушают сооружения из мрамора и других материалов. Исторические памятники Греции и Рима, простояв тысячелетия, за последние годы разрушаются прямо на глазах. «Мировой рекорд» принадлежит одному шотландскому городку, где 10 апреля 1974г. выпал дождь, скорее напоминающий столовый уксус, чем воду. Решив уравнения, прочитайте название «знаменитого» городка.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3х(х-1) = 5(х-1) | Нет решения | и |
| $х^{2} $+16 = 0 | 28 | х |
| $х^{3} $-1 = 0 | -2 | о |
| Х + $\frac{1}{х} $= 5$\frac{1}{5}$ | 2; 0,5 | и |
| $\frac{х-2}{х+1} $+$ \frac{4\_{(х+1)}}{х-2}$ = 5 | 1; -15 | р |
| $\sqrt{х-3}$ = 5 | 1 | т |
| $\left|\frac{х-3}{2}+ 5\right|$ = 4 | $\frac{5}{3}$; 1 | п |
| $\frac{х^{2}+ 1}{х}$ + $\frac{х}{х^{2 +} 1}$ = 2,9 | 5; $\frac{1}{5}$ | л |

3. Три прыжка волка равны 5 прыжкам лисы. Но за это время, когда волк делает 4 прыжка, лиса делает 7 прыжков. Кто из них бежит быстрее?

4. В корзине лежало не более 50 грибов, причем количество белых грибов, как 3 : 2. После того, как из корзины вынули 4 маленьких гриба, это отношение изменилось и стало 4 : 3. Сколько грибов лежало в корзине первоначально?

6. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Известно, что 70 коров поели бы её за 24 дня, а 30 коров – за 60 дней. Сколько коров поели бы всю траву за 96 дней? (Предполагается, что коровы поедают траву равномерно).

10. Для более глубокого понимания проблемы загрязнения воздуха решите задачу:

Определите расход кислорода при 8-часовой работе двигателя автомобиля, если для сжигания 1 кг бензина требуется 2,5 кг кислорода? Расход бензина 19 ${кг}/{ч}$. Сколько потребуется кислорода для 100 машин?

Ответы и решения:

5 баллов

1. 17 роз. Решение. Каждый день (после срезки) количество роз в цветнике увеличивается на 2. Таким образом, днем, в субботу будет 2·6 = 12 роз. К утру воскресенья добавляется еще 5 штук, так, что садовник может срезать 17 роз.

2. 109500 л.

3. 4 человека в год. Решение. 47:11≈ 4.27, т.е. более 4 человек.

4. 358 млн. $км^{2}$. Решение. 149 · 2.4 = 357.6 ≈ 358 млн. $км^{2}$.

5. С). Решение. По условию задачи при $27^{0}С$ должно светиться солнце ( 27 > 26 ), а ночью это невозможно. Все остальные условия не обязаны выполняться. Например, ночная температура может быть $25.5^{0}С$ ( лишь бы не больше $26^{0}С$ ), таким образом ответ А) не подходит. Температура днем может быть выше $24^{0}С$, а может быть и ниже ( если нет солнца ), т.е. ответ В) также не подходит. По тем же причинам не подходит ответ Д). Утверждение Е) также может быть неверным – если температура равна $25^{0}С,$ то солнце может и не светиться.

7.80 видов. Решение. 94 : 100 · 86 = 80.8 ≈ 80 видов птиц. Округление в меньшую сторону связано с тем, что количество видов птиц выражается целым числом, причем число видов нельзя увеличить на 0.2.

8. За 90 дней (3 мес. ≈90 дней) 10 тыс. человек могли бы сжечь 900000$ м^{3} $леса; «украсить» своими подписями 90000 $дм^{2}$= 9000 $м^{2}$коры деревьев; сломать 9000000 молодых деревьев.

9.5320 м. Решение. Вычислим объем конуса отвалов: V= 150 (млрд.) ·1.05 ($м^{3}$) = 157.5 (млрд.$м^{3}$). Объем V конуса с основанием S, радиусом основания h и высотой h равен: V=$\frac{1}{3}Sh$=$\frac{1}{3}$ {\displaystyle \pi }π$h^{3}$; $h^{3}$= 3V : π=3 · 157.5 млрд. : π; h=$\sqrt[3]{150·500000000}$≈5.32 (тыс. м.) = 5320 м.

10. Летчики плеснули на поверхность воды бензин, который стал растекаться тонкой пленкой. Крокодилы «разбежались», освободив путь для разгона гидроплана.

Примечание: к сожалению, это не лучшее решение с позиции экологии, но ставка для летчиков в данной ситуации – жизнь.

10 баллов

1. 30000 $км^{2}$ - площадь нефтяного пятна; на 12300 $км^{2}$ площадь больше.

2. 1555 млрд. $км^{3}$. 40+60=100 (млрд. $км^{3}$) воды не получает Аральское море в год. За 14 лет – 1400 (млрд. $км^{3}$), что составляет 0.9 частей объема воды. Значит, объем воды в Аральском море в 1986 г. был равен: 1400 : 0.9 ≈ 1555 (млрд. $км^{3}$).

3. $\frac{1}{6}м^{2}$ = $\frac{10000}{6}$ = 1666.7 ($см^{2}$). V=1666.7 · 10 = 16667 ($см^{3}$)= 16.7 ($м^{3}$) - объем выпавшей воды. Пихта задерживает 60%, следовательно, на человека прольется 40% дождя, т.е. 6.7 · 0.4 =6.68 (л); ель задерживает 40% воды, человеку достанется 16.7 · 0.6 = 10 (л); сосна удерживает 20% воды, а 80% направит вниз, т.е. 16.7 · 0.8 = 13.36 (л)..

4. Ошибка ≈ 707.36 $км^{2}$. Площадь опустошений – площадь круга радиусом 18 км. S=3.14 · $18^{2}$= 1017.36 $км^{2}$. В заметке ошиблись на 1017.36 – 310 = 707.36 ($км^{2}$).

7. 2.5 кг

8. 600 рыб. Пусть п число рыб в пруду, годных для улова. Тогда отношение числа рыб, помеченных меткой, числу всех рыб равно $\frac{30}{п}$. во второй раз ихтиолог поймал 40 рыб, среди которых две рыбы были помечены. Отношение числа рыб помеченных к числу всех выловленных рыб равно $\frac{1}{20}$. Если предположить, что помеченные рыбы в пруду равномерно распределены среди всех рыб, то оба отношения должно быть одинаковыми, т.е. $\frac{30}{п}$ = $\frac{1}{20}$, п = 600.

9. 32 воронки. V конуса = $\frac{1}{3}πR^{2}H$ = $\frac{1}{3}π·25·12=100π (см^{3})$= 0.1$πдм^{3}$.

(H=12), п = $\frac{10}{0.1π}$ = $\frac{100}{π}$ = $\frac{100}{3.14}$ ≈ 31.8 ≈ 32.

15 баллов

1. 37 мин. 6+$\frac{1}{4}$ ·2·20+ $\frac{1}{4}$ · 3·28 = 6 мин. +10 мин. +21 мин. = 37 мин.

3.V=1.2 - 0.3= 0.9 (м/с) – относительная скорость сближения

S= 6.5 – 0.2= 6.3 (м) – расстояние, которое надо сократить насекомым

t=$\frac{S}{V}$=6.3 : 0.9= 7 (с)

4. 2850 км, 2250 км, 1950 км.

7. 53%. 1) $\frac{20·6\%}{100\%}$ =1.2 т – примеси в стали; 2) 40 – 20 =20 (т) 3) 20 + 1.2 = 21.2 (т) – примеси в руде; 4)$ \frac{21.2}{40}$ · 100% = $\frac{212}{4}$ = 53%.

8. 127 гусей. Так как на последнем озере сели оставшиеся гуси и больше не осталось, то там сел 1 гусь. Если бы село 2, то 1 гусь остался. Тогда к шестому озеру подлетело (1+ $\frac{1}{2}$)·2 = 3 гуся, а к пятому (3+ $\frac{1}{2}$)·2 = 7, к четвертому (7+ $\frac{1}{2}$)·2 =15, к третьему – (15+ $\frac{1}{2}$)·2 =31, ко второму (31+ $\frac{1}{2}$)·2 =63, тогда к первому подлетело (63+ $\frac{1}{2}$)·2 =127 гусей.

20 баллов

1. Питлохри

3. Лиса бежит быстрее. Пусть лиса сделает 3· 7 =21 прыжок. По условию задачи волк за это время сделает 3· 4 = 12 прыжков. Но 3 прыжка волка равны 5 прыжкам лисы. Значит, 12 волчьих прыжков – это 5· 4 =20 лисьих. Получается, пока лиса пробегает путь, равный 21 своему прыжку, волк пробежит путь длиной 20 лисьих прыжков.

4. 25 грибов. Количество грибов кратно 5, следовательно, число грибов оканчивается цифрой 5 или 0. После уменьшения на 4, полученное число оканчивается цифрой 6 или 1, причем это число кратно 7. Перебором получаем число 21. Значит, было 25 грибов.

6. 20 коров. Пусть на лугу в начальный момент времени находится S кг травы, х кг –скорость роста травы, у кг травы в день поедает 1 корова.

$$\left\{\begin{array}{c}70 ·24y=S+24x,\\30 ·60y=S+60x,=>S=1800y-60x\end{array}\right.$$

Требуется найти такое число n, что 96 ·n = S +96x. Вычитая из 2) уравнения системы 1), получаем х = $\frac{10}{3}у$.

96ny = 1800y – 60x +96, 96ny = 1800y+ 36x, подставляя х = $\frac{10}{3}у$, получим n = 20.

10.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Бензин, кг | Кислород, кг | Время, кг |
| 1 | 2,5 | 0,05 |
| 19 | 47,5 | 1 |
| 152 | 380 | 8 |

Ответ: 380 кг кислорода необходимо для работы одного двигателя в течении 8 часов. И это только при работе двигателя одной машины, а для 100 машин потребуется 38 т. кислорода!

А сколько их всего в только в нашем городе?